

500 años de Historia de las Matemáticas: la obra de Juan Andrés

MARÍA JOSÉ MADRID MARTÍN
ALEXANDER MAZ MACHADO
CARMEN LÓPEZ ESTEBAN

Con motivo del quinto centenario de la publicación del *Sumario Breve de la práctica de la aritmética* de Juan Andrés se ha realizado un análisis histórico-matemático de esta obra, destacada por estar entre los primeros libros de aritmética impresos en castellano. Como herramienta de análisis se ha utilizado la técnica del análisis de contenido de libros de texto; este ha mostrado que la obra incluye los contenidos habituales de las aritméticas de la época y presenta un marcado interés social siendo su principal objetivo ayudar a los futuros contadores a aprender su oficio.

Palabras clave: Historia de la Educación Matemática, Aritmética, Libros de texto antiguos, Juan Andrés, Siglo XVI.

500 years of History of Mathematics: the work of Juan Andrés

Juan Andrés published five centuries ago his book *Sumario Breve de la practica de la aritmética*, one of the first arithmetic books pressed in Spanish. Due to that, it has made an historic-mathematic analysis of this book; as an analysis tool it has used the content analysis technique. This work has shown the book presents similar contents than other ones written during that period and it gives a lot of relevance to practical problems because the author aimed to help counters from this century to learn their job.

Keywords: History of Mathematic Education, Arithmetic, Old textbook, Juan Andrés, XVI-century.

La Historia de la Educación Matemática permite descubrir y sacar a la luz momentos, situaciones, instituciones, temas o personajes que en un momento determinado significaron un cambio de rumbo y un avance tanto para la historia de las matemáticas como para la historia de la educación matemática (Maz-Machado y Rico, 2013).

Dentro de las líneas de investigación en Historia de la Educación Matemática se encuentra el análisis de libros de texto antiguos. Estos textos incluyen no solo conocimientos de la materia que exponen, sino que reflejan también las leyes de cada momento, los cambios curriculares, los aspectos didácticos que prevalecían, las costumbres, los usos y hábitos de cada época; lo que los convierte en una gran fuente de información sobre la época a estudiar y la educación en dicha época.

Esto ha impulsado que durante las últimas décadas las investigaciones centradas en la historia de las matemáticas y la educación matemática y más concretamente en el estudio histórico de libros de texto, hayan adquirido un papel de mayor relevancia y que diversos autores tanto nacionales como internacionales hayan centrado sus investigaciones en esta temática. Entre los trabajos internacionales destaca el realizado por Schubring (1987) que aportó una metodología

para el análisis de libros históricos presentando a modo de ejemplo el caso de Lacroix como autor de libros de texto; en España se han realizado trabajos sobre la evolución de conceptos matemáticos tales como el límite en los libros de texto (Sierra, González y López, 1999), o analizado obras relevantes como *Las Liciones de Matemáticas* de Thomas Cerda (Maz y Rico, 2009b) o el *Tratado elemental de matemáticas* de José Mariano Vallejo en el bicentenario de su publicación (Maz y Rico, 2013). Estas son indicios de que la investigación histórica en educación matemática centrada en los manuales está vigente en la agenda de investigación del área en España.

A lo largo del siglo XVI diversos factores como el desarrollo de la imprenta, elemento favorecedor de la difusión del conocimiento y el auge económico, especialmente el relacionado con el comercio facilitan que surjan en España una serie de libros de aritmética con una intencionalidad claramente práctica, dirigidos de manera particular a los comerciantes y cuyo propósito no es solo que estos aprendieran las reglas básicas de la aritmética sino que en estas obras encontrarán ejemplos prácticos relacionados con sus negocios y que podían aplicarse de forma directa a estos.

Con motivo del 500 aniversario de la publicación en Valencia del *Sumario Breve de la práctica de la aritmética* escrita por Juan Andrés y considerado entre los primeros libros de aritmética impresos en España, el objetivo de este trabajo es analizar los aspectos matemáticos y didácticos incluidos en la obra, contextualizando todo ello en el momento histórico en el que fueron escritos.

