EL PROCESO COGNITIVO-LINGÚÍSTICO DE LA JUSTIFICACIÓN EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS

Rodolfo Eliseo D´Andrea[(1),(2)], Mónica Adriana Real[(3)], Patricia Sastre Vázquez[(2)]
(1) Pontificia Universidad Católica Argentina. Facultad de Química e Ingeniería.
(2) Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires.
(3) Instituto Superior de Formación Docente N° 1 de la Provincia de Buenos Aires (República Argentina)
rodolfoedandrea@gmail.com, monireal@gmail.com, pasava2001@yahoo.com.ar

RESUMEN: El objetivo de este trabajo es analizar los procesos cognitivo-lingüísticos que los estudiantes pueden llegar a utilizar para determinar y sostener el valor de verdad de una proposición. Se les propuso determinar el valor de verdad de un grupo de proposiciones, justificando el porqué de la elección realizada. Los resultados obtenidos mostraron que un importante porcentaje de estudiantes pudieron determinar el valor de verdad adecuadamente, pero no pudieron justificarlo. En los casos que lo hicieron, se observó, que la justificación realizada consistió en la exhibición de algunos casos particulares aleatorios, mientras la justificación coloquial fue usada por pocos estudiantes.

Palabras clave: justificación de proposiciones, valor de verdad, estrategia cognitiva

ABSTRACT: The aim of this research work is to analyze the cognitive-linguistic processes that can be used by students to determine and support the truth value of a proposition. The students were asked to determine the truth value from a set of propositions, by justifying their election. The obtained results showed that a significant percentage of students could adequately determine the truth value, but they could not justify it. In the cases they could do it, they just showed some specific randomize cases, while few students used the colloquial justification.

Key words: proposition justification, truth value, cognitive strategy

Introducción

El presente reporte de investigación forma parte del trabajo realizado en el proyecto de investigación acreditado: Procedimientos lógicos y procesos cognitivos lingüísticos asociados a la enseñanza y aprendizaje de las ciencias en la formación universitaria, en desarrollo en la Facultad de Agronomía de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Argentina y en la Facultad de Química e Ingeniería del Rosario de la Pontificia Universidad Católica Argentina, Campus Rosario.

El presente trabajo es referente a la justificación que realiza el estudiante universitario en los procesos cognitivos – lingüísticos durante procesos de validación. En relación a esto, es muy atinado iniciarlo con representativa cita textual de Piaget (1983) en que se hace referencia a la justificación, y que se manifiesta del modo siguiente:

> La justificación de las cosas es necesaria ya que al niño, las indicaciones no lo satisfacen pues él encuentra una justificación a todo lo que para nosotros es un mero dato sin una razón, a todo lo que no puede ser sino asumido.” (p.146)

Esta cita suena sorprendente si pensamos a ese niño transformado en un estudiante del ciclo de enseñanza media en Argentina y en un curso de Matemática donde, en general, los procesos de aprendizaje se estructuran sobre una praxis integrada por actividades que aplican algoritmos sin que medie la justificación de las razones que llevan a realizarlas.

Si el niño es curioso y por todo pregunta el porqué, entonces: ¿Por qué el pensamiento de ese niño curioso se transforma en el proceso de escolarización? Según Parra (1990) en la escuela media en Argentina interesa que el estudiante aplique algoritmos, que no estén concebidos como un proceso sino como una rutina memorística, que no lo obliga a interactuar con situaciones que lleven a modificar, revisar o rechazar un conocimiento para generar uno nuevo. Los estudiantes en Argentina que ingresan a la Universidad en Carreras que utilizan Matemática como herramienta requieren ciertos contenidos propedéuticos de carácter elemental que son imprescindibles para el desarrollo de esta ciencia y que son propios del ciclo medio y cuya solidez posibilitará generar la construcción intelectual de la carrera de grado elegida. Estos conocimientos no son suficientes, requieren conocer también cuestiones epistemológicas que se traducen en acciones, entre otras como la justificación. Dreyfus (2000) considera que la justificación es un trabajo continuo para avanzar en el pensamiento matemático. No obstante, los estudiantes en Argentina están entrenados en la repetición de algoritmos durante su enseñanza media perdiendo así ese ‘niño curioso’ necesario en los procesos de validación.

