COMPONENTE

PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS

Análisis de la propuesta de estándares

4

CAPÍTULO cuatro

Silvia Bonilla
Universidad Externado de Colombia
Leonor Camargo Uribe
Universidad Pedagógica Nacional
Ana Celia Castiblanco Paiba
Ministerio de Educación Nacional
Yuly Marcela Vanegas
Universidad Distrital

Aspectos generales

La construcción de estándares para el desarrollo del conocimiento de los sistemas geométricos y del pensamiento espacial en la matemática escolar tendría que partir de una descripción por lo menos en forma sucinta de dicho conocimiento, tanto en su caracterización como una herramienta necesaria para describir, comprender e interactuar con el espacio circundante, como en su identificación como disciplina científica, que descansa sobre importantes procesos de formalización que son ejemplo de rigor, abstracción y generalidad. Mammana y Villani (1998)[1] han identificado las siguientes dimensiones propias del conocimiento geométrico. La geometría puede verse como:

- una ciencia del espacio y la forma. Desde sus raíces como herramienta para describir y medir figuras, se han ido constituyendo teorías, ideas y métodos mediante los cuales podemos construir y estudiar modelos idealizados del mundo físico o de fenómenos que acontecen el el mundo real.
- un método para representar visualmente conceptos y procesos de otras áreas de las matemáticas como la aritmética, el álgebra o el cálculo, o de otras ciencias naturales y sociales.
- un punto de encuentro entre la matemática vista como una teoría abstracta y la matemática vista como un recurso de modelación.
- una vía para desarrollar pensamiento y comprensión, y, en un nivel avanzado, como una teoría formal.
- un ejemplo paradigmático para enseñar razonamiento deductivo.
- una herramienta en aplicaciones, tanto en forma tradicional, como de manera innovativa.

Ya sea vista como una ciencia que modela nuestra realidad espacial, como un excelente ejemplo de sistema formal o como un conjunto de teorías estrechamente conectadas, la geometría cambia y evoluciona permanentemente y no se puede identificar únicamente con las proposiciones formales referidas a definiciones, conceptos, o teoremas, tal como se asume en la propuesta de "estándares" del Ministerio de Educación. En dicho documento el conocimiento geométrico parece estar referido a la adquisición de un cúmulo de información desordenada, aislada y caprichosa tanto en contenido como en secuencia y por lo tanto poco productiva en términos de la construcción de un conocimiento geométrico sistemático y profundo que lleve al desarrollo de la competencia geométrica que se enuncia en la introducción del documento.

[1] Mammana C; VILLANI V. *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century*. Kluwer Academic Publishers. p. 340 (1998).

Para los autores del documento propuesto, el desarrollo del pensamiento espacial y el conocimiento de los sistemas geométricos consiste en una acumulación de acciones de reconocimiento de formas geométricas y su descripción en términos de sus "partes" y sus "propiedades". Por eso el mayor porcentaje de "estándares" está referido a reconocer y describir formas bi y tri dimensionales. El privilegiar la acción cognitiva de reconocimiento, pone en evidencia un desconocimiento de los avances teóricos en el campo del razonamiento espacial, investigaciones que han identificado el reconocimiento como un primer nivel de razonamiento geométrico necesario para comenzar el proceso de matematización pero insuficiente para lograr su pleno desarrollo. Por ejemplo, el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele identifica una evolución en el razonamiento en geometría a través de los niveles de reconocimiento, análisis, clasificación, deducción y rigor y describe las características de dichos procesos de pensamiento frente a tareas de construcción de definiciones, producción de argumentos o demostraciones.[2]

Además del término reconocer, los "estándares" mencionan en forma insistente la acción de clasificar formas geométricas en término de ubicar las figuras geométricas en clases según sus "partes", con el objeto de diferenciar unas de otras. Se asimila el proceso de clasificación con una actividad de organización de figuras prototípicas y no como una actividad matemática. De esta manera se trivializa el proceso de clasificación y se ignora que éste implica una discriminación de características relevantes e irrelevantes de un objeto geométrico, clasificación que permite obtener información nueva sobre las figuras y sobre la que descansa la inferencia geométrica. Solo mediante un auténtico proceso matemático de clasificación es posible dar sentido a las definiciones de conceptos y relaciones geométricas pues se toma conciencia de la información que subyace a cada uno de los términos que se usan en ellas.[3]

