

UNA CARACTERIZACIÓN DE ACTITUDES HACIA LO PROPORCIONAL

María del Socorro García González, Rosa María Farfán Márquez

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico, México.

mgargonza@gmail.com, rfarfan@cinvestav.mx

RESUMEN: La investigación reportada es el resultado de una investigación doctoral enfocada en el estudio de las actitudes desde la perspectiva socioepistemológica. Se ha considerado como objeto de actitud un saber matemático funcional: la proporcionalidad. Para la toma de datos y su análisis se adoptó el método de la Teoría Fundamentada. Los resultados muestran que la actitud manifestada depende del tipo de tarea en el que la proporcionalidad esté involucrada.

Palabras clave: actitud, socioepistemología, proporcionalidad

ABSTRACT: This report shows the outcomes of a PhD research focused on the study of attitudes from a socio-epistemological perspective. The attitude of functional mathematical knowledge: *proportionality* has been considered the object of study. For data capture and their analysis, the method of Supported Theory was used. The outcomes show that the evidenced attitude depends on the type task in which proportionality be involved.

Key words: attitude, socio-epistemology, proportionality

■ Introducción

Para que una actitud se desencadene, debe haber algo que la provoque, este algo se denomina objeto de actitud. En Matemática Educativa el objeto de actitud ha sido la matemática escolar, es decir, cuando se indaga la actitud de los estudiantes se hace en referencia a las predisposiciones que tienen sobre sus cursos de matemáticas o cuando resuelven problemas en el salón de clases (García & Farfán, 2016). El aporte de este estudio a la investigación sobre actitud proviene de la perspectiva teórica desde la cual hacemos el estudio, la teoría socioepistemológica (Cantoral, 2013), esto nos llevó a cuestionarnos el papel que juega el saber matemático cuando se considera objeto de actitud. Decidimos centrarnos en la proporcionalidad y responder la siguiente pregunta de investigación ¿qué actitudes se manifiestan cuando los estudiantes se enfrentan a la proporcionalidad?

■ Marco Teórico

La teoría socioepistemológica tiene como objetivo estudiar la construcción de conocimiento matemático situado, es decir, aquel que atiende a las circunstancias y a escenarios socioculturales particulares. Por lo que el conocimiento matemático se asume como el fruto de las interacciones entre epistemología y factores sociales. Además de acuerdo con Cantoral (2013) factores como la motivación, la afectividad, la imaginación, la comunicación, los aspectos lingüísticos o culturales desempeñan un papel fundamental en la conformación de las matemáticas entre los estudiantes. El reconocimiento de la componente social del saber matemático desde esta perspectiva nos permitió estudiar un fenómeno social, las actitudes centradas en un saber matemático, la proporcionalidad. Si bien hemos considerado el saber proporcionalidad como objeto de actitud, reconocemos en él aspectos culturales, históricos, institucionales y afectivos por ello nos referimos a él como lo proporcional.

Un estudio socioepistemológico exige de saberes funcionales y transversales y su problematización. La proporcionalidad cumple la funcionalidad en el sentido que es cercana a la experiencia humana y muy utilizada en actividades diarias como la preparación de recetas, la creación de mapas, etc. La transversalidad la cumple debido a que se encuentra presente en todos los niveles básicos de educación mexicana. La problematización de la proporcionalidad la retomamos de Reyes (2011) y nos sirvió para diseñar situaciones de aprendizaje por medio de las cuales provocamos las actitudes de los estudiantes para poder estudiarlas.

Para aproximarnos al estudio de la actitud, adoptamos el modelo tridimensional de actitud (TMA, Di Martino & Zan, 2010) que contempla como objeto de actitud la matemática escolar. Desde este modelo se considera la actitud como la relación del estudiante con la matemática caracterizada por tres dimensiones, emociones, visión de la matemática y competencia del estudiante. Reformulamos este modelo desde la Socioepistemología, tomando como objeto de actitud la proporcionalidad. Definimos a priori la actitud como la relación del estudiante con el saber matemático caracterizada por tres dimensiones: emociones, competencia del estudiante y visión de la situación de aprendizaje (Figura 1).