El objetivo de este trabajo es analizar el proceso cognitivo-lingüístico de la justificación que estudiantes universitarios utilizan para determinar y sostener el valor de verdad de una proposición. Nos preguntamos cuáles son las estrategias que esgrimen para sostener la justificación y validación de las proposiciones.

Marco teórico

Se define *estrategia* a un proceso configurado como un conjunto de tareas sistemáticas adecuadas para la consecución de una meta. Siendo *estrategia cognitiva*, el bagaje que todo ser humano posee para pronosticar contextos ya vivenciados. (Coll, 1987).

Jorba, Gómez, Prat (1998) definen como estrategias o habilidades cognitivo-lingüísticas al conjunto de operaciones de identificación, de relación, de comparación y activación de los conocimientos lingüísticos. Estas habilidades son las formas que se realizan al leer o al escribir, aunque aún permanezcan en discusión. Según Jorba et al (1998) las habilidades cognitivo-lingüísticas son las descripciones; definiciones; explicaciones; justificaciones y argumentaciones.

Interesa en este trabajo enfocarse en la justificación. Ésta es una estrategia que consiste en generar razones e instaurar vínculos que posibiliten la concreción de un designio de tipo comunicacional. Permite preservar el valor de verdad de un determinado conocimiento y la sustentabilidad de una posición. Los procedimientos cognitivos implicados en esta estrategia se manifiestan a través de las siguientes acciones: 1) engendrar razones o argumentos; 2) la constitución de relaciones que permitan establecer el sostén del valor de verdad de un conocimiento; 3) el examen de aceptación; 4) la evaluación de posiciones opuestas que permitan establecer la validez de la postura adoptada. (Jorba et al, 1998). Particularmente en Matemática interesan las dos primeras. La validez de una proposición verdadera se establece a través de una cadena de argumentos que se sostienen en la justificación. Las relaciones que se establecen entre los eslabones de la cadena argumentativa es lo que establece la sustentabilidad de la verdad de la proposición. Si se contextualiza el término justificación en relación al procedimiento que puede realizar un estudiante en la resolución de un problema o en el sostén del valor de verdad de una proposición, se hace referencia entonces a los recursos argumentativos que se establecen en una clase de matemática para sustentar enunciados con contenido matemático y para promover un grado de adhesión y convencimiento hacia él. En general, la justificación suele tener dos propósitos: uno epistemológico que consiste en la aseveración, explicación o fundamentación de una verdad matemática; y por otro lado, uno psicológico, que consiste en que el interlocutor consiga algún aprendizaje, así como un estado epistémico — que consiste en la certeza o convicción acerca del valor de verdad — hacia la proposición que se quiere validar. Esta actitud de convencimiento propugna en el estudiante el desarrollo de un criterio de certeza que será determinante en el futuro profesional. (Hanna y Jahnke, 1996).

El proceso de la justificación implícitamente permite la comprensión y apropiación de las diferentes estructuras conceptuales. Los estudiantes de cualquier nivel requieren siempre, en Matemática, colocarse frente a situaciones que necesitan decidir el valor de verdad de una proposición. Tal decisión debe ser sostenida y para ello es necesario poner en juego la acción de justificar y la justificación requiere de la argumentación y ésta, del razonamiento. Al momento de justificar, los estudiantes pueden realizar, desde una simple explicación coloquial hasta un razonamiento de mayor complejidad apoyado por conceptos teóricos e inclusive, en ciertos casos, podrían exponer una justificación sostenida en un razonamiento visual. Es un procedimiento común, también, que los estudiantes presenten un ejemplo ante el proceso de validación de una proposición cuyo valor de verdad se quiere sostener. Pero ese ejemplo, no puede estar desprovisto de explicaciones que sustenten su presencia y su razón de ser frente a la necesidad de justificación.