Este análisis permitirá conocer cómo se abordaban los contenidos aritméticos hace cinco siglos, la importancia que otorgaba el autor a la presentación de los contenidos, a la conexión de los distintos ejemplos con la vida diaria y sobre todo comercial del momento, en definitiva cómo se abordaba desde el punto de vista didáctico el aprendizaje de contenidos aritméticos en el pasado.

Los focos de atención serán tanto los contenidos matemáticos incluidos como los aspectos didácticos presentes en la obra

Metodología

La investigación que realizamos es exploratoria y descriptiva de carácter histórico-matemático, centrada en un libro de texto de matemáticas del siglo XVI publicado en España. Los focos de atención serán tanto los contenidos matemáticos incluidos como los aspectos didácticos presentes en la obra.

Como técnica de análisis se utilizó el análisis de contenido, siguiendo las pautas propuestas por Maz (2009) y utilizadas en otros estudios históricos de corte similar (Maz y Rico, 2009a; Maz-Machado y Rico, 2013; Maz-Machado, López y Sierra, 2013; Madrid, Maz-Machado y López, 2015).

Se definieron como unidades de análisis cada uno de los párrafos de la obra, estos se leyeron, analizaron y posteriormente categorizaron.

El autor: Juan Andrés

Se trata de un sacerdote y matemático zaragozano conocido por ser el autor de uno de los primeros textos de aritmética impresos en castellano el *Sumario breve de la practica de la arithmetica de todo el curso del arte mercantil bien declarado: el qual se llama maestro de cuento* publicado en 1515 (Diccionario Biográfico Español, 1909; Picatoste, 1891).

Vivió durante el siglo XV y principios del XVI (Enciclopedia universal ilustrada europeo-americana, 1909). Su fecha de nacimiento es desconocida pero en su obra dice conocer al conde de Oliva desde su niñez y dado que el nacimiento de este se produjo sobre el año 1460 podemos suponer que Juan Andrés nació en una fecha previa o cercana a 1460. Esto permite a su vez asumir que la compilación y publicación de su obra en 1515 se produjo ya en un momento de madurez del autor.

Sobre su ubicación geográfica, el autor dice en su obra que la misma fue compilada en Zaragoza. Además, la obra presenta ejemplos y problemas mercantiles relacionados con Valencia y

Zaragoza (Salavert, 1990), lo que hace suponer que el autor conocía la vida comercial de ambas ciudades.

Aunque se desconoce cualquier otro dato sobre el autor, la elaboración de esta obra sobre matemáticas en la que también se incluyen numerosos vocablos en latín, permite suponer que probablemente recibiese formación tanto en matemáticas como en dicho idioma. Además, el autor tuvo contacto con libros de aritmética de la época pues él mismo afirma haber leído el tratado de Lucas de Burgo.

Se le atribuye también la obra *Contes vells Baralles noves*. (Enciclopedia universal ilustrada europeo-americana, 1909) aunque no se han encontrado evidencias al respecto.

El autor manifiesta en el *Sumario breve de la practica de la arithmetica* su intención de hacer un tratado de *arte mayor o arte de álgebra*, sin embargo no se han encontrado muestras de que dicha obra llegara a realizarse.

La obra: *Sumario breve de la practica de la arithmetica*

Esta obra de Juan Andrés cuyo título completo es *Sumario breve de la practica de la arithmetica de todo el curso del arte mercantil bien declarado: el qual se llama maestro de cuento* se publica por primera vez en 1515 en Valencia por el impresor Juan Joffre. Algunos autores hablan de otra edición publicada en 1537 en Sevilla por Juan Cromberger (Diccionario Biográfico Español, 2009; Picatoste, 1891).