De la misma manera que sucede con los verbos reconocer y clasificar no hay un planteamiento explícito de lo que se está entendiendo por comprender o entender. Por tal razón, estándares como "entiende los conceptos de congruencia y semejanza" (grado 4º) no aclaran qué es lo que

---

[2] Además de caracterizar el razonamiento, describiendo los procesos de pensamiento señalados, el modelo de Van Hiele afirma que el progreso a través de los diversos niveles depende de la instrucción recibida, más que de la edad o la madurez de una persona. Por lo tanto, el método, la organización de la enseñanza, las temáticas que se escogen y los materiales que se emplean deben ser aspectos de preocupación permanente por parte de los educadores. Además del modelo de razonamiento los esposos Van Hiele sugieren una secuencia de enseñanza en 5 fases secuenciadas: información, orientación dirigida, explicitación del lenguaje, orientación libre e integración. Para mayor información, consúltese:

- *GONZALEZ S.* Una introducción al modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele. *Memorias del VII Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones. UPN, junio 19 – 21, pp. 97 – 119. 1996*
- *CAMARGO L; SAMPER C.* Desarrollo del Razonamiento a través de la Geometría Euclidiana. *Revista TEA de la Facultad de Ciencia y Tecnología de la Universidad Pedagógica Nacional. No. 5, pp 59 – 71. Bogotá, 1995.*
- *GUTIERREZ A; JAIME A.* Geometría y algunos aspectos generales de la Educación Matemática. *Una Empresa Docente. Universidad de los andes. Bogotá, 1998.*
- *CROLEY M.* Thee Van Hiele Model of the Development of Geometry Thought. *En Learning and Teaching Geometry, K – 12. Yearbook 1987. NCTN, Reston, Virginia.*

realmente se espera de los alumnos sobre estas relaciones, máxime cuando no se espera de las figuras geométricas sino un reconocimiento de las formas típicas de representación, el reconocimiento de las clases de figuras y su notación. Es de suponer que dichos verbos se usen como sinónimos de reconocer, pues en cuarto de primaria no podría esperarse de los alumnos más que una aproximación intuitiva a las nociones de semejanza y congruencia. El verbo entender en matemáticas es mucho más que eso. Implica por un lado, un acercamiento a un nivel deductivo de razonamiento cuando los objetos geométricos se integran a sistemas axiomáticos y su conceptualización se basa en el papel que ocupan en cadenas deductivas, y, por otro lado, el uso de dichos conceptos como herramientas en la solución de problemas, o en la modelación de fenómenos de diversos campos.[4]

La falta de claridad sobre el conocimiento geométrico y los procesos de pensamiento sobre los que este descansa, conduce a los autores a ignorar que el aprendizaje de la geometría resulta de una compleja red de interacciones entre procesos de visualización y procesos de elaboración de enunciados acerca de las propiedades de las relaciones geométricas de los objetos y sus elementos constitutivos y que los acercamientos espontáneos, producto de hacer uso de dichas funciones cognitivas tal y como se usan en el conocimiento informal (no matemático), produce un acercamiento trivial al conocimiento geométrico, inútil e improductivo tanto para la resolución de problemas y la modelación, como para el desarrollo del razonamiento deductivo. En ninguno de los estándares se evidencia, se lee o se infiere, la importancia de la resolución de problemas en la construcción del conocimiento geométrico y cómo dicho conocimiento posibilita generar herramientas para solucionar diversas situaciones, es decir, representar situaciones problema con modelos geométricos, lo cual posibilitaría construir una visión de la matemática como una actividad humana, que nos permite configurar el mundo.

Estas afirmaciones no son gratuitas. A lo largo de los "estándares propuestos" se observan tal cantidad de errores conceptuales, incoherencias,

---

[3] Sobre la construcción de definiciones conviene estudiar la teoría de Vinner y Tall, sobre las imágenes conceptuales de los objetos geométricos. Consúltese por ejemplo:

- *GUTIERREZ A; JAIME A.* Geometría y algunos aspectos generales de la Educación Matemática. *Una Empresa Docente. Universidad de los Andes. Bogotá, 1998.*
- *HERSHKOWITZ R; VINNER S; BRUCKHEIMER M.* Activities with Teachers Based on Cognitive Research. *En Learning and Teaching Geometry, K – 12. Yearbook 1987. NCTN, Reston, Virginia.*
- ALSINA C; FORTUNY J; PEREZ R. **¿Por qué Geometría?. Propuestas Didácticas para la ESO.** ***Editorial Síntesis. Colección Educación Matemática en Secundaria, 1997.***
- *ACUÑA S Claudia (1996).*Un modelo de tratamiento didáctico para la enseñanza de la geometría en el nivel medio superior. *En ESPINOSA F (ed), Investigaciones en Matemática Educativa; Grupo Editorial Iberoamérica; I México, p 23 - 111.*
- *VINNER, S (1989),* The avoidance of visual considerations in calculus students. *En HITT, F (1998).* Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y currículo. *Revista Educación Matemática. Vol. 10, no. 1, abril.*
- *FARRELL Margaret (1987).* Geometry for Seciondary School Teachers. *En NCTM, Yearbook; Learning and teaching geometry, k -12; Reston Virginia, p 236- 250.*

[4] Bibliografía sugerida:

- *MORRIS R.* Estudios en Educación Matemática. Enseñanza de la Geometría. *Volumen 5. UNESCO, 1986.*
- *BOLT B.* ¿Qué es la Geometría?. *Revista SUMA 29, noviembre de 1998. pp. 5 – 16.*

inconsistencias, falta de secuenciación e imprecisiones del lenguaje que no queda más que preguntarse ¿cómo se presenta esta propuesta en ese estado de elaboración? Veamos algunos aspectos que sustentan estas afirmaciones.

Análisis específico

Acerca de los procesos cognitivos que subyacen a la actividad geométrica

Visualización

Los procesos de visualización han cobrado importancia en el ámbito de la matemática escolar, no solo como consecuencia del advenimiento de programas informáticos que posibilitan la representación gráfica de muchos aspectos de la matemática, sino con los estudios acerca del funcionamiento cognitivo de la mente. El aceptar que muchas de las ideas centrales de la matemática se construyen con base en percepciones visuales y que muchos estudiantes se apoyan más en este tipo de representaciones que en los acercamientos puramente simbólicos, ha llevado a retomar en el currículo objetivos tendientes a visualizar propiedades matemáticas como un inicio fundamental al estudio de estas[5].

El potencial de los procesos de visualización estriba en la integración de procesos por medio de los cuales se obtienen conclusiones, a partir de las representaciones mentales de los objetos bi o tridimensionales y de las relaciones o transformaciones observadas en construcciones y manipulaciones. Está en estrecha relación con lo que Duval llama el proceso de visualización respecto a la representación del espacio, la exploración heurística o la visión sinóptica de una situación compleja. Durante la visualización se liga la percepción visual con características, propiedades o relaciones matemáticas. Luria reconoce que el razonamiento visual surge como resultado de una compleja actividad mental analítico –sintética que destaca rasgos esenciales de lo que se está viendo y mantiene inhibidos otros que no lo son. Esto implica combinar dos procesos: de análisis, en donde se desmembra al objeto en sus características, y de síntesis, mediante el cual se construye una nueva estructura que se compara con la percepción anterior, para clasificarla dentro de ella o asignarle otra categoría[6].

Desafortunadamente en la propuesta de estándares del MEN no se observa un trabajo secuencial en términos de la producción de diversas

---

[5] Bibliografía sugerida:
- *CAMARGO L; SAMPER C; LEGUIZAMON C.* Visualización y Razonamiento visual. *XVIII Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística. Bogotá, 2001.*
- *PLACENCIA I et al (1998).* Visualización y creatividad. *En Revista Educación Matemática. Vol. 10, No. 1, p. 102 – 120.*
- *HITT F (1998).* Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y currículo. *Revista Educación Matemática. Vol. 10, no. 1, abril.*

representaciones de las figuras y el estudio de las propiedades geométricas que una o otra representación explicitan. Solo hay dos estándares referidos a la visualización: en primer grado: "describe, argumenta matemáticamente acerca de figuras, formas y patrones que pueden ser vistos o visualizados" y en grado 10°:"visualizar objetos geométricos en tres dimensiones desde diferentes perspectivas..." Desde grado 2º hasta 9º no se propone ningún trabajo al respecto.

Representación

El interés en lograr que los estudiantes construyan de forma significativa el conocimiento matemático conduce a pensar, entre otras cosas, en el problema de la comprensión en matemáticas y en los elementos que la posibilitan. En este sentido algunas de las actividades del trabajo matemático escolar deben estar encaminadas a reconocer y conocer características de los diversos objetos matemáticos, a través del estudio de los diferentes sistemas de representación asociados a cada uno de éstos.