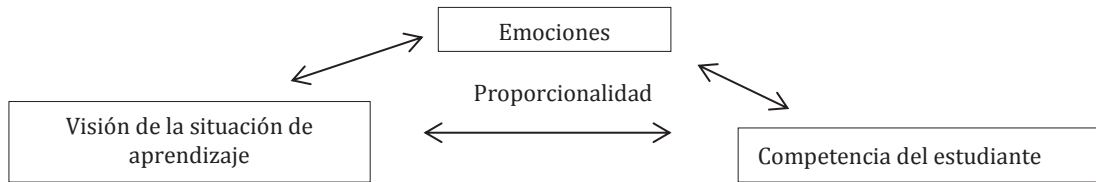


Figura 1. Caracterización a priori de la actitud hacia la proporcionalidad

Para dar cuenta de las emociones nos apoyamos en la Teoría de la Estructura Cognitiva de las Emociones, misma que las define como reacciones con valencia ante sucesos, objetos o personas. La visión de la situación de aprendizaje la entendimos desde la Socioepistemología en dos vertientes, funcional y utilitaria, con ésta última nos referimos a cuando el estudiante resolviera de manera mecánica la situación de aprendizaje basándose en conocimientos memorizados o sin argumentos sólidos, y por funcional nos referimos a que su solución se basara en la comprensión y uso de conocimientos apropiados. La competencia percibida la concebimos cuando el estudiante resolviera o no la situación de aprendizaje.

■ Metodología y análisis

Las situaciones de aprendizaje (SA) fueron las herramientas que nos permitieron desencadenar las actitudes de los estudiantes hacia lo proporcional, y se resolvieron en un taller denominado: *Trabajando con situaciones de aprendizaje*, que se desarrolló en sesiones semanales por 4 meses, en cada una de las sesiones se resolvieron las SA diseñadas y se recabaron otros datos de interés para el trabajo. Las sesiones tuvieron lugar en el Departamento de Matemática Educativa en las instalaciones del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, del Instituto Politécnico Nacional, unidad Zacatenco. Asistieron al taller 20 estudiantes (10 de hombres y 10 mujeres) que se encontraban cursando el último grado de educación secundaria en una escuela pública de la ciudad de México. Tenían entre 14 y 15 años de edad en el momento en que se desarrolló la investigación.

Cada una de las sesiones fue videograbada, cuando los estudiantes terminaban de resolver las SA se les entrevistó para tener mayor información de su resolución. Cuando se trató de una situación resuelta de manera grupal se realizaron preguntas directas a los participantes para profundizar en sus argumentaciones. Todos los participantes fueron entrevistados con la finalidad de tener información de su relación con las matemáticas escolares.

El análisis se realizó de dos formas: 1) por cada estudiante analizamos por tipo de tarea (mezcla, escala y razón y proporción) las actitudes que manifestaron (análisis horizontal), y 2) por tipo de tarea

analizamos las actitudes que se manifestaron, independientemente del estudiante, ya que son analizadas en conjunto (análisis vertical).

Con la adaptación del modelo TMA, los preceptos de la Teoría Fundamentada (TF, Glaser & Strauss, 1967) guiaron el análisis de datos con el fin de encontrar las propiedades que dieran cuenta de las dimensiones que de antemano consideramos. De acuerdo a los preceptos de la TF se llevaron a cabo tres etapas: 1) *codificación abierta*, en ella se realizó la búsqueda de conceptos; 2) *codificación axial*, consistió en identificar relaciones entre los conceptos hallados en la fase anterior y se definieron categorías, y 3) *codificación selectiva*, en ésta se realizó la integración y el refinamiento de las categorías encontradas. Las primeras dos etapas las realizamos tanto en la fase horizontal como en la vertical, después las confrontamos, los resultados obtenidos de esta confrontación nos arrojaron elementos suficientes para realizar la tercera etapa.

■ Resultados y discusión

El análisis de datos arrojó una redefinición de las categorías propuestas del TMA. La actitud que manifestaron los estudiantes hacia lo proporcional depende de tres factores: la convicción del estudiante para hacer frente a la SA (autoeficacia), las emociones desencadenadas por el trabajo con la SA y la valoración que hacen de dicho trabajo (visión de la SA). Se encontró que las actitudes manifestadas por los estudiantes son graduales y cambiantes a través del tipo de tarea resuelto. Acerca del objeto de actitud, se concluye que las actitudes hacia lo proporcional dependen del tipo de tarea en el que sea presentada la proporcionalidad y del diseño de la SA.