Picatoste (1891: 12) da la siguiente descripción del libro: «la portada tiene una orla y letra roja y negra, con una grabado que representa la Virgen del Pilar adorada por peregrinos y otras gentes». (figura 1)

El libro consta de 144 hojas, comienza con un prólogo dedicándolo a Don Seraphin conde de Oliva y Señor de las Villas de Nulles y Pego.

El propio autor dice que el libro fue compilado en Zaragoza en el año 1514 e impreso en Valencia a 30 de agosto de 1515 por Juan Joffre.

Después, el libro se divide en diez tratados subdivididos en capítulos que a su vez se subdi-

viden en diversos artículos. En su última página el libro incluye una lámina (figura 2).

El autor pretende que el libro sirva para que los contadores aprendan aritmética, pues la considera muy necesaria para la vida. Por eso la obra está dirigida a los futuros contadores, para que puedan conocer la aritmética y ser buenos en su oficio sin necesidad de maestro.

Además, valora la importancia y conexiones de las matemáticas con otras ciencias por ejemplo la astrología, la música, la medicina. Pero fundamentalmente, Juan Andrés otorga al conocimiento sobre aritmética importancia en los negocios, afirma por eso que saber de cuentas evitará engaños. Esta actitud es contraria a la de muchos de sus correligionarios, a excepción del

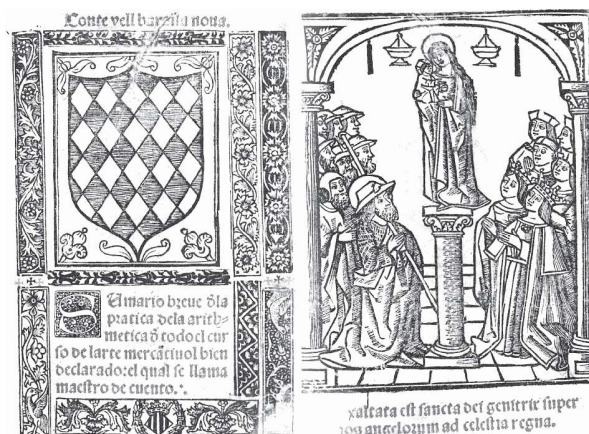


Figura 1. Portada de la aritmética de Juan Andrés



Figura 2. Lámina presente en la última página del libro

también aritmético y clérigo Juan de Ortega, pues estos reprobaban la usura y la ganancia financiera. Sin embargo, Andrés y Ortega consideraban la aritmética como un remedio eficaz para evitar engaños y fraudes y así conceder a la actividad mercantil la confianza y honestidad necesarias para su desarrollo (Salavert, 1990).

A lo largo del libro se pueden encontrar citas a autores clásicos como Aristóteles y Sócrates, a religiosos como San Agustín, pero fundamentalmente a Lucas de Burgo del cual dice que de su tratado mayor ha sacado y compilado la mayor parte de este libro o a personalidades como el propio conde de Oliva a quien va dedicado el libro o al rey Alejandro Magno.

Esta aritmética junto con la de Ortega tuvieron una gran influencia en el desarrollo posterior de las aritméticas en España y por ello la mayoría de tratadistas de la época se refieren a ellas (Salavert, 1990). Por ejemplo Antich Rocha, que publicó su obra *Aritmética* en 1564, recopila en ella una serie de autores que le han servido para compilar esta obra y entre ellos incluye a Juan Andrés.

Contenido matemático

A través de los numerosos artículos del libro se definen y explican el número, sus propiedades y las distintas clases de números; las distintas operaciones básicas: nombrar, sumar, restar, multiplicar, partir; las progresiones y las maneras de progresión con ejemplos del cálculo de la suma de los términos, extracción de raíces cuadradas y cúbicas; números quebrados y operaciones con ellos: abreviar, sumar, restar, multiplicar, partir y reducir quebrados; reglas de tres sin tiempo y con tiempo, por ganar y perder por ciento; reglas de compañías sin y con tiempo, para ganar o perder a razón de tanto por cien; reglas de baratas; cuestiones de cambios; reglas de fin de oro y de plata; reglas de una y dos falsas posiciones y otras cuestiones del arte *mercantil*.

