

ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LOS ESTUDIANTES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS *ISOMORFOS* DE PROBABILIDAD CONDICIONAL

M^a Ángeles Lonjedo
IES Montserrat

M. Pedro Huerta
Universitat de València

RESUMEN

En este trabajo completamos un estudio anterior con el que iniciamos una investigación más amplia que trata de estudiar la influencia que tiene, en los procesos de resolución, el formato de presentación de los datos en el enunciado de un problema de probabilidad condicional. No sólo centramos la investigación en la influencia que tienen los datos numéricos sino que, también, la centramos en la posible influencia de la expresión que refiere a una probabilidad condicional con el comportamiento de los estudiantes. Así, mostraremos un esquema de análisis para el estudio de estos comportamientos, particularizándolo para tres problemas estructuralmente isomorfos.

ABSTRACT

This work follows a prior study in which we investigated about the influence on students' behavior of the data in text of word conditional probability problems. Here we will show a schema for the analysis of students' behavior, and in particular when they are solving three structurally isomorphic problems.

INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA XI

M^a Ángeles Lonjedo y M. Pedro Huerta (2007). ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LOS ESTUDIANTES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS *ISOMORFOS* DE PROBABILIDAD CONDICIONAL, pp. 273-282.

INTRODUCCIÓN

Algunos trabajos que preceden a éste ya adelantan que el formato de presentación de los datos en un problema de probabilidad es un factor que influye en el éxito de los estudiantes. Así, por ejemplo, Sedlmeier (2002) y nosotros mismos, Huerta y Lonjedo (2006), informamos que diferentes formatos de presentación de los datos en un problema de probabilidad condicional conducen a comportamientos diferentes de los estudiantes en la resolución de esos problemas, y que siendo el formato de presentación de datos las frecuencias en lugar de probabilidades, los estudiantes actúan mejor con las primeras que con las segundas.

En otro trabajo anterior, Huerta y Lonjedo (2006) ya hemos determinado que si los datos están expresados en términos de porcentajes entonces los estudiantes resuelven los problemas usando principalmente un razonamiento que podríamos calificar como aritmético para distinguirlo del razonamiento probabilístico usado, mayoritariamente, cuando los datos están expresados en términos de probabilidades. Los formatos de presentación de los datos que entonces contraponíamos eran los porcentajes y las probabilidades. Aquí, sin embargo, vamos a contraponer tres formatos de presentación de datos en un problema en el que el contexto es el mismo y la estructura de datos y de relaciones entre los datos es isomorfa, por lo que es el mismo problema pero expresado en tres formatos de datos diferentes: sólo probabilidades, sólo porcentajes y combinando frecuencias con porcentajes.

Así pues, lo que pretendemos mostrar en este trabajo es como el comportamiento de los estudiantes varía en función de cómo están expresados los datos en el texto del problema, mejorando el porcentaje de éxito si estos se expresan combinando frecuencias y porcentajes. Además, si la condicionalidad en los datos se expresa en una forma determinada, el porcentaje de estudiantes que malinterpreta la probabilidad condicional disminuye.

LOS PROBLEMAS OBJETO DE ESTUDIO

Los problemas que vamos a usar para mostrar la influencia que tiene el formato de presentación de los datos en el comportamiento de los estudiantes en su resolución, pertenecen a una investigación más amplia en la que forman parte de un conjunto de problemas ternarios de probabilidad condicional Cerdán y Huerta (en prensa) que tienen que resolver. Estos tres problemas entran en la escena de la investigación en tiempos diferentes, dos de ellos son de una primera fase de la investigación y el tercero de una segunda fase. Los problemas numerados como en la investigación de la que proceden son los siguientes (Tabla 1):