La caracterización de actitudes hacia la matemática escolar, modelo TMA, parece conservarse cuando el objeto de actitud es un saber matemático, evidencia de ello son las dimensiones que hemos encontrado (Figura 2). Con este resultado aportamos al estudio del afecto en Matemática Educativa evidencia de las características de las actitudes cuando el objeto de actitud es un saber matemático específico, este aporte lo hacemos desde la teoría socioepistemológica, la que nos permitió tener una mirada diferente del objeto de actitud, al centrar la atención en un saber matemático particular en lugar de la matemática escolar.

Para crear un ambiente de interacción aprendiz-proporcionalidad y estudiar las actitudes, la noción de aprendizaje como práctica social normada nos permitió realizar la recolección de datos en un aula extendida, el taller diseñado (Figura 2). Considerando como protagonistas del sistema didáctico el aprendiz, el saber y los entornos socioculturales mediados por las situaciones de aprendizaje. Encontramos evidencia de una actitud proactiva hacia lo proporcional que se manifiesta y se caracteriza por tres componentes, la visión de la situación de aprendizaje, las emociones que se desencadenan en la resolución de ésta y la autoeficacia del aprendiz.

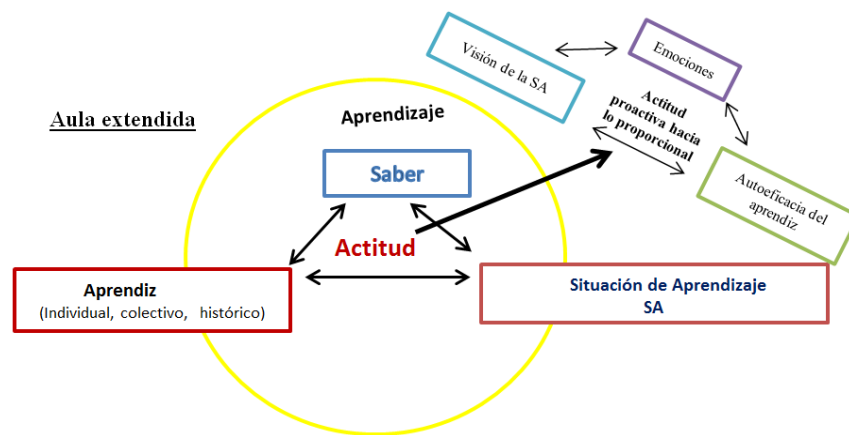


Figura 2. Triángulo Didáctico en la Socioepistemología y la consideración de actitudes.

De acuerdo a los resultados del análisis de datos, las tres componentes de la actitud se relacionan entre sí, sin embargo, no podemos decir qué componente se desencadena primero, o es la principal. Encontramos por ejemplo una relación entre la autoeficacia y las emociones, esto es, si el aprendiz tiene confianza y la creencia de que es capaz de resolver la situación de aprendizaje a la que se enfrenta y lo logra, se desencadena una emoción de júbilo, por el contrario, si no lo logra, se desencadena una emoción de congoja.

Otra relación identificada es entre la visión de la situación de aprendizaje y la autoeficacia, cuando para el aprendiz la SA a la que se enfrenta le es familiar, entonces da solución mediante su racionalidad contextualizada movilizándolo así su autoeficacia. Enseguida discutimos cada una de las dimensiones de la actitud proactiva identificada. H y M corresponden al sexo del estudiante, y el número obedece al orden considerado en la lista de asistencia. SA_n se refiere al número de situación de aprendizaje resuelta. En cursivas se resalta la emoción, y con subrayado las razones de los argumentos emitidos o la situación desencadenante de la emoción. Entre paréntesis se incluyen explicaciones para el lector.

■ Visión de la Situación de Aprendizaje

La visión de la situación de aprendizaje influye en las emociones y en la autoeficacia, por ejemplo si se es capaz de comprender la SA a la que se enfrenta, se reconoce qué problemática se está resolviendo y se encuentra una estrategia óptima para hacerlo confiado en lo que se sabe (autoeficacia), se desencadenará una emoción de júbilo. Los siguientes extractos de M5 y H1 pretenden dar evidencia de estas relaciones.