El libro desarrolla además diversos ejemplos y ejercicios resueltos sobre estos temas y contextualizados en general en las

Esta aritmética junto con la de Ortega tuvieron una gran influencia en el desarrollo posterior de las aritméticas en España

actividades comerciales, se presentan ejercicios sobre ganancias y pérdidas económicas, compra y venta de productos y animales, repartos de ingresos, sobre salarios, cambios de monedas, medidas y pesos entre diversas regiones, aleaciones de oro y plata, etc.

Paradís y Malet (1989) exponen que la mayoría de manuales orientados al cálculo mercantil publicados a lo largo de este siglo se inician con la descripción del sistema de numeración, luego se presentan las cuatro operaciones aritméticas básicas, las fracciones y sus operaciones. Prosiguen con la regla de tres, las progresiones y algunas incluyen la extracción de raíces cuadradas y cúbicas. Por tanto, estos contenidos coinciden con los presentes en la obra de Juan Andrés.

Además de estos contenidos el autor manifiesta su intención de hacer un tratado de *arte mayor o arte de álgebra*, sin embargo no se han encontrado muestras de que dicha obra llegara a realizarse. El autor habla en un par de ocasiones más sobre el álgebra, incluso dice que un ejercicio se suele hacer por la regla del álgebra aunque él lo hace de forma distinta.

Análisis didáctico

Para la realización del análisis didáctico de la obra se han tenido en cuenta diversos aspectos. En primer lugar la inclusión en ella de algunos de los organizadores curriculares propuestos por Rico (1997), entendiendo a estos como los conocimientos adoptados como componentes fundamentales para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas. En este caso concreto se han considerado la fenomenología de los conocimientos implicados y las aplicaciones prácticas de cada bloque de contenidos y las representaciones utilizadas en la obra.

Representaciones

En este trabajo se han considerado las representaciones como las notaciones simbóli-

cas o gráficas, específicas de cada noción, a través de las cuales se expresan los conceptos y procedimientos matemáticos y sus características y propiedades más importantes (Castro y Castro, 1997).

La clasificación de las representaciones presentes en la obra se ha basado en la propuesta por Maz-Machado, López y Sierra (2013):

- *Verbales*: El autor explica con palabras la mayor parte de definiciones, ejemplos y problemas.
- *Númericas*: Las representaciones verbales se combinan en muchas ocasiones con las numéricas. En general en la obra se utilizan ampliamente números, rayas, símbolos y abreviaturas (figura 3).
- *Gráficas*: Además de las representaciones verbales y numéricas, aparecen algunas representaciones gráficas: tabulares, geométricas y mixtas. Se incluyeron para reforzar algún contenido y no son demasiado numerosas en la obra.
- *Tabulares*: Para agrupar los contenidos y favorecer así la comprensión del texto por parte del lector, se presentan varias tablas (figura 4).
- *Figuras*: Las únicas representaciones figurales que contiene son dos láminas que Picatoste (1891) describe como relativas a la dactilología o arte de contar de los dedos (figura 5).
- *Geométricas*: Incluye solo una, representando un polígono básico con números para explicar el concepto de números triangulares (figura 6).
- *Mixtas*: Mezclan números con líneas, figuras, corchetes, etc. (figura 7).