Al respecto, de la importancia del conocimiento y uso de los sistemas de representación autores como Duval (1999) y Rico (1997) plantean respectivamente:

> *"no hay conocimiento que un sujeto pueda movilizar sin una actividad de representación".*
>
> *"Hacer matemáticas implica más que la simple manipulación de símbolos matemáticos; implica interpretar situaciones matemáticamente; implica matematizar (o sea, cuantificar, visualizar o coordinar) sistemas estructuralmente interesantes; implica utilizar un lenguaje especializado, símbolos, esquemas gráficos, modelos concretos u otros sistemas de representación para desarrollar descripciones matemáticas o explicaciones, o construcciones que permitan plantear predicciones útiles de tales sistemas"*

El representar un mismo objeto de maneras distintas, posibilita establecer relaciones posibles entre elementos pertenecientes a cada uno de los sistemas de representación, ya que cada uno de éstos, junto con las reglas que los acompañan, propone una caracterización distinta de los conceptos. El estudio de los diferentes sistemas de representación asociados a un concepto lleva a los estudiantes a construir y comunicar su conocimiento matemático escolar, y a los docentes a observar evidencias de la comprensión lograda por ellos.

---

[6] Bibliografía sugerida:
- *HERSHKOWITZ, R (1998).* About Reasoning in Geometry. *En MAMMANA C; VILLANI V (eds).* Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century. Kluwer Academic Publishers, Netherlands.
- *DUVAL, R (1998).* Geometry from a cognitive point of view. *En MAMMANA C; VILLANI V (eds). Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century. Kluwer Academic Publishers, Netherlands.*
- *CLEMENS, DOUGLAS; BATTISTA, MICHAEL (1992).* Geometry and Spatial Reasoning. *En GROUWS, DOUGLAS (ed.). Handbook of Research on Mathematics teaching and Learning: a Project of the National Council of Teachers of Mathematics. NCTM, New York.*
- *GRAVEMEIJER, K (1998). En* About Reasoning in Geometry. *En MAMMANA C; VILLANI V (eds). Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century. Kluwer Academic Publishers, Netherlands.*

Infortunadamente en la propuesta de los estándares del MEN no se evidencia la posibilidad de mostrar y caracterizar los objetos geométricos de diversas formas, y la importancia de la contrastación de los mismos, en el sentido de la información y relaciones que se posibilita establecer desde cada uno de estos sistemas. La caracterización de los objetos matemáticos se limita al reconocimiento de partes de los objetos, y a la enunciación (verbalización) de las mismas. Por ejemplo, en sexto grado se plantea el siguiente estándar: identifica los poliedros, sus componentes y sus características, lo cual propone una mirada reduccionista sobre dichos objetos geométricos. No se plantea la utilización de representaciones planas de cuerpos geométricos espaciales, adecuadas obviamente a las diferentes edades de los estudiantes que les posibilite mejorar su comprensión acerca de esta clase de objetos, y desarrollar destrezas para dibujarlos o construirlos, atendiendo a sus atributos y realizar proyecciones de los mismos.

Razonamiento

Los procesos de razonamiento son considerados como todas las acciones que las personas realizan, para comunicar y explicar a otros y a ellos mismos lo que ven, lo que piensan y lo que concluyen. Al reconocer a la matemática como construcción humana, en permanente cambio y evolución, se evidencia que en el proceso de su desarrollo tienen lugar diferentes tipos de razonamiento, los cuales se asemejan, de algún modo con la comunicación informal en la interacción cotidiana. Por tanto, se reconocen como funciones del razonamiento explicar, comprender y convencer, además de demostrar.[7]

Esta nueva forma de ver el razonamiento permite identificar lo que se considera razonar en geometría: poder establecer relaciones entre conceptos geométricos o información geométrica conocida, argumentar con razones fundadas acerca de una propiedad, relación o situación geométrica, comprender los distintos elementos que conforman una teoría geométrica, dar significado a los conceptos y procedimientos geométricos y comunicar, en forma convincente, los resultados de indagaciones en geometría.[8]

En la propuesta de estándares no se construyen redes conceptuales basadas en el establecimiento de asociaciones entre relaciones u operaciones geométricas parecidas. Por eso se proponen temáticas de manera aislada que se segmentan caprichosamente de grado a grado. Por ejemplo, el trabajo con transformaciones geométricas solo aparece en 1° (reconoce y aplica traslaciones a objetos y figuras y los representa mediante objetos), 2° (reconoce y crea figuras simétricas; entiende y aplica rotaciones a objetos y