M5: *Me gustó* [la SA₇] porque le entendí, hasta le expliqué a M9, *me gusta sentir* que entiendo y ayudar a alguien a que le entienda, *me siento muy feliz*, creo que casi no me salen bien las cosas y ahora sí lo hicimos bien, bueno creo que estamos bien, porque sí nos salió el rompecabezas.

H1: Fue *muy emocionante* [la SA₉] porque yo tenía la razón y tuve que convencer a H4 de la respuesta correcta. El ejercicio es parecido a los de la escuela, pero al ser pintura me pareció *muy fácil* porque yo mezcló muchos colores, ya que *me gusta* dibujar y pintar. [Contexto familiar/visión funcional].

■ Emociones

Las emociones que identificamos se presentan de manera dicotómica: júbilo y congoja, y gusto y disgusto. Cada par aparece cuando las situaciones desencadenantes ocurren de manera opuesta, por ejemplo cuando se tiene la respuesta a la SA aparece el júbilo, de lo contrario aparece la congoja; el gusto y el disgusto se desencadenan por características específicas de la tarea proporcional y el diseño de la SA. Por ejemplo, en las tareas de escala la toma de decisiones desencadenó en algunos estudiantes disgusto por trabajar con una constante de proporcionalidad no entera. Y el gusto, por trabajar con una constante de proporcionalidad entera.

Acerca de las emociones durante la solución de problemas, la literatura reporta que los estudiantes experimentan diferentes emociones mientras resuelven un problema, por ejemplo el aburrimiento, la frustración, el enfado, el alivio, la felicidad o los nervios (Goldin, 2014). Nuestros resultados aportan más evidencia que la desencadenada por la resolución de problemas, se evidencia cómo las emociones son desencadenadas por la naturaleza de los problemas de proporcionalidad, como el uso de la constante de proporcionalidad con números no enteros, ya que les representa dificultad. Este resultado coincide con lo encontrado por Lamon (1993) quien encontró que los estudiantes llegan a frustrarse más fácilmente en este tipo de problemas, pero el afecto no era el objetivo de su investigación. Otro de los aportes es que se ha encontrado que el diseño de la SA influye en las valoraciones de los estudiantes, por ejemplo en las tareas de mezcla se notó una inclinación de gusto en las SA en donde tuvieron que preparar las mezclas. Este resultado concuerda con lo que Pepin (2011) señala, ella dice que la forma en la que la matemática esté hecha y se presente es un factor que influye las actitudes hacia las matemáticas.

■ Visión de la situación de aprendizaje

La visión de la SA se conservó del modelo TMA, pero sus propiedades cambiaron, encontramos una visión funcional asociada a diversos factores, como la comprensión de la SA, la familiaridad del contexto de ésta y la manipulación de las variables en la relación de proporcionalidad. Estos factores favorecieron en los estudiantes su visión funcional que se asoció a dar respuesta a la SA a través de la argumentación, por el contrario la visión utilitaria se desencadenó cuando los estudiantes sólo dieron una respuesta sin argumentarla. Encontramos también que la racionalidad contextualizada y el

relativismo epistemológico guiaron en todo momento las respuestas de los estudiantes. La siguiente evidencia de H1 en la SA₁, es un ejemplo de su racionalidad contextualizada al llevar la respuesta a una comparación con la práctica de referencia, preparar agua de sabor.

[63] M: ¿De qué depende la elección de la receta para hacer una buena agua de naranja?

[64] H1: De cómo se prepare. Yo hago agua de limón y me queda bien.

[68] H1: Lleno una jarra de 2 litros de agua natural, después le echo dos cucharadas de cocinar de azúcar, la revuelvo para que se disuelva, después le echo el jugo de 8 limones. Pero no sé en mililitros cuánto jugo es. Pero sabe bien, me dicen que el agua está buena.

En su comentario H1 señala que la elección de una mezcla es la manera en cómo se prepare ésta, pero el cómo se prepare en realidad es la relación adecuada (razón) entre el agua natural y la naranja, dicha relación se valida con el sabor de la mezcla. El sabor de la mezcla fue el argumento más utilizado para validar las elecciones de la mezcla, sobre todo en SA₁ y SA₇, en dónde los participantes pudieron probar las mezclas. Estos argumentos tienen una característica subjetiva, debido a que el sabor de la mezcla es personal, depende de las preferencias de las personas, por tanto las validaciones de las respuestas fueron distintas para cada estudiante.