PROBLEMA P7 Datos numéricos en porcentajes.	<i>Un 60% de los estudiantes de un instituto aprueban Filosofía y un 70% aprueban Matemáticas. Además, un 80% de los estudiantes que aprobaron Matemáticas también aprobaron Filosofía. Si Juan aprobó Filosofía, ¿cuál es la probabilidad de que también aprobara matemáticas?(Grupo Erema, 2002)</i>
PROBLEMA P15 Datos numéricos en probabilidades.	<i>En un instituto, la probabilidad de aprobar Filosofía es 0.6 y la de aprobar Matemáticas es 0.7. Además, escogido un estudiante al azar entre los que aprobaron Matemáticas la probabilidad de que aprobara también filosofía es 0.8. Si Juan aprobó Filosofía, ¿cuál es la probabilidad de que aprobara también Matemáticas?</i>
PROBLEMA P1 Data numéricos en frecuencias.	<i>En una clase de 100 alumnos, 60 aprobaron Filosofía y 70 aprobaron Matemáticas. De los que aprobaron Matemáticas, un 80% aprobaron también Filosofía. De los que aprobaron Filosofía, ¿qué porcentaje aprobaron también Matemáticas?</i>

Tabla 1. Tres formatos de datos para el “mismo problema”.

Una misma lectura matemática, a la vez y simultánea, de los tres problemas es posible realizarla con solo traducirlos del lenguaje natural, en el que se expresan los enunciados, al lenguaje simbólico de las probabilidades, para lo cual todas las cantidades (conocidas y desconocidas) son leídas con sentido probabilístico:

Sea F el conjunto de referencia para las expresiones: *estudiantes de un instituto aprueban Filosofía* (P7), *aprobar Filosofía* (P15), ... (estudiantes que) *aprobaron Filosofía* (P1). Sea ahora M el conjunto de referencia para expresiones similares a las que contiene F , sólo cambiando Filosofía por Matemáticas. Consideremos F y M como sucesos. Sean $p(F)$ y $p(M)$ las probabilidades de los sucesos F y M definidos anteriormente. Una lectura de los datos numéricos de cada problema con sentido probabilístico nos proporcionan las siguientes probabilidades: $p(F) = 60/100 = 0.6$ (P7 y P15), leyendo igual la razón 60 de 100 en P1; análogamente $p(M) = 70/100 = 0.7$ (P7 y P15 y la razón 70 de 100).

Sea $p(F|M) = 0.8$ la forma en la que leemos el dato sobre la probabilidad condicional en cada uno de los problemas: *un 80% de los estudiantes que aprobaron Matemáticas también aprobaron Filosofía* (P7), *escogido un estudiante al azar entre los que aprobaron Matemáticas la probabilidad de que aprobara también Filosofía es 0.8* (P15) y *De los que aprobaron Matemáticas, un 80% aprobaron también Filosofía* (P1). Finalmente, sea $p(M|F)$ la forma en la que leemos las preguntas de los tres problemas. En los problemas P7 y P15 introduciendo la condición con el condicional *Si*. En P1, manteniendo la misma estructura gramatical que el dato sobre la probabilidad condicional, *De los que...*

Así que hay una misma lectura posible de los tres problemas en el lenguaje simbólico: Dados $p(F)$, $p(M)$ y $p(F|M)$ halla $p(M|F)$. Los tres problemas son así isomorfos.

La isomorfía, sujeta al criterio que hemos considerado aquí, sólo es estructural, tanto para los datos (sucesos y probabilidades) como para las relaciones entre los datos que conducen a la solución de los problemas. Cualquier otra lectura que se haga de esos problemas, incluso desde los propios problemas, los hace no isomorfos, diferentes, aunque el contexto en el que se establecen es el mismo para los tres. Números, cantidades relativas, expresiones de sucesos y probabilidades son también diferentes. Entonces, desde este punto de vista, solo las resoluciones que traduzcan los tres problemas en problemas isomorfos serán, en principio, idénticas, es decir, será posible reconocer comportamientos idénticos en sus resoluciones. Cualquier otra lectura producirá, razonablemente, comportamientos diferenciados.

LOS ESTUDIANTES OBSERVADOS

Los tres problemas de los que hablamos aquí forman parte de una batería de problemas que fueron administrados a estudiantes de diferentes niveles educativos y, por tanto, con diferentes competencias matemáticas en probabilidad: estudiantes de la ESO (13-14 años), del Bachillerato (16-18 años) y de 2º Curso en la Licenciatura de Matemáticas. La distribución del número de alumnos en cada uno de los niveles mencionados puede verse en la tabla siguiente (Tabla 2). Los estudiantes de la ESO no habían recibido formación en probabilidad condicional.