Balacheff (2000) encuadra como "*empirismo ingenuo*" a la prueba que presenta un estudiante para establecer la verdad de una proposición e inclusive justificarla mostrando algunos ejemplos elegidos en forma aleatoria, sin criterio. Por lo general, cuando se les pide a los estudiantes, validar una nueva proposición, éstos reaccionan de manera espontánea y sin reflexión, exhibiendo un ejemplo aleatorio. Inclusive, se desempeñan así, aún habiendo visto su prueba de validez, expuesta por el docente en clase. Healy y Hoyles (2000) sostienen que los estudiantes necesitan realizar ensayos de verificación – inclusive después de realizada la demostración – porque precisamente, la demostración no los convence y la exhibición de ejemplos les refuerza la idea conceptual propugnada por la proposición demostrada.

La elección adecuada de ejemplos es una tarea que requiere reflexión y su práctica cotidiana contribuye a la construcción del razonamiento de los estudiantes.

Metodología

El trabajo de campo asociado a esta investigación se realizó en la Facultad de Química e Ingeniería de la Pontificia Universidad Católica Argentina, Campus Rosario. Se efectuó una convocatoria voluntaria para estudiantes de Ingeniería de dos especialidades: Industrial y Ambiental con la condición que tuvieran aprobado el curso propedéutico y no tuvieran la carga adicional de un trabajo. Así, se constituyó un grupo de 50 estudiantes de 18 años, con idéntico número de varones que de mujeres. El instrumento que permitió realizar el estudio propuesto para esta investigación consistió en un grupo de proposiciones en las que cada estudiante debía determinar su valor de verdad justificando en cada caso la elección realizada. El momento elegido para llevar a cabo la experiencia fue una de las primeras clases al inicio de la cursada del primer cuatrimestre de la Carrera, en la asignatura: 'Álgebra y Geometría'. Las proposiciones fueron leídas lentamente y en voz alta por un docente, de manera de evitar cualquier ambigüedad en cuanto a la interpretación de signos y símbolos. Se puso a consideración de los estudiantes cuatro funciones proposicionales cuantificadas de carácter elemental que tenían como propósito la determinación de sus valores de verdad y su justificación. Se recolectaron las producciones individuales de los estudiantes y se tabularon de acuerdo a las respuestas que ellos dieron. El carácter elemental de las proposiciones no fue casual, se planteó de modo tal que el contenido implícito en la proposición no contuviera complejidades conceptuales que pudieran interferir en el objetivo del trabajo. Al momento de diseñar la actividad, se tuvo en cuenta que se contemplaran todos los casos posibles: una función proposicional cuantificada universalmente verdadera y otra falsa; una función proposicional cuantificada existencialmente verdadera y otra falsa. A continuación, se detallan las consignas de la propuesta:

Determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Justificar el por qué del valor de verdad escogido en cada caso, sosteniendo el mismo a través de una explicación coloquial y/o sustento teórico asociado a la proposición analizada.

1. $\exists x \in M \,/\, (x+1)(x+5)x(x-3)(x-1)(x-2)(x-4)=0;$ 2. $\exists x \in M \,/\, x-1=4;$
3. $\forall x \in M : x-1<4;$ 4. $\forall x \in M : x^2<0,\ siendo: \ M=\{-3,-2,-1,1,2,3,4\}$

Resultados

En todos los ejercicios, la idea central es describir cómo los estudiantes evalúan el valor de verdad de una función proposicional cuantificada y cómo justifica su elección. Y cuál es el análisis que realiza el estudiante respecto del valor de verdad.

EJERCICIO 1 : $\exists x \in M/(x+1)(x+5)x(x-3)(x-1)(x-2)(x-4)=0$, siendo: $M=\{-3,-2,-1,1,2,3,4\}$

En este ejercicio, se presenta una función proposicional cuantificada existencialmente con valor de verdad verdadero. La forma más usual de validar un caso como éste es la exhibición de un ejemplo que haga verdadera a la función proposicional. En base a esto, lo esperado es que los estudiantes pudieran determinar el valor de verdad de la proposición con la exhibición de, por lo menos, un caso que anulara la función proposicional asociada al cuantificador. Asociados al valor o valores escogidos se esperaba también que los estudiantes pudieran exhibir una mínima explicación coloquial del porqué de la elección o elecciones realizadas y/o también que mostraran el cálculo que permitía determinar que ese valor escogido satisfacía la función proposicional asociada al cuantificador.