Creemos que las actividades realizadas con materiales manipulables en el caso de las tareas de mezcla, favorecieron la visión funcional de la SA y su aceptación, por la familiaridad con el contexto de referencia, y por la forma en que ésta fue presentada, el hecho de preparar físicamente la mezcla permitió en la realidad determinar un mayor sabor a naranja en SA₁, y la preparación de aguas de jamaica, horchata y café en SA₇. Esta familiaridad que los estudiantes refieren en las tareas de mezcla ha sido señalada como una de las variables que influyen en las tareas de mezcla (Noelting, 1980, Lamon, 1993).

■ Autoeficacia

Las propiedades que nosotros identificamos de la autoeficacia (Usher & Pajares, 2009) tienen como fuente de evidencia las experiencias de rendimiento, la experiencia vicaria y la percepción verbal. Los estados fisiológicos y afectivos se encuentran en la componente emoción, sin embargo encontramos una relación entre la autoeficacia y la emoción. Pondremos un ejemplo que nos han parecido muy ilustrativo para referirnos a la autoeficacia, el caso de H1. Hemos resaltado en los datos las fuentes de evidencia de la autoeficacia, usando el subrayado dentro de corchetes.

La autoeficacia de H1 podemos describirla como alta, él creía en sus habilidades para resolver las situaciones {experiencias de rendimiento}, esta creencia se mantuvo durante todas las sesiones, para él era importante mejorar su desempeño en matemáticas {objetivo}, la autoeficacia se forma en

referencia a un tipo de objetivo}, este motivo lo impulsaba a mantener su autoeficacia. En la valoración de la SA1, H1 comentó:

H1: Fue un juego en el que puse a prueba mis conocimientos matemáticos {autoeficacia} no creía que estuviera haciendo matemáticas... en la escuela sólo resuelvo el libro o cuaderno no hago experimentos como éste {experiencias de rendimiento}, debería hacerlos la maestra.

En SA9, cuando logra convencer a H4 de la respuesta correcta encontramos evidencia de su autoeficacia.

[12] H1 {a H4}: La uno es la mejor, porque hay más amarillo, si le pones poco amarillo será un verde limón y no queremos eso.

[13]: Es casi igual la cantidad de amarillo.

[14] H1: ¡Claro que no! {Autoeficacia} [*Sube tono de voz enfadado*] ¡Mira!, en la uno por cada 100 de azul hay 233 de amarilla y en la 4 por cada 100 de azul hay 400 de amarillo.

El tener la razón en sus argumentos lo hizo sentirse bien.

H1: Fue muy emocionante porque yo tenía la razón y tuve que convencer a H4 de la respuesta correcta {experiencia vicaria}. El ejercicio es parecido a los de la escuela, pero al ser pintura me pareció muy fácil {autoeficacia} porque yo mezclo muchos colores porque me gusta dibujar y pintar.

■ Conclusiones

Este estudio fue motivado por la tendencia en Matemática Educativa de considerar a la actitud como una medida de agrado y desagrado. Con base en los fundamentos de la teoría socioepistemológica nos propusimos realizar una investigación, con una mirada diferente, esto supuso adoptar un saber matemático como objeto de actitud, lo proporcional. Para nosotros la centración en el saber matemático representaba una profundización en las actitudes que pudieran ser manifestadas por los estudiantes. Consideramos que el modelo de actitud que encontramos robustece la caracterización reportada en la literatura, al explicar las propiedades de las categorías y la actitud misma, como producto de la interacción del estudiante y el saber.

Creemos que la actitud proactiva está relacionada al contexto del taller desarrollado y la característica misma de éste, en él las normas del salón de clase quedaron opacadas, por ejemplo el profesor y la obtención de calificaciones, y sólo contó la interacción aprendiz-saber, sin embargo en este contexto había algo del estudiante que se conservó, el deseo de aprender matemáticas, estas metas de los estudiantes fueron las que sirvieron como motivación para el trabajo con las SA, debido a que asistieron al taller para mejorar sus habilidades en matemáticas, este objetivo era compartido por los

estudiantes asistentes y por sus madres quienes estuvieron al pendiente de ellos llevándolos a cada una de las sesiones del taller. Este objetivo fue la motivación que sostuvo la actitud proactiva de los estudiantes. Este resultado coincide con los encontrados por Gómez-Chacón (2013) quién sugiere que el afecto está relacionado con la motivación mediante metas y el auto-concepto.