Figura 4. Una de las tablas de multiplicar presentes en la obra

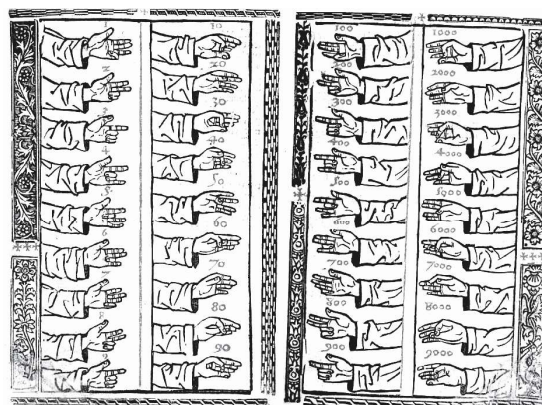


Figura 5. Láminas presentes en la obra

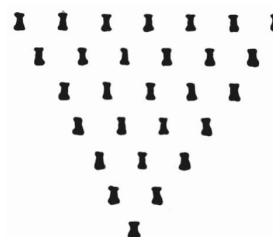


Figura 6. Ejemplo de triángulo compuesto por números (página xi)

7	3	6	8	car	2	qn	2	R ^o	18	ll	7	⊙	2	qr	3	ar ^o
9	5	3	2	car	1	qn	3	R ^o	21	ll	10	⊙	3	qr	3	ar ^o
5	4	6	7	car	2	qn	2	R ^o	20	ll	11	⊙	3	qr	1	ar ^o
7	5	4	4	car	1	qn	1	R ^o	15	ll	9	⊙	1	qr	2	ar ^o
2.	39	9	3	car	2	qn	2	R ^o	17	ll	3	⊙	3	qr	3	ar ^o

Figura 3. Representación numérica en la obra (página xxii)

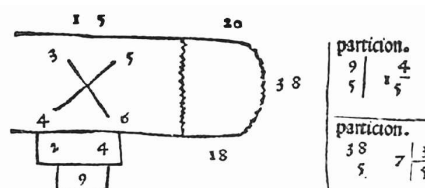


Figura 7. Ejemplo de representación mixta (página xvii)

Fenomenología

El análisis fenomenológico de un concepto o de una estructura matemática consiste en describir los fenómenos para los cuales este es el medio de organización y la relación de dicho concepto o estructura con esos fenómenos (Puig, 1997).

Se han analizado las conexiones que el autor hace entre las matemáticas y otros contextos, estas se han clasificado basándose en la propuesta realizada por Maz-Machado, López y Sierra (2013), en los siguientes nueve tipos de problemas y ejemplos:

- *Fenómenos contables*: Se presentan situaciones en las que se debe determinar una ganancia o una pérdida económica (figura 8).
- *Fenómenos comerciales*: Se plantean contextos de compra y venta de objetos, animales, etc.
- *Fenómenos de repartos*: Estas situaciones requieren de la distribución equitativa de objetos o ganancias, o del uso de la regla de compañía para distribuir la rentabilidad de un depósito o negocio.
- *Fenómenos de medida*: Se incluyen aquellos problemas en los que se hallan longitudes de objetos, distancias o recorridos o en los que se deba encontrar la equivalencia entre determinadas medidas utilizadas en regiones geográficas diferentes.
- *Fenómenos de cambios monetarios*: las transacciones económicas entre diversas regiones y países hacía necesario que se diesen ejemplos de las equivalencias entre diferentes monedas (figura 9).
- *Fenómenos salariales*: Se calculan diferentes salarios normalmente utilizando la regla de tres.
- *Fenómenos de aleaciones*: El autor presenta ejemplos de qué cantidades de cada metal deben utilizarse para realizar una aleación o una ligadura según unas especificaciones.
- *Fenómenos aritméticos*: Se trata de problemas asociados con operaciones matemáticas y sin contexto.

- *Fenómenos de juegos*: Se incluyen problemas referidos a juegos o a matemáticas recreativas con sencillas adivinanzas (figura 10).

¶ Artículo primero si vna carga de pebre costo .60. duē. de fiando por quanto se deve vender por ganar a razon de .10.