Los resultados obtenidos se detallan a continuación:

1) el 29% de los estudiantes determinaron adecuadamente el valor de verdad de la proposición dada sin justificar; 2) el 3% de los que determinaron adecuadamente el valor de verdad de la proposición dada, justificaron a través de una inapropiada explicación coloquial: 3) el 6% determinó inadecuadamente el valor de verdad de la proposición dada sin justificar; 4) el 4% determinó inadecuadamente el valor de verdad de la proposición dada con una contradictoria justificación coloquial; 5) el 7% hizo la determinación adecuada del valor de verdad de la proposición dada y justificó a través de una apropiada explicación coloquial: 6) un 6% que determinó adecuadamente el valor de verdad de la proposición dada justifica con una apropiada explicación coloquial y además exhibe un ejemplo, pero sin mediar el cálculo que muestra que ese valor escogido satisface a la función proposicional asociada al cuantificador; 7) un 3% determinó adecuadamente el valor de verdad de la proposición dada, justificando con una apropiada explicación coloquial y la exhibición de

un ejemplo, con el cálculo que muestra que ese valor escogido satisface a la función proposicional asociada al cuantificador; 8) el 15% de los estudiantes determinaron adecuadamente el valor de verdad de la proposición dada y justificaron a través de la exhibición de un ejemplo sin mediar una explicación ni el cálculo que muestre que este caso satisface a la función proposicional asociada al cuantificador; 9) el 16% logró determinar adecuadamente el valor de verdad de la proposición dada y justificar a través de la exhibición de un ejemplo sin mediar una explicación, pero si mostrando el cálculo que permite ver que el valor escogido satisface a la función proposicional asociada al cuantificador; 10) el 7% de los estudiantes determinó adecuadamente el valor de verdad de la proposición dada y justificó a través de la exhibición de dos o tres valores, pero sin explicitar el cálculo que muestra que los valores escogidos satisfacen a la función proposicional asociada al cuantificador; 11) el 4% determinó adecuadamente el valor de verdad de la proposición dada y justificó a través de la exhibición de dos o tres valores sin mediar una explicación, pero si mostrando el cálculo para cada uno de los valores escogidos que satisfacen a la función proposicional asociada al cuantificador.

EJERCICIO 2 $\exists x \in M / x - 1 = 4$, siendo: $M = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$

Aquí, se presenta una función proposicional cuantificada existencialmente con valor de verdad falso. En este ejercicio, lo esperado es que el estudiante pueda ver que, probando con todos los elementos del universal, se justifica que el valor de verdad de la función proposicional cuantificada existencialmente es falso. Asimismo, el estudiante podría resolver la ecuación establecida como función proposicional asociada al cuantificador existencial y ver que el elemento perteneciente al conjunto solución no pertenece al universal.

Los resultados obtenidos se detallan a continuación: 1) el 28% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente sin justificar; 2) el 11% determinó el valor de verdad adecuadamente de la proposición dada y justificó a través de la exhibición de un ejemplo elegido al azar, no escogido del universal; 3) un 13% de los estudiantes determinó el valor de verdad adecuadamente de la proposición dada y justificó a través de la exhibición de un ejemplo elegido del universal; 4) otro 13% determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente y justificó a través de la exhibición de varios ejemplos elegidos al azar, no escogidos del universal; 5) el 12% de los estudiantes determinó el valor de verdad adecuadamente de la proposición dada y justificó a través de la exhibición de varios ejemplos elegidos del universal; 6) el 3% de ellos determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente y justificó a través de una inapropiada explicación coloquial; 7) el 7% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente con justificación coloquial y un ejemplo escogido del universal; 8) el 5% logró determinar el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente resolviendo la ecuación asociada al cuantificador existencial y viendo que ese elemento no pertenecía al universal; 9) el 3% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente y justificó evaluando la función proposicional asociada al cuantificador existencial para todos los elementos del universal;

10) el 2% de los estudiantes determinó inadecuadamente el valor de verdad de la proposición dada sin justificación ni la exhibición de un ejemplo; 11) el 3% de los estudiantes determinó inadecuadamente el valor de verdad de la proposición dada con una justificación coloquial contradictoria.

