

## EL ANÁLISIS DE CLASES DE MATEMÁTICAS EN LA FORMACIÓN INICIAL DEL MAESTRO. UN ESTUDIO EXPLORATORIO

Nuria Climent (climent@uhu.es) y José Carrillo (carrillo@uhu.es)  
Universidad de Huelva

### RESUMEN

Este trabajo es parte de una investigación sobre el desarrollo profesional del maestro respecto de la enseñanza de la matemática, uno de cuyos focos es las relaciones entre la formación inicial y la permanente. Aquí nos ocupamos del uso de vídeos de sesiones de matemáticas en la formación inicial del maestro de Primaria. Desarrollamos un estudio exploratorio con 5 estudiantes, analizando sus comentarios en el análisis de un vídeo sobre la enseñanza del concepto de fracción en 4º de Primaria. Nos centramos en qué medida superan un análisis general y se adentran en especificidades de la enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos. Lo asociamos a la potencialidad de la actividad para generar conocimiento didáctico del contenido y desarrollar habilidades para afrontar la práctica como fuente de aprendizaje.

### ABSTRACT

*This paper is immersed in a research work about mathematics primary teacher's development, one of its foci being the relationships between pre- and in-service training. Here we deal with the use of video recorded mathematical lessons in primary teachers' initial education. We develop an exploratory study with 5 students, and analyse their comments on the analysis of a video on the teaching of the concept of fraction in grade 4. We focus on how they go beyond a general analysis and deal with issues that are specific to the teaching and learning of mathematical contents.*

---

#### INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA XI

Nuria Climent y José Carrillo (2007). EL ANÁLISIS DE CLASES DE MATEMÁTICAS EN LA FORMACIÓN INICIAL DEL MAESTRO. UN ESTUDIO EXPLORATORIO, pp. 307-314.

## LA FORMACIÓN INICIAL DESDE UNA PERSPECTIVA DE DESARROLLO PROFESIONAL Y EL ANÁLISIS DE LA PRÁCTICA

Nuestro referente en la mejora del profesor respecto de la enseñanza de la matemática es su mayor flexibilidad, autonomía y capacidad de adaptación al contexto (Cooney y Shealy, 1997). Esto pasa necesariamente por una mejor comprensión de la propia práctica (Krainer, 2001). Desde esta perspectiva, el desarrollo profesional del profesor está ligado principalmente a su progreso respecto de su capacidad para analizar lo que ocurre en su práctica y adecuar su actuación a dicho análisis (Climent, 2005).

La consideración conjunta de la formación inicial y permanente (Carrillo, Coriat y Oliveira, 1999) permite centrar la atención en el inicio del estudiante para maestro (EPM) en modos de aprendizaje que potencien su desarrollo continuo, enfocando la formación inicial desde una perspectiva profesional que contempla qué necesita saber el profesor para enseñar matemáticas y para su mejora continua en tal tarea. Para ello su práctica debe convertirse en campo de indagación (Jaworski, 1998), algo que desde la formación inicial podemos fomentar, potenciando que problematicen la práctica, la perciban como vía de desarrollo, y empiecen a adquirir modos y herramientas para analizarla.

Además de tener que recurrir a prácticas externas (casos, Contreras, 1999, transcripciones de sesiones, Climent y Carrillo, 2002, vídeos reales o entornos interactivos incluyéndolos, Goffree y Oonk, 2001), es difícil que los EPM profundicen en su análisis (Llinares y Krainer, 2006), se fijen en cuestiones específicas de la enseñanza y aprendizaje de los contenidos y, por tanto, perciban que tiene interés el análisis continuado de la práctica.

Para el caso de profesores de matemáticas en procesos de investigación-acción, Jaworski (1999) destacaba la dificultad de acercar la matemática a su centro de interés. Una aportación importante del área de Didáctica de la Matemática en la formación inicial (Climent y Carrillo, 2002) es la construcción de conocimiento didáctico del contenido matemático a partir de una reflexión profunda sobre el propio contenido y su enseñanza (Marks, 1991).

Llinares y Krainer (2006) sintetizan algunas ventajas del uso de situaciones de enseñanza en formación de profesores y su potencial formativo: permite relacionar teoría y práctica, potencia la reflexión personal crítica, y hace conscientes a los estudiantes para maestro de modos alternativos de pensamiento y de la importancia de hacer elecciones informadas, ayudándoles a reconocer la legitimidad de perspectivas competidoras. Señalan además que algunos de los trabajos analizados sugieren que el EPM puede pasar de describir meramente episodios de enseñanza, a hacer un análisis y explicación con cierto detalle y profundidad.

En el marco reseñado, el estudio exploratorio que nos ocupa pretende indagar sobre en qué se fijan los EPM cuando analizan una sesión real de matemáticas, en un contexto que pudiera ser trasladable al aula de formación. En concreto, hasta qué punto se plantean cuestiones específicas del conocimiento didáctico del contenido.