[1] Bibliografía sugerida:
- *DUVAL R (1998).* Geometry from a cognitive point of view. ?. *En En MAMMANA C; VILLANI V (eds). Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century. Kluwer Academic Publishers, Netherlands.*
- *RICO, L (1995).* Consideraciones sobre el currículo escolar de matemáticas. *Revista EMA, vol 1, No. 1, p. 4 – 24*
- *BISHOP A (1986).* ¿Cuáles son algunos de los obstáculos para el aprendizaje de geometría. *En MORRIS R (ed). Estudios en Educación Matemática: Enseñanza de la geometría. UNESCO.*

[8] - SAMPER C; LEGUIZAMON C; CAMARGO L. *Razonamiento en geometría* . Revista EMA, vol. 6, no. 2, marzo de 2001.

figuras), 3°(reconoce y ejecuta transformaciones de estiramiento (homotecia), traslación, simetría, reflexión y rotación) y 8°(reconoce la simetría rotacional, sus componentes y propiedades), sin seguir un proceso metodológico que permita diferenciarlos y comprenderlos apropiadamente.

Igualmente la conceptualización propuesta sobre los objetos geométricos y sus relaciones es tan trivial, que sólo se basa en el reconocimiento y no a la identificación de las propiedades geométricas relevantes (necesarias y suficientes) como producto de la exploración sobre las figuras y las relaciones entre sus elementos constitutivos, tarea que se traduce en la construcción de definiciones (que sintetizan relaciones de inferencia entre propiedades geométricas), y no en su reconocimiento.

Con relación al papel que juega la geometría en la formación del razonamiento deductivo, este potencial no se explota pues no se avanza en la construcción de un sistema axiomático. Se introduce la demostración sin una contextualización de para qué ni por qué, violando el contrato didáctico existente hasta grado 7º, en el que las proposiciones matemáticas se enseñan sin demostración. Por lo tanto no se construye el sentido de la demostración, a partir de una propuesta sistemática de búsqueda de validez sobre conjeturas que lleve de la explicación en primera instancia, a la prueba en segundo lugar y posteriormente a la demostración propiamente dicha. Cuando se pide demostrar, no se sabe con base en qué afirmaciones o postulados elaborar una prueba o qué se asume como verdadero. Ejemplo de ello es el conjunto de "estándares" que introducen la demostración en una organización completamente caprichosa y que desconoce la diferencia entre pensamiento espacial y geométrico:

- Conoce el Teorema de Pitágoras y algunas de sus demostraciones (7º)
- Conoce y demuestra las propiedades de un triángulo isósceles (8º)
- Conoce los teoremas acerca de líneas paralelas y líneas transversales a estas (8º)
- Conoce, demuestra y aplica las condiciones para que dos triángulos sean congruentes o similares (8º)
- Conoce y demuestra informalmente el Teorema de Euler para determinar si un grafo es atravesable o no (8º)
- Presenta demostraciones directas o indirectas de proposiciones matemáticas (8º)

Igualmente las relaciones geométricas como paralelismo, perpendicularidad, congruencia y semejanza se introducen sin relación alguna en un sentido constructivo de sistema geométrico.

Construcciones geométricas

Las construcciones geométricas ocupan un importante papel en la matemática escolar pues se constituyen en un medio para articular las representaciones gráficas con las representaciones verbales de enunciados geométricos, al hacer explícitas relaciones geométricas en el uso de los instrumentos de construcción. La congruencia, el paralelismo, la perpendicularidad, la equidistancia, la curvatura entre otras propiedades se hacen evidentes al usar un compás, una regla, un transportador. Igualmente los programas de geometría dinámica favorecen el establecimiento de propiedades geométricas de los objetos construidos al reconocer los invariantes que se mantienen al poner en movimiento los objetos construidos.

En la propuesta de estándares las construcciones con elementos de trazo aparecen en sitios caprichosos sin nexo alguno con la necesidad de explicitar propiedades geométricas en juego. Se busca sólo una destreza, escogiendo para ello, dos o tres construcciones, no necesariamente las más relevantes, sino propuestas caprichosamente. Tampoco se propone un trabajo con software de geometría dinámica desconociendo su riqueza didáctica y las experiencias que a nivel nacional e internacional están ampliamente difundidas[9].