Figura 8. Situación de ganancia económica (página LXXXIII)

¶ Artículo primero de vna pregunta que declara las tres primores suso puestas si 35. duē. 13. p. valen. 30. ff. 35. castel. que valdran la qual se deve fazer y todas las semejantes se guiendo la regla a saber es multiplicando el segundo por el

Figura 9. Cambio monetario (página LXXVI)

¶ Es vn fijo que pregunto a su padre quantos años auia q era nascido. y dixo el padre al fijo/o fijo quando tu ternas o tro tanto que agoza tenes y el medio y el quarto de lo que agoza tenes entonces ternas. 56 años $\frac{1}{2}$ Demando

Figura 10. Ejemplo de adivinanza de una edad (páginas CXXXI- CXXXII)

Finalmente, siguiendo la propuesta de Maz-Machado y Rico (2015), se han considerado los aspectos didácticos que forman parte de esta obra:

- *Actualidad*: Los contenidos matemáticos no son actuales para la época, la obra de Lucas de Burgo citada por Juan Andrés incluye contenidos más actuales, por ejemplo el álgebra, quizás por eso el autor manifiesta su intención de hacer un tratado de *arte mayor o arte de álgebra* del que no se tiene constancia. Además, el autor habla en un par de ocasiones más sobre el álgebra añadiendo incluso que un ejercicio se suele hacer por la regla del álgebra aunque él lo hace de forma distinta.
- *Originalidad*: El propio autor dice que del tratado mayor de Lucas de Burgo ha sacado y compilado la mayor parte de este libro. Además los contenidos están presentes en otras obras similares, por tanto no son originales.

- *Rigor y precisión*: El libro no incluye ni axiomas, ni teoremas, en la mayoría de las ocasiones no generaliza ni define de forma rigurosa haciéndolo a través de ejemplos.
- *Interés social de las matemáticas*: Es la principal característica de la obra, ayudar a adquirir conocimientos matemáticos a los futuros contadores.
- *Revisión y síntesis*: Juan Andrés sí realiza una síntesis de todos los contenidos que considera que necesita un contador y los expone a través de ejemplos.
- *Destaca en las aplicaciones*: El libro destaca por su interés en la aplicación de las matemáticas al comercio; toda la obra está orientada específicamente a ello.

la obra de Juan Andrés aporta al profesorado de matemáticas una visión de cómo se abordaban los contenidos aritméticos en el pasado

vida cotidiana e incluso les ayudaban a mejorar en sus negocios o trabajos. En la actualidad se está recalando constantemente la importancia que tiene para la enseñanza de las matemáticas conectar esta materia con la rea-

lidad, favoreciendo el desarrollo en los alumnos de las competencias matemáticas, pues bien Juan Andrés 500 años atrás ya consideró que para favorecer el aprendizaje significativo de la aritmética era necesario conectarla a los intereses de sus lectores.

Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado dentro del proyecto de investigación del Plan I+D+i del Ministerio de Economía y Competitividad EDU2011-27168.

Conclusiones

La aritmética de Juan Andrés fue uno de los primeros libros de esta temática impresos en España; a lo largo de este trabajo se ha pretendido realizar una mirada hacia esta obra desde diferentes enfoques. Por un lado contextualizándola en el periodo en el que fue escrita a través de la ubicación de su autor, por otro presentando el contenido matemático que esta incluía y finalmente analizando ciertos aspectos didácticos presentes en la obra.

Los resultados de este triple enfoque han mostrado la similitud de la obra en cuanto a contenidos con otras de su época, la importancia de las aplicaciones comerciales y en definitiva presentan a Juan Andrés como un autor consciente de las necesidades de la época y hacedor de una obra que sin ser ambiciosa en el sentido matemático, sí lo es en el sentido práctico.