### LOS ESTUDIANTES PARA MAESTRO Y LA SESIÓN ANALIZADA

Los EPM seleccionados pertenecen a 3º de Maestro, especialidad de Primaria, de la UHU, en el que los autores impartimos la única asignatura troncal de Didáctica de la Matemática. La experiencia de visionado y análisis conjunto del vídeo se desarrolla a finales de curso. Se trata de cinco alumnas escogidas por su responsabilidad y preocupación hacia la enseñanza

de la matemática, su capacidad de comunicación y por representar distintas actitudes, capacidades y conocimiento<sup>1</sup>. De este modo pretendemos indagar en qué aspectos de la matemática y su enseñanza-aprendizaje se fijan EPM con distintas características cuando analizan sesiones reales de matemáticas, y hasta qué punto profundizan en cuestiones específicas de la enseñanza de los contenidos matemáticos.

La sesión elegida es la primera de fracciones en una clase de 4º de Primaria de un CEIP de Huelva. La maestra, Ana, es experta e implicada en su formación. El grupo está compuesto por 15 alumnos y se observa un clima de confianza, respeto y trabajo entre ellos y con la maestra. En el vídeo podemos observar generalmente a la maestra y a la totalidad de los alumnos, centrándose en ésta y en las interacciones con los alumnos y entre ellos, no apreciándose el trabajo de los pequeños grupos.

Dividimos la sesión en 8 episodios<sup>2</sup>. En la introducción Ana presenta la actividad al gran grupo, da indicaciones y reparte a cada alumno figuras en papel. En el segundo, concreción de la tarea, la maestra escribe en la pizarra la orden y los alumnos la copian. El tercero corresponde al trabajo de los alumnos en grupos y su seguimiento por Ana. La puesta en común del trabajo de los grupos comprende el resto de la clase, dividida en dos partes por el recreo. Antes del recreo, en el episodio 4º, un primer grupo expone en la pizarra sus soluciones para dividir en mitades las figuras, y en el 5º intervienen otros grupos discutiendo sus soluciones a partir de las del primer grupo. Los episodios de después del recreo no serán objeto de análisis en esta comunicación (Breve descripción de los 5 primeros episodios en Anexo).

## RECOGIDA Y ANÁLISIS DE DATOS

La recogida de datos se hace fuera del aula de formación inicial, con las cinco EPM y uno de los formadores. Comenzamos explicando algunas características del contexto de la sesión y su división en episodios. Se pide a los alumnos un análisis individual escrito (protocolo de análisis), diferenciado en dos columnas (“Observaciones” –lo descriptivo- y “Comentarios” –lo analítico), al objeto de que se fijen más en los detalles y trasciendan la pura descripción. Vemos el vídeo por episodios, parando para que anoten. Al finalizar el visionado y su análisis individual, hacemos una puesta en común. El formador actúa de moderador (sin dar opiniones). Toda la sesión es grabada en audio y transcrita.

Efectuamos un análisis del contenido de cada protocolo, extrayendo unidades de información que sintetizan las ideas centrales del mismo sobre cada episodio. Vertemos esta información en una tabla cuyas columnas corresponden a los datos de cada alumna y las filas a cada episodio, que nos permite analizar horizontalmente sobre lo que reflexionan las EPM en cada episodio.

## RESULTADOS: *LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL CONTENIDO MATEMÁTICO EN EL CENTRO DE ATENCIÓN*

Nos centraremos en algunas de las reflexiones de las EPM que muestran cómo consideran la situación de enseñanza-aprendizaje analizada.

1 Sintéticamente, en los dos extremos, Teresa muestra alto nivel de competencia y conocimiento en la materia y gusto por ella, Laura presenta dificultades hacia su comprensión y muestra un temor constante a que pudiera resultar a los alumnos de Primaria tan complicada como ha sido siempre para ella. Las otras tres EPM muestran un nivel medio de competencia, con diferencias entre ellas, y actitudes positivas a su enseñanza y variado nivel de agrado hacia la propia materia, entre los extremos señalados.

2 Entendemos un episodio como un fragmento de la lección en el que la intención didáctica o relativa a la gestión del profesor es constante (Andrews, Carrillo y Climent, 2005).

### Distintas representaciones de una fracción

La mayoría de las EPM destacan el interés de que salgan variadas representaciones de fracciones, algunas no estándar (Marta: *el papel les facilita mucho, el que puedan manipularlo, llegando a ver mitades que no son convencionales* [M11<sup>3</sup>]).

Como variables diferenciadoras (de las representaciones que consideran convencionales) se fijan en que:

- la posición no les supone un elemento distintivo (*los alumnos son capaces de ver que el cuadrado 1.6 y 2 es el mismo, aunque esté cambiado de forma* [M9]),
- las partes en que se divide la unidad no tienen por qué ser continuas (*son ellos los que llegan a la conclusión de que las partes no han de estar “juntas”* [M12, refiriéndose a la discusión de 3.1]) y, relacionado con esto,
- el número de partes que se observan en la figura no tiene por qué coincidir con el denominador.