EJERCICIO 3: $\forall x \in M: x - 1 < 4$, siendo: $M = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$

La proposición dada en este caso alude a una función proposicional cuantificada universalmente verdadera. Se espera que el estudiante pueda justificarla chequeando uno por uno los elementos del universal en la función proposicional asociada al cuantificador. Otra opción, es que el estudiante pueda resolver la desigualdad asociada al cuantificador universal y observar que ésta es satisfecha por todos los elementos del universal.

Los resultados obtenidos se detallan a continuación: 1) El 31% de los estudiantes determinó el valor de verdad adecuadamente de la proposición dada sin justificar; 2) el 21% de ellos determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente y justificó resolviendo la desigualdad asociada al cuantificador, observando que todos los valores del universal satisfacen la condición establecida por la nueva desigualdad obtenida; 3) el 16% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente y justificó chequeando uno por uno los valores del universal, observando que satisfacen la desigualdad asociada al cuantificador; 4) el 12% determinó el valor de verdad adecuadamente y justificó con algunos ejemplos del universal (pero no todos); 5) un 8% logró determinar el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente justificando coloquialmente de manera apropiada; 6) El 6% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente y justificó a través de una inapropiada explicación coloquial; 7) solo un 6% de los estudiantes determinó inadecuadamente el valor de verdad de la proposición dada sin justificación.

EJERCICIO 4: $\forall x \in M: x^2 < 0$, siendo: $M = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$

La proposición considerada en este caso alude a una función proposicional cuantificada universalmente con valor de verdad falso. Se espera que los estudiantes puedan probar que la proposición es falsa, utilizando un contraejemplo, o bien que pudieran justificar a través de la definición de valor absoluto o apelando a su interpretación geométrica. Aquí, puede entrar en juego, la visualización en el último caso, o la mera justificación conceptual en el caso de apelar directamente a la definición.

Los resultados obtenidos se detallan a continuación: 1) el 29% de los estudiantes determinaron adecuadamente el valor de verdad de la proposición dada sin justificar; 2) el 31% determinó adecuadamente el valor de verdad de la proposición dada y justificó a través de la exhibición de un ejemplo elegido sin criterio – esto se evidencia por la ausencia de una explicación coloquial que sostuviera esta elección y también por la ausencia de la evaluación de la función proposicional en ese valor que permitiera determinar que para este valor de verdad la función proposicional resulta falsa –;

3) un 11% de los estudiantes determinaron adecuadamente el valor de verdad de la proposición dada y justificaron a través de la exhibición de varios ejemplos elegidos sin criterio; 4) el 3% determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente y justificó a través de una apropiada explicación coloquial; 5) el 7% de los estudiantes determinó adecuadamente el valor de verdad de la proposición dada justificando con una apropiada explicación coloquial y la exhibición de un ejemplo aleatorio; 6) el 3% de los estudiantes determinó adecuadamente el valor de verdad de la proposición dada y justificó a través de una inapropiada explicación coloquial: 7) el 6% de los estudiantes determinó inadecuadamente el valor de verdad de la proposición dada sin justificar; 8) el 3% de los estudiantes determinó inadecuadamente el valor de verdad de la proposición dada con una contradictoria justificación coloquial.

Los resultados obtenidos mostraron que un importante porcentaje de los estudiantes que realizaron los ejercicios pudieron determinar el valor de verdad de la proposición dada pero no pudieron sostenerlo. Por otro lado, pocos estudiantes determinaron inadecuadamente el valor de verdad de cada proposición. Algunos, en el último caso descripto, intentaron justificar, pero lo hicieron contradictoria o erróneamente. Estos resultados, hacen suponer que los estudiantes no se desempeñan adecuadamente para la tarea de justificación. Una posible explicación podría deberse al desconocimiento conceptual de la función proposicional involucrada en la proposición, lo que aquí no tiene sentido, debido al carácter elemental del contenido implícito en cada proposición. Más probablemente el factor determinante en la incapacidad de justificación es la imposibilidad que presentan los estudiantes en generar argumentos construidos a partir de los conocimientos que se determinan en un cierto universo del discurso específico del área que están desarrollando. Otro factor decisivo es que no pudieron establecer relaciones con conceptos previos conectados con el de la proposición a validar. Esto se evidenció a través de una acción muy recurrente de los estudiantes al momento de justificar, y fue la exhibición de casos particulares. Esto usualmente se evidencia porque los ejemplos aparecen, en la generalidad, sin la debida evaluación de la función proposicional que se quiere validar en estos casos que se ejemplifican. Esto denota dos cuestiones epistemológicas importantes. Por un lado, la confusión del estudiante frente a las acciones de justificar y verificar. Por otro lado, el desempeño inadecuado en la realización de esas actividades. Los estudiantes consideran que a través de la verificación están justificando, y no siempre esto es suficiente para satisfacer tal requisito. Si se observan detenidamente los resultados obtenidos en cada ejercicio, hay una constante que se repite ostensiblemente en todos. Los estudiantes, en general, exhiben ejemplos como justificación sea cual sea el cuantificador e inclusive en algunos casos lo hacen adicionalmente a la presentación de una explicación coloquial.