Sobre la propuesta metodológica

En la propuesta de estándares no se tiene en cuenta el enfoque de geometría activa propuesto en los lineamientos curriculares en donde se sugiere introducir los conceptos en una forma dinámica a partir de la exploración de los invariantes de los objetos geométricos y con base a relaciones topológicas exploradas corporalmente. Por ello, se introducen en grado 1º los conceptos de punto, recta y plano desconociendo que los niños acceden primero a nociones topológicas, luego proyectivas y finalmente euclideas.

Los conceptos y relaciones se introducen "*per se*" sin mediar un contexto, sin establecer un nexo con alguna necesidad, o sugerir aspectos hacia el proceso de enseñanza. Solo de vez en cuando, y de manera caprichosa, se sugiere aplicar algún concepto o relación en la resolución de problemas, pero como la propuesta no está bien estructurada, aplicaciones fundamentales para comprender un concepto se sugieren en cursos posteriores a donde este se introduce. Por ejemplo, la semejanza se introduce

[9] Bibliografía sugerida:
- *MEN*. Proyecto de Incorporación de nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educacuón Media de Colombia. Fase Piloto, 2001.
- *GARCIA A; MARTINEZ A; MIÑANO R*. Nuevas Tecnologías en la Enseñanza de las Matemáticas. *Editorial Síntesis. Colección Educación Matemática en Secundaria.1995.*
- *SMART J*. Implications of Computer Graphics Applications for Teaching Geometry. *En Learning and Teaching Geometry, K – 12. Yearbook 1987. NCTN, Reston, Virginia.*

desde los primeros grados y en grado 8º se propone la resolución de problemas de aplicación, pero el concepto de escala se propone en grado 10º, siendo fundamental para comprender qué es la semejanza.

Así como no se observa una construcción sistemática de la geometría euclidiana tampoco se aprecia ninguna construcción secuencial de la geometría proyectiva, la geometría descriptiva, la geometría analítica o la teoría de redes. Solo aparece un estandar por cada dominio, sin una preparación previa ni ningún nexo posterior con otros estándares. Por ejemplo sobre geometría proyectiva se propone realizar proyecciones planas de algunos sólidos o para geometría descriptiva se sugiere visualizar objetos en tres dimensiones desde diferentes perspectivas y analizar sus secciones transversales en grado décimo sin tocar el tema en ninguno de los cursos anteriores o posteriores. Adicionalmente se propone un solo estandar para geometría analítica en grado 10º, define circunferencia, parábola, elipse e hipérbola, identifica los elementos de cada una deduce sus ecuaciones en el plano cartesiano, que privilegia un acercamiento algebraico a las cónicas y no su caracterización desde el punto de vista geométrico.

La trigonometría tampoco sale bien librada a pesar de que se proponen tres estándares y no solo uno: deduce y aplica las propiedades especiales de un triángulo con ángulos de 30º, 60º y 90º (9º). conoce y calcula las razones trigonométricas seno, coseno y tangente para los ángulos agudos de un triángulo rectángulo y las utiliza para resolver triángulos, (9º) y utiliza relaciones trigonométricas para determinar longitudes y medidas de ángulos (10º). Estos estándares que parecen más bien objetivos específicos para alguna de las clases no reflejan la amplitud de tema ni la potencia de la trigonometría como recurso para la medición indirecta. Además de haber sido escogidos de manera caprichosa, el último de ellos tiene severos problemas de redacción.

Un recorrido por otras temáticas nos permite afirmar que la propuesta adolece de graves fallas de organización que reflejan no solo desconocimiento de la estructura de la disciplina sino del desarrollo cognitivo de los estudiantes. Veamos algunos ejemplos:

- Sobre sistemas de Coordenadas se proponen dos estándares: en grado 3º se propone utilizar un sistema de coordenadas para ubicar puntos en el plan pero solo hasta 5º grado se plantea la identificación del plano cartesiano y sus componentes y lo utilización para examinar propiedades de las figuras geométricas. Obviamente la identificación debería preceder a la utilización.
- Sobre el estudio de los sólidos se proponen varios estándares el primero de ellos en grado 1º, en donde se pide describir y argumentar sobre ...... mientras que en los grados superiores, hasta grado 8º se propone apenas la actividad de reconocimiento (ver tabla 1)

P	DESCRIBE Y ARGUMENTA.... ESFERAS Y CUBOS
1°	Reconoce algunas figuras geométricas tales como....esferas y algunas de sus partes.
2°	Reconoce y clasifica figuras y objetos de dos y tres dimensiones
4°	Clasifica, dibuja y construye objetos de dos y tres dimensiones
6°	Reconoce los poliedros, sus componentes y sus características
7°	Reconoce un cilindro y sus partes
8°	Identifica los cinco poliedros regulares y sus propiedades.
8°	Reconoce e identifica las propiedades de conos, prismas y pirámides.