Algunas EPM consideran estas últimas particiones un obstáculo para la comprensión del concepto de fracción (*esto puede confundir...se debe hablar de dos mitades iguales... y no mezclar las mitades entre sí*, C15) o representaciones erróneas (*asemejan suma de partes, pero se dan cuenta de que para ser mitades sólo puede haber dos partes. Incluso lo dan por válido*, T19). Marta (M12 anterior) e Inma parecen verlas como una ampliación adecuada de las representaciones habituales (*ha sido bueno utilizar el papel para darnos cuenta de que se podían hacer más mitades de las que creíamos*, I13).

Carmen valora también las representaciones que se desechan (*se pueden ver como contraejemplos*, C12).

### La tarea respecto de la introducción del concepto de fracción

- a) El material y las figuras propuestas: mientras que Laura sólo constata el hecho de que se usa papel y tres tipos de figuras (rectángulo, cuadrado y círculo), Teresa e Inma hacen algunas valoraciones sobre la conveniencia de su elección (*son figuras conocidas*, T5, *son las cotidianas para representar fracciones*, T10). Valoran el uso del papel porque sirve para poder doblarlo o recortarlo y comprobar manipulativamente algunas de las particiones hechas (unidad I13 antes mencionada) y potencia que surjan mitades menos convencionales (M11 anterior). Para Carmen, *este tipo de recursos son necesarios en el aula porque es la única forma de que el alumno aprenda de verdad (y no memorísticamente, sino comprendiendo)* (C22). Marta declara que los alumnos *van a llegar a conceptos por medio de la manipulación del papel* (M19).
- b) Cómo se presenta la tarea a los alumnos: Laura, en sus comentarios sobre el primer episodio, apunta que *haría primero un ejemplo de la actividad* (L4) ya que observa que *los niños no han entendido lo que ha explicado la maestra* (L3). En la discusión posterior al visionado, otras EPM objetan que de ese modo podrían actuar por imitación y no dar otro tipo de particiones. Para Carmen, *pedir por mitades y cuartos a la vez puede llevar al alumnado a bloquearse* (C6).
- c) Los contenidos que se señalan en relación con el concepto de fracción: Teresa destaca el concepto de parte y unidad, el de numerador (T11 anterior), denominador (respecto de la discusión sobre las figuras 3.i, *algo muy importante es que con un comentario de un*

3 Cada unidad se codifica con la inicial del nombre y un número.

*alumno se introduce el concepto de denominador y de igualdad entre las partes, T22), necesidad de igualdad entre las partes y número de partes en que se divide la figura.*

## CONCLUSIONES

Los resultados seleccionados ejemplifican la posibilidad de que los EPM, al analizar un vídeo, centren su atención en aspectos del contenido y profundicen al respecto. En especial, en el protocolo de Teresa podemos encontrar un análisis fuertemente ligado al concepto de fracción. De algún modo, ha desglosado dicho concepto y tiene presente algunos subconceptos (Blanco y Contreras, 2002) (unidad, partición de la unidad y partes resultantes, numerador y denominador) y características relevantes (igualdad de las partes y número de ellas) (Llinares y Sánchez, 1988). Su valoración global de la tarea (*es una actividad bastante buena para comenzar (mitades y cuartos), T12*) contrasta con la de Laura que, en general, presenta el polo opuesto respecto de escasas consideraciones sobre el contenido (*es una actividad bastante entretenida e ilustrativa para los niños, L7*).

En la formación inicial esta actividad permitiría aflorar aspectos ligados al conocimiento didáctico del contenido y su discusión en un contexto que le da sentido y significado (formulando problemas prácticos profesionales -Azcarate, 1999- a partir de la experiencia profesional de otros).

¿Podemos inferir de lo obtenido que la actividad pueda propiciar la adquisición de hábitos de reflexión sobre la enseñanza y aprendizaje de la materia? Al menos, les permite ver, al realizarse en grupo, que hay otro análisis posible, no sólo el general, y que existen herramientas (conocimientos sobre los propios contenidos y su enseñanza y aprendizaje) que posibilitan dicha especificación. Implicarse en dicho análisis y disponer cada vez de un mejor conocimiento para sacar más partido del análisis son elementos recursivos. No se adquirirán hábitos si se realiza como actividad aislada, pero creemos que ha mostrado potencial como para pensar que su inclusión en la formación inicial puede servir para trabajar con los EPM el desarrollo de dichos hábitos.

Casi no hemos abordado aquí la fase de discusión del análisis de cada estudiante con sus compañeras. De las diferencias entre sus apreciaciones es fácil imaginar el interés de las discusiones que pueden entablarse en el aula de formación (implicando concepciones y conocimiento profesionalizado del contenido). Estas