Nivel escolar	P7	P15	P1
Secundaria Obligatoria	11	5	31
Bachillerato	52	26	39
Facultad de Matemáticas	4	2	10
Total	67	33	80

Tabla 2: Número de alumnos que abordaron cada uno de los problemas propuestos.

Lo que queríamos observar era comportamientos distintos en la resolución de los problemas. Así que la muestra tenía que ser longitudinal, estudiantes capaces de realizar lecturas matemáticas de los problemas, un poco menos capaces de ello y sin ninguna capacidad pues no habían recibido enseñanza en ese sentido. También esperábamos que en todos los casos un estudiante de la Licenciatura de Matemáticas hiciera una misma lectura de los tres problemas, siempre la misma, y sin que influyera en él el formato de los datos los usara con un sentido probabilístico. Del resto de la muestra no esperábamos actuaciones semejantes e incluso dudábamos que estudiantes de la ESO alcanzaran resultados con éxito.

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Con los problemas P7 y P15 habíamos comprobado experimentalmente, de lo que informamos en un trabajo anterior (Huerta y Lonjedo, 2006), que en general el porcentaje de estudiantes que resolvieron correctamente ambos problemas fue muy bajo y que éstos eran exclusivamente estudiantes de la Facultad de Matemáticas. Consideramos entonces un nuevo problema, el problema P1, que, desde un punto de vista estructural, fuese isomorfo con los otros dos pero, en cambio, mantuviera diferencias de formato con los dos considerados inicialmente y comprobar si estas diferencias proporcionaban un porcentaje mayor de éxitos en las resoluciones de los problemas. Así, la experiencia con los problemas P7 y P15 nos permitió reconsiderar las oraciones que en el texto del problema hacían referencia a las probabilidades condicionales y expresarlas manteniendo la misma estructura gramatical con el fin de limitar en los estudiantes tantas incomprensiones no deseadas como fuera posible. Así, las cantidades que como datos contiene el problema P1 son frecuencias absolutas, aunque referidas a una muestra de 100, excepto, naturalmente, para expresar la probabilidad condicional. Además, en P1, hemos intentado minimizar dificultades de tipo semántico observadas en las resoluciones de los problemas P7 y P15, al considerar en el texto del problema una expresión de la probabilidad condicional que favoreciera su comprensión e interpretación en el sentido deseado. Así, entre el catálogo de expresiones posibles de la condicionalidad se escogió la forma gramatical “de los que verifica A, un % cumplen también con B”, tanto en el dato numérico como en la pregunta del problema.

Con estos tres problemas adelantamos resultados de una investigación más amplia, de la que daremos cuenta en un futuro, en la que se trata de investigar procesos de resolución de una familia particular de problemas de probabilidad condicional. Lo que pretendemos mostrar en este trabajo es el comportamiento de los estudiantes en función de cómo están expresados los datos en el texto del problema y si la condicionalidad en los datos expresan en una forma determinada favorece la comprensión del dato que refiere a una probabilidad condicional.

EL ESQUEMA DE ANÁLISIS DE LAS RESOLUCIONES DE LOS ESTUDIANTES

De los estudiantes disponemos sus producciones escritas. Con el fin de analizarlas, diseñamos un esquema de análisis que usamos para todos los problemas de las pruebas más generales y, en particular, para los tres considerados aquí. En este esquema distinguimos, inicialmente, dos descriptores generales que llamamos:

- (1) Proceso de resolución con éxito
- (2) Proceso de resolución sin éxito

descriptores que hacen referencia a aquellas resoluciones de los estudiantes que conducían a los resultados correctos o no, respectivamente, del problema. Como las resoluciones y sus resultados dependen del razonamiento usado, distinguimos además los siguientes descriptores:

1.- Procesos de resolución con éxito

- 1.1. Procesos de resolución del problema que incluye un razonamiento exclusivamente aritmético. Es decir, en sus resoluciones los estudiantes razonan exclusivamente con las cantidades mencionadas en el texto del problema, sin hacer referencia alguna ni a sucesos ni a las probabilidades de dichos sucesos, al menos en una forma explícita.
- 1.2. Procesos de resolución del problema que incluye un tipo de razonamiento que es principalmente aritmético. Los estudiantes razonan con las cantidades mencionadas en el problema pero reconocen sucesos a los que les asocian, de una forma explícita, frecuencias o porcentajes. Este reconocimiento se parece más a una lectura del problema que a un intento de resolverlo con sentido probabilístico
- 1.3. Procesos de resolución que incluyen un tipo de razonamiento que es básicamente probabilístico. En sus resoluciones, los estudiantes piensan aritméticamente sobre las cantidades en el texto del problema. Esas cantidades, en cambio, no se usan explícitamente como probabilidades. Sin embargo, los estudiantes reconocen sucesos, a los que se les asignan probabilidades, pero no usan de una manera explícita las relaciones entre sucesos y probabilidades para obtener la solución del problema.
- 1.4. Procesos de resolución que incluyen un tipo de razonamiento que calificamos como exclusivamente probabilístico. Los estudiantes reconocen sucesos, a los que les asignan probabilidades, y usan de una manera explícita las relaciones entre sucesos y sus probabilidades con el fin de obtener la solución del problema.

2.-Proceso de resolución sin éxito.

El descriptor general que permite incluir resoluciones de estudiantes que no obtienen el resultado correcto del problema, lo hemos desglosado en descriptores más específicos que pretenden dar cuenta de las dificultades de los resolutores. Estas dificultades pueden ser de órdenes diferentes: de orden semántico y semiótico, comprensiones erróneas y errores. Estos son:

2.1. Dificultades. Objeto de estudio, los problemas

Las dificultades de los estudiantes en la resolución del problema las analizamos en relación con las variables semánticas y semióticas de las que hemos hecho referencia más de una vez. Estas variables implican a las estructuras gramaticales que expresan la condicionalidad y su medida en términos de datos numéricos. Las dificultades provocan errores en las resoluciones de los estudiantes, errores que relacionamos con estas variables. Los descriptores de los errores identificados son los siguientes:

2.2 Errores: Objeto de estudio, los estudiantes resolviendo los problemas. Errores relacionados con las dificultades antes identificadas.

2.2.1 Errores como consecuencia de las dificultades de orden semántico.

Estos errores son debidos a interpretaciones no deseadas de los datos que contiene el enunciado de los problemas en procesos de traducción desde el lenguaje natural al lenguaje simbólico. A veces, los procesos de resolución de los problemas son coherentes con las interpretaciones de los estudiantes. Esos errores podrían aparecer al principio del proceso de resolución del problema, ya sea en el reconocimiento de los sucesos y en la asignación de las probabilidades a los sucesos.

Así, como interpretaciones erróneas dadas por los estudiantes, surgidas de estas dificultades de orden semántico, tenemos:

- 2.2.1.1. Interpretaciones erróneas de la probabilidad condicional en los datos del problema:
 - 2.2.1.1.1. Interpretación de la condicionalidad como un suceso intersección (como en Ojeda, 1995).
 - 2.2.1.1.2. Interpretación de la condicionalidad como una probabilidad absoluta. Es decir, los estudiantes en lugar de usar el dato $p(A|B)$ usan $p(A)$.
- 2.2.1.2. Interpretaciones erróneas de la probabilidad condicional cuando es una pregunta del problema.
 - 2.2.1.2.1 Interpretación de la condicionalidad como un suceso intersección. Los estudiantes responden a la pregunta sobre la probabilidad condicional por medio de una probabilidad de la intersección.
 - 2.2.1.2.2. Interpretación de la condicionalidad en la pregunta como una condicionalidad en los datos. Los estudiantes interpretan $p(A|B)$ con $p(B|A)$, siendo la primera probabilidad un dato en el enunciado del problema y la segunda la pregunta del problema.

No todas las respuestas de los estudiantes encajan en este esquema de análisis, por lo que, como es práctica habitual, se incluye un tercer descriptor (3) definido como Otros que recoge respuestas en blanco, o que no es posible reconocer en las resoluciones ningún tipo de registro escrito que sugiera alguno o algunos de los comportamientos descritos por los descriptores ya establecidos.