Por tanto, la obra de Juan Andrés aporta al profesorado de matemáticas una visión de cómo se abordaban los contenidos aritméticos en el pasado. Destaca en ella cómo la gran mayoría de los ejemplos utilizados trataban temas que los lectores consideraban necesarios y útiles y sobre todo que tenían una estrecha relación con su

Referencias bibliográficas

- ANDRÉS, J. (1515), *Sumario breve de la practica de la arithmetica*, Juan Joffre, Valencia.
- CASTRO, E., y E. CASTRO (1997), «Representaciones y modelización», en L. Rico (coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria*, Horsori, Barcelona, 95-124.
- Diccionario Biográfico Español* (2009), vol. IV, Real Academia de la Historia.
- Enciclopedia universal ilustrada europeo-americana* (1909), vol. 5, José Espasa e Hijos Editores, Barcelona.
- MADRID, M. J., A. MAZ-MACHADO y C. LÓPEZ, (2015), «Fenomenología y representaciones en el Dorado Contador de Miguel Gerónimo de Santa Cruz», *ENSAYOS, Revista de la Facultad de Educación de Albacete*, n.º 30(1), 63-72.
- MAZ, A. (2009), «Investigación histórica de conceptos en los libros de matemáticas», en M. J. González, M.T. González y J. Murillo (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII*, SEIEM, Santander, 5-20.
- MAZ, A., y RICO, L. (2009a), «Negative numbers in the 18th and 19th centuries: phenomenology and representations», *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, n.º 17(1), 537-554.
- (2009b), «Las “Liciones de matemáticas” de Thomas Cerda: doscientos cincuenta años (1958-2008)», *Suma*, n.º 60, 35-41.

- MAZ-MACHADO, A., C. LÓPEZ y M. SIERRA (2013), «Fenomenología y representaciones en la Aritmética de Juan de Yciar», en L. Rico L., Cañadas, M. C., Gutiérrez, J., Molina, M. e I. Segovia, I. (eds.), *Investigación en Didáctica de las Matemáticas. Homenaje a Encarnación Castro*, Comares, Granada, 77-84.
- MAZ-MACHADO, A., y L. RICO, (2013), «El Tratado elemental de matemáticas de José Mariano Vallejo en el bicentenario de su publicación», *Suma*, n.º 74, 55-63.
- (2015), «Principios didácticos en textos españoles de matemáticas en los siglos XVIII y XIX», *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, n.º 18(1), 49-76.
- PARADÍS, J., y A. MALET (1989), *La génesis del álgebra simbólica (Vol. I). Los orígenes del álgebra: de los árabes al renacimiento*, PPU, Barcelona.
- PICATOSTE, F. (1891), *Apuntes para una biblioteca científica española del siglo XVI; estudios biográficos y bibliográficos de ciencias exactas físicas y naturales y sus inmediatas aplicaciones en dicho siglo*, Manuel Tello, Madrid.
- PUIG, L. (1997), «Análisis fenomenológico», en L. Rico (coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria*, Horsori, Barcelona, 61-94.
- RICO, L. (1997), «Los organizadores del currículo de matemáticas», en L. Rico, (coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria*, Horsori, Barcelona, 39-59.
- SALAVERT, V. (1990), «Introducción a la historia de la aritmética práctica en la Corona de Aragón en el siglo XVI», *DYNAMIS*, n.º 10, 63-91.
- SCHUBRING, G. (1987), «On the methodology of analysing historical textbooks: Lacroix as textbook authors», *For the learning of mathematics*, n.º 7(3), 41-51.
- SIERRA, M., M. T. GONZÁLEZ y C. LÓPEZ (1999), «Evolución histórica del concepto de límite funcional en los libros de texto de Bachillerato y Curso de Orientación Universitaria (COU): 1940-1995», *Enseñanza de las ciencias*, n.º 17(3), 463-476.

MARÍA JOSÉ MADRID MARTÍN
Universidad de Córdoba
<mmadrid@uco.es>

ALEXANDER MAZ MACHADO
Universidad de Córdoba
<ma1mamaa@uco.es>

CARMEN LÓPEZ ESTEBAN
Universidad de Salamanca
<lopezc@usal.es>