Conclusiones

De acuerdo a los resultados obtenidos y descriptos precedentemente en el párrafo anterior, se exponen las siguientes conclusiones. El proceso cognitivo – lingüístico de justificación que el estudiante utiliza para determinar y sostener el valor de verdad de una proposición, resulta que al decir de Parra (1990), el estudiante se paraliza porque no hay un algoritmo de referencia para resolver la situación propuesta. Según Dreyfus (2000), en su historia de escolarización sistemática, nunca fueron relevantes los procesos de justificación y validación, por lo tanto, no se les hace necesario utilizarlos. Se desorientan al no tener un proceso definido que responda a un algoritmo concreto, produciéndose una desarticulación intelectual, de manera que el estudiante recurre al empirismo ingenuo (Balacheff, 2000), realizando un continuo ensayo y error consistente en una exhibición compulsiva de ejemplos, carentes de fundamento y criterio. Esto confirma que la actitud psicológica de convencimiento y la epistémica que permite alcanzar el criterio de certeza, que aluden Hanna y Jahnke (1996) son las que el estudiante tiene que esgrimir y que nunca le fueron enseñadas. No sabe hacerlo, ya que, en su historia escolar previa, estos procesos no se produjeron. Buscando en su memoria emotiva de la escuela secundaria un proceso que puedan replicar, en esa búsqueda no encuentran nada, ya que no tuvieron la posibilidad de aprender esos procesos. Se limitaron a la simple aplicación de algoritmos, y es entonces que se producen esos visos de empirismo ingenuo (Balacheff, 2000) porque apelan a una estructura psíquica anterior y elemental que es mostrar casos.

Referencias bibliográficas

Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas.* Bogotá: Una empresa docente. Universidad de Los Andes.

Coll, C. (1987). Meaning and sense in school learning. Thoughts about meaningful learning. *Journal for the Study of Education and Development.* 11 (41), 131 – 142

Dreyfus, T. (2000). La demostración como contenido a lo largo del curriculum. En Gorgorió, N. Deulofeu, A. y Bishop, A. (Coords.). Matemáticas y Educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional. Barcelona. Graó, S.R.L. pp.125– 133.

Hanna, G. y Jahnke, H. N. (1996). Proof and proving. En A. J. Bishop et al. (Eds.): *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 877-908). Dordrecht: Kluwer, A. P

Healy, L. y Hoyles, C. (2000). A study of proof Conceptions in Algebra. *Journal for Research in Mathematics Education. 31(4),* 396 – 428.

Jorba, J., Gómez, I. y Prat, A. (1998). Hablar y escribir para aprender. U o de la lengua en situación de enseñanza-aprendizaje desde las áreas curriculares. Madrid: Síntesis.

Parra, B. (1990). "Dos concepciones de resolución de problemas de matemáticas". En: Alarcón Bortolussi, J.; Rosas Domínguez, R.S. (coord.). La enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria. Lecturas. 1995. p. 13. SEP, México. (Primer nivel. Programa Nacional de Actualización Permanente. Originalmente apareció en la revista Educación Matemática, 2(3). 1990.

Piaget, J. (1983). *El Lenguaje y El Pensamiento en el niño.* Estudio sobre la lógica del niño I. Buenos Aires: Guadalupe.