ALGUNOS RESULTADOS

El porcentaje de estudiantes que resolvieron con éxito los problemas P7 y P15 fue del 6% de todos los que lo intentaron. Todos ellos fueron estudiantes de la Facultad de Matemáticas. Sin embargo, el porcentaje de estudiantes que tuvieron éxito resolviendo el problema P1 fue de alrededor del 36%, habiendo ahora resoluciones de los tres niveles educativos observados.

Cuatro de los estudiantes de la Facultad de Matemáticas resolvieron el problema P7 con éxito. Tres de ellos usaron un razonamiento que lo hemos clasificado como exclusivamente probabilístico, tal y como era razonable esperar, mientras que un cuarto alumno lo resolvió como puede verse en la Figura 1. Este razonamiento lo calificamos como principalmente probabilístico, ya que si bien se reconocen sucesos y operaciones entre sucesos, solo el sentido probabilístico de los datos aparece al final de la resolución, cuando la respuesta se expresa en términos de probabilidades.

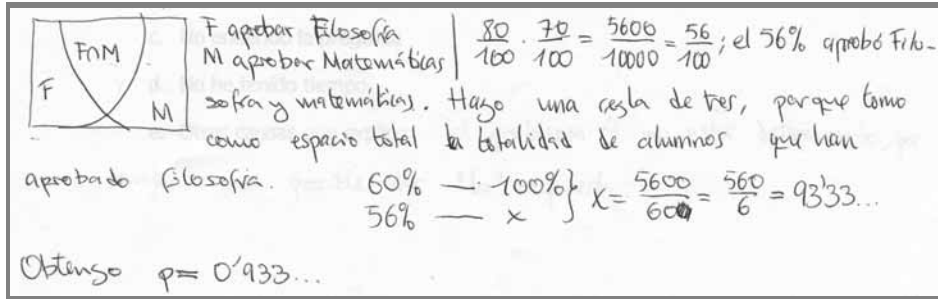


Figura 1

Los dos estudiantes que resolvieron con éxito P15 fueron de la Facultad de Matemáticas. La Figura 2 muestra la actuación de uno de ellos. Este razonamiento lo hemos calificado como exclusivamente probabilístico.

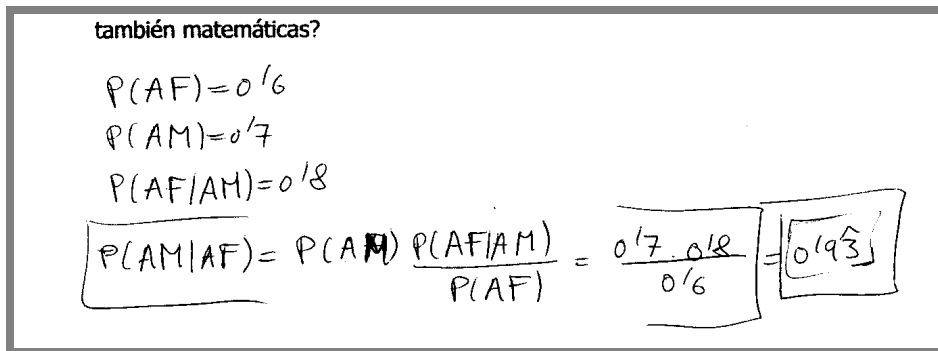


Figura 2

El porcentaje de estudiantes que resolvieron con éxito el problema P1 aumentó considerablemente en comparación con los porcentajes de sus problemas “isomorfos”. De éstos, el razonamiento usado fue principalmente aritmético en, aproximadamente, el 65% de los casos frente a solo 10% que lo resolvió haciendo una lectura matemática del mismo usando un razonamiento exclusivamente probabilístico. La tabla siguiente (Tabla 3) muestra los porcentajes comparados del análisis de las resoluciones para los tres problemas y los descriptores del esquema de análisis.