Un resultado que creemos que es diferente al reportado en los estudios que nos preceden es que ha quedado demostrado que la forma en que el saber se presenta, influye las valoraciones de los estudiantes, por ejemplo encontramos que algunos diseños de las SA provocaron en los estudiantes una atracción que favoreció la actitud proactiva. Fue el caso de las SA dónde se contemplaron actividades prácticas como la preparación de recetas y el armado del rompecabezas, debido a que representaron para los estudiantes un instrumento tangible que les permitió validar el trabajo realizado.

Centrarnos en lo proporcional y trabajar con diferentes tipos de tarea nos permitió ver que hay ciertos aspectos de un saber matemático que pueden desencadenar valoraciones diferentes, encontramos que las tareas de mezclas fueron más interesantes para los estudiantes por dos razones, la toma de decisión y la manipulación de las variables presentes en la relación proporcional, mediante la mezcla de líquidos o la preparación de agua de sabor. Por el contrario, las tareas de escalas fueron valoradas menos favorablemente, en algunos casos, debido al factor de proporcionalidad usado, para ellos fue difícil manipular un $k=0.75$ y reducir con él las medidas de un rompecabezas, pero no ocurrió lo mismo con $k=0.5$, éste se les facilitó.

Si bien nuestro objeto de actitud fue un saber matemático, la mirada desde la que se hizo fue el sujeto, un aprendiz, por ello su identidad jugó un papel importante en la actitud proactiva que encontramos, por ejemplo sus creencias personales de la matemática y sus juicios de autoeficacia respecto al trabajo con lo proporcional, también intervinieron las relaciones que los estudiantes fueron estableciendo a lo largo del taller con sus pares, en algunos casos estas relaciones fueron determinantes para resolver la situación de aprendizaje solicitada.

■ Referencias bibliográficas

- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la matemática educativa. Estudios sobre la construcción social del conocimiento*. España: Gedisa.
- Di Martino, P. & Zan, R. (2010). 'Me and maths': towards a definition of attitude grounded on students' narratives. *Journal Mathematics Teacher Education* 13, 27–48.
- García, M. S. & Farfán, R. M. (2016). Attitudes of secondary school students towards work in learning situations. In K. Konrad & V. Nađa (Eds.), *Proceedings of Ninth Congress of European Research in –Mathematics Education (CERME 9)*, 1311-1312.
- Glaser, B. y Strauss, A.L. (1967). *The Discovery of Grounded Theory: Strategies for Qualitative Research*. Chicago: Aldine De Gruyter.

- Goldin, G. (2014). Perspectives on emotion in mathematical engagement, learning, and problem solving. In R. Pekrun & L. Linnenbrink-Garcia (Eds.), *International Handbook of Emotions in Education* (pp. 391–414). New York: Routledge.
- Gómez-Chacón, I. (2013). Prospective Teachers' Interactive Visualization and Affect in Mathematical Problem-Solving. *The Mathematics Enthusiast* 10 (1&2), 61-86.
- Lamon, S. (1993). Ratio and Proportion: Connecting Content and Children's Thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(1), 41–61.
- Noelting, G. (1980). 'The development of proportional reasoning and the ratio concept: part I – Differentiation of stages', *Educational Studies in Mathematics* 11, 217–253.
- Pepin, B. (2011). Pupils' attitude towards mathematics: A comparative study of Norwegian and English secondary students. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education* 43(4), 535–546. doi 10.1007/s11858-011-0314-9
- Reyes, D. (2011). *Empoderamiento docente desde una visión Socioepistemológica: Estudio de los factores de cambio en las prácticas del profesor de matemáticas*. Tesis de Maestría no publicada. Cinvestav, DF, México.
- Usher, E. L., & Pajares, F. (2009). Sources of self-efficacy in mathematics: A validation study. *U*, 34(1), 89–101.