Tabla 1

- Sobre Polígonos se proponen tres estándares: clasifica y reconoce polígonos y sus componentes y propiedades (5º) distingue entre polígonos cóncavos y convexos (6º) e identifica y clasifica los polígonos y sus partes, y deduce sus propiedades fundamentales (8º). Se propone primero la actividad de clasificación y luego las de distinción e identificación, actividades necesarias para poder hacer una clasificación.
- Sobre las relaciones de congruencia y semejanza, se pide en 4º de primaria entender los conceptos de congruencia y semejanza, pero luego en grado 8º reconocer triángulos similares y sus propiedades (8º) y comprender el concepto de congruencia de dos o más figuras geométricas, así como las propiedades reflexiva, simétrica y transitiva de la congruencia (8º). Este último estándar sugiere que se va a trabajar la congruencia como una relación de equivalencia pero ni antes ni después se hace un trabajo alrededor de esta propuesta.

Se peca por exceso en la demanda que se le hace al alumno y también por defecto dejando traslucir un desconocimiento total del desarrollo del pensamiento en el niño y en el adolescente. Se desconoce qué significa tener pensamiento geométrico y como se desarrolla en el alumno (ver tabla 2).

Excesos:

- Se ubica en el espacio y da direcciones de manera precisa. (1°)
- Utiliza un sistema de coordenadas para ubicar puntos en el plano.(3°).
- Entiende los conceptos de congruencia y semejanza.(3°).
- Utiliza modelos geométricos para resolver problemas en otras áreas de las matemáticas e incluso en otras disciplinas. (4°).

Defectos:

- Reconoce un cilindro y sus partes. (6°), aspecto que el niño puede entender desde grado primero.
- Comprende el concepto de escala (9°), solo hasta ese grado, cuando ya se les ha pedido que demuestren y apliquen la semejanza en situaciones prácticas.
- Interpreta y construye dibujos a escala.(9°) (idem)

Tabla 2

Sobre el lenguaje que se utiliza

A lo largo de la propuesta se observa un total descuido en el lenguaje empleado, lo que conduce a:

- Formular enunciados que generan errores conceptuales como:

  - Reconoce algunas figuras geométricas tales como puntos.....(1°).

  - Clasifica triángulos de acuerdo con su tamaño y forma. (3°).

  - Construye rectas y ángulos con medidas dadas (5°).

  - Construye la bisectriz de una recta y un ángulo dados.(6°).

  - Utiliza relaciones trigonométricas para determinar longitudes y medidas de ángulos. (10°)

- Redactar enunciados sugieren tratamientos didácticos absurdos como identificar el ángulo y sus componentes (2°). ¿Por qué se introduce de esta manera el ángulo?, ¿es este un acercamiento significativo que obedece a un contexto?
- Mezclar caprichosamente algunos temas, reflejando una preocupación por identificar nombres que por comprender relaciones geométricas. Por ejemplo identifica y construye las alturas, bisectrices, mediatrices y medianas de un triángulo dado e identifica los catetos y la hipotenusa de un triángulo rectángulo (7º).
- Escribir enunciados vagos e imprecisos que impiden comprender que se espera o que se sugiere hacia la enseñanza. Los siguientes son ejemplos de ellos:

  - Describe y argumenta matemáticamente acerca de figuras, formas y patrones que pueden ser vistos o visualizados (1°). ¿Qué significa argumentar matemáticamente en grado 1º?

  - Clasifica figuras y formas de acuerdo con criterios matemáticos (1°). ¿De qué criterios matemáticos se habla?

  - Reconoce y aplica traslaciones a objetos y figuras, y los representan mediante objetos (1°). ¿Cómo representar una transformación con un objeto?

  - Reconoce y crea figuras geométricas (2°). ¿Qué significa crear figuras geométricas?

- *Reconoce el círculo, la circunferencia y sus partes (4°). ¿Cuáles son las partes de la circunferencia?*
- *Reconoce un cilindro y sus partes (6°). ¿Cuáles son las partes del cilindro?*
- *Reconoce y clasifica figuras y objetos de dos y tres dimensiones. (2°). (Una cosa es ser y otra es tener)!.*
- *Identifica el plano cartesiano y sus componentes y lo utiliza para examinar propiedades de las figuras geométricas (5°). ¿Cuáles son las partes de plano cartesiano?*
- *Clasifica y reconoce los paralelogramos, sus componentes (diagonales, vértices, lados) y sus propiedades (5°). ¿Son las diagonales componentes de los paralelogramos?*

En síntesis, se desconoce en su totalidad la propuesta de geometría activa que se ha venido elaborando desde la renovación curricular y que se retomó en los lineamientos curriculares. Se hace una tergiversación de la propuesta del NCTM, tomando frases sueltas sacadas del documento, mal traducidas y mal organizadas. No se tienen en cuenta otras propuestas como la de los españoles que enfatiza en la geometría lúdica ni la de los franceses que se enfoca axiomáticamente.

Bibliografía

BALACHEFF, N. (2000). *Procesos de Prueba en los Alumnos de Matemáticas. una empresa docente.* Universidad de los Andes. Bogotá.

BELL, A. *Algunas notas acerca de la representación mediante puntos de números, series y funciones.* En: Enseñanza de las ciencias, 1997, 15 (3), 373 - 376

BARTOLINI, M; BOERO P (1998). *Teaching and Learning Geometry in Context.* En MAMMANA C; VILLANI V (eds). Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century. Kluwer Academic Publishers, Netherlands.

BARTOLINI, M; BOERO, P (1998). *Teaching and Learning Geometry in Context.* En MAMMANA C; VILLANI V (eds). Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century. Kluwer Academic Publishers, Netherlands.

CALDERON D; LEON O (1996). *La argumentación en matemáticas en el aula: una oportunidad para la diversidad.* Facultad de Educación Universidad externado de Colombia. Convenio COLCIENCIAS BID.

DUVAL R (1999). *Semiosis y pensamiento humano.* Peter Lang S.A./ Universidad del Valle.

FARRELL, M. (1987). *Geometry for Secondary School Teachers.* En LINDQUIST, M; SHULTE, A. (eds). Learning and Teaching Geometry, K-12. 1987 Yearbook, NCTM, Virginia.

FILLOY E (1998). *Didáctica e historia de la Geometría Euclidiana*. Colección Sociedad Mexicana de Matemática Educativa. Grupo Editorial Iberiamérica.

HERSHKOWITZ, R (1998). *About Reasoning in Geometry*. En MAMMANA C; VILLANI V (eds). Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century. Kluwer Academic Publishers, Netherlands.

HITT, F (1998). *Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y currículo*. Revista Educación Matemática. Vol. 10, no. 1, abril.

HOFFER A (1990). *La Geometría, más que demostración*. Revista Notas de Matemática, No. 29, abril, pp. 10 – 24.

JAIME A; GUTIERRES A (1996). *El Grupo de las Isometrías del Plano*. Editorial Síntesis. Colección Educación Matemática en Secundaria.

GUTIÉRREZ A (1998).*Las representaciones planas de cuerpos 3-dimesnsionales en la enseñanza de la geometría espacial* En: EMA, 1998, 3(3), 193 – 220.

KAPUT J (1992). *Technology and Mathematics Education*. En Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. Grows, D. A. (ed) Nueva York: MacMillan Publishing Company.

KIERAN C; FILLOY E (1989). *El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica*. En: Enseñanza de las ciencias, 7(3)

MALARA N (1999). *Acerca de las dificultades que tienen los profesores de secundaria para visualizar y representar objetos tridimensionales*. En: Educación Matemática, 11(3) 54 – 68

MARTINEZ C; RICO L; ROMERO I (1997).*Sistemas de Representación y aprendizaje de estructuras numéricas*. En: Enseñanza de las Ciencias. 1997, 15 (3), 361 - 371

MEN (1998). *Lineamientos Curriculares en Matemáticas*. Serie Lineamientos.

MORENO L (sin fecha). *Una perspectiva sobre la demostración*. CINVESTAV, México.

NCTM (1991). *Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales".

NCTM (2000). *Principles and Standars for School Mathematics*.

SANTOS LM; SANCHEZ E (1996). *Perspectivas en Educación Matemática*. Colección Didáctica, Lecturas. Grupo Editorial Iberoamérica.

VEBLEN O (1934). *The moderrn approach to elementary geometry*. En LINDQUIST, M; SHULTE, A. (eds). *Learning and Teaching Geometry*, K-12. 1987 Yearbook, NCTM, Virginia.

VILLELLA J (1983). *Sugerencias para la clase de matemática*. Aique.