Descriptor	Problema P7 Datos en porcentajes	Problema P15 Datos en probabilidades	Problema P1 Datos en frecuencias
1. Procesos de resolución con éxito	5.97	6.06	36.25
1.1 Razonamiento exclusivamente aritmético	0	0	24.13
1.2 Razonamiento principalmente aritmético	0	0	65.52
1.3 Razonamiento básicamente probabilístico	25	0	0
1.4 Razonamiento exclusivamente probabilístico	75	100	10.34
2. Proceso de resolución sin éxito	58.21	27.27	42.50
2.2.1.1.1. Interpretación de la condicionalidad en los datos como un suceso intersección	33.33	44.44	2.94
2.2.1.1.2. Interpretación de la condicionalidad como una probabilidad absoluta	0	11.11	0
2.2.1.2.1. Interpretación de la condicionalidad en la pregunta como un suceso intersección	56.41	44.44	17.65
2.2.1.2.2. Interpretación de la condicionalidad en la pregunta como la condicionalidad en los datos.	7.69	0	5.88
3. Otras	35.82	66.67	21.25

Tabla 3: Porcentajes comparados para los tres problemas y los descriptores.

El porcentaje de interpretaciones no deseadas de la condicionalidad disminuye drásticamente en el caso del problema P1. De los estudiantes que no resuelven el problema P1 con éxito, un porcentaje poco apreciable de ellos se debe a una mala interpretación del dato condicional como un suceso intersección, mientras que en el caso de sus problemas isomorfos estos porcentajes son mucho más significativos, lo mismo que trasladar esta interpretación no deseada del dato a la pregunta, apreciándose un porcentaje mayor en el caso del problema P7 que en el problema P1. La Figura 3 muestra la actuación de un estudiante de Bachillerato en P7 que da cuenta de esta interpretación.

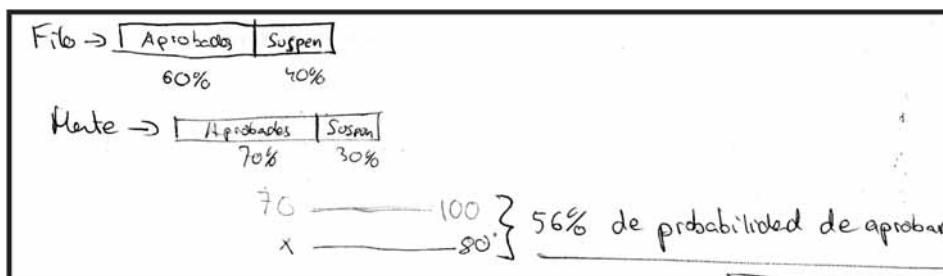


Figura 3

Las tablas 4, 5 y 6 muestran estos datos en frecuencias absolutas y distribuidos según los niveles educativos de los estudiantes, para más detalles.

P7	1	1.1	1.2	1.3	1.4	2	2.2.1.1.1	2.2.1.2.1	2.2.1.2.2	3
MUESTRA	4	0	0	1	3	39	13	22	3	24
4° ESO	0	0	0	0	0	7	5	2	0	4
Bachiller	0	0	0	0	0	32	8	20	3	20
EFM	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 4

P15	1	1.4	2	2.2.1.1.1	2.2.1.1.2	2.2.1.2.1	2.2.1.2.2	3
MUESTRA	2	2	9	4	1	2	0	22
4° ESO	0	0	3	2	1	0	0	2
Bachiller	0	0	6	2	0	2	0	20
EFM	2	2	0	0	0	0	0	0

Tabla 5

P1	1	1.1	1.2	1.3	1.4	2	2.2.1.1.1	2.2.1.1.2	2.2.1.2.1	2.2.1.2.2	3
MUESTRA	29	8	18	0	3	34	1	0	6	2	17
4° ESO	13	7	6	0	0	10	0	0	5	0	8
Bachiller	8	0	8	0	0	23	1	0	1	2	8
EFM	8	1	4	0	3	1	0	0	0	0	1

Tabla 6

DISCUSIÓN

Hemos visto, aunque brevemente, como la presentación de los datos en los problemas de probabilidad condicional tienen cierta influencia en el éxito de los resolutores y en los procesos de razonamiento implicados. Este incremento en el porcentaje de éxitos, en relación con el escaso tenido en sus problemas “isomorfos”, se debe, según nuestro parecer, a un doble factor: la modificación de expresiones o términos que provocan ambigüedad en la condicionalidad y el formato de presentación de los datos. Así, por ejemplo, eliminar las palabras “y” o “también” del texto del problema puede hacer que los estudiantes no confundan una probabilidad condicional con una probabilidad de la intersección. Por otra parte, la estructura gramatical: DE LOS QUE..., relacionada con un porcentaje en el problema P1, mejora la comprensión del dato sobre la probabilidad condicional respecto de las otras formulaciones en los problemas “isomorfos”.

Cuando los datos están expresados en frecuencias absolutas y la probabilidad condicional en porcentajes, hemos visto como el porcentaje de alumnos que tienen éxito crece y que incluso estudiantes con niveles educativos más bajos, como los estudiantes de la ESO, son capaces de resolverlos. Gigerenzer (1994) ya aseguró que para resolver problemas de probabilidad nuestras mentes están mejor equipadas si todos los datos están expresados en términos de frecuencias absolutas. Más tarde introdujo la noción de frecuencias naturales (Hoffrage, Gigerenzer, Krauss & Martignon, 2002) con la que refuerza aún más la afirmación

anterior. Estamos de acuerdo con lo anterior, pero hemos de añadir que si los problemas de los que hablamos son problemas de probabilidad condicional, el formato que más favorece la comprensión del dato que se refiere a ella es el porcentaje, ya que de este modo es posible diferenciarlo de las frecuencias absolutas, o naturales, mientras se realiza su lectura e interpretación.

CONCLUSIÓN

El hecho de que, además de lo dicho hasta ahora, la mayoría de los estudiantes que tuvieron éxito con los problemas usaran principalmente un razonamiento aritmético en sus resoluciones, aunque mostraron reconocer sucesos y sus frecuencias y porcentajes pero no lo usaran en un sentido probabilístico en ellas, nos permite hacer algunas sugerencias para la organización de la enseñanza de la probabilidad condicional.

Como otros autores, por ejemplo Martignon y Wassner (2002), proponemos que el proceso de enseñanza de la probabilidad condicional comience con problemas cuya estructura y formato de datos sea como la del problema P1 y en contextos variados, como un paso previo para abordar problemas como los P7 y finalizar con problemas como P15. La razón es que así introducimos a los estudiantes a la probabilidad condicional mediante razones y proporciones, es decir, razonando de una manera exclusivamente aritmética, siguiendo con un el uso de los porcentajes con un cierto sentido probabilístico y finalizando con el uso de las probabilidades. Esto debería tomar el tiempo que fuera necesario desde los niveles educativos más bajos hasta los más altos, con el fin de mejorar las competencias de nuestros estudiantes en probabilidad en todos los niveles educativos.

REFERENCIAS

- Cerdán, F.; Huerta, M. P. (en prensa), Problemas Ternarios de probabilidad condicional y grafos trinomials. *Educación Matemática*.
- Gigerenzer, G. (1994): Why the distinction between single-event probabilities and frequencies is important for psychology (and vice-versa), *Subjective probability*, En G. Wright y P. Ayton (Eds.) pp. 129-161, Wiley
- Grupo Erema: Martín M.A., Rey J.M., Reyes M., (2002) *Estadística y Probabilidad, Bachillerato*, Cuaderno 4, (Madrid: Bruño)
- Hoffrage, Gigerenzer, Krauss & Martignon, (2002) Representation facilitates reasoning: what natural frequencies are and what they are not, *Cognition* 84, 343-352
- Huerta, M.P; Lonjedo, M. A. (2006) The Nature of the quantities in a conditional probability problem. Its influence in the problem solving behavior. In M. Bosch (ed) (2006), *European Research in Mathematics Education IV. Proceedings of the Four Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, (edición en CD), pp. 528-538. (Sant Feliu de Guíxols, España).
- Martignon, L., Wassner, Ch., (2002), *Teaching Decision Making and Statistical Thinking with Natural Frequencies*, in http://www.stat.auckland.ac.nz/publications/1/10_52_ma.pdf.
- Ojeda Salazar, A.M. (1995), Dificultades del alumnado respecto a la probabilidad condicional, *UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas*, nº5, julio 1995, pp. 37-44.
- Sedlmeier, P., (2002), Improving Statistical Reasoning by Using the Right Representational Format, in http://www.stat.auckland.ac.nz/publications/1/3f3_sedl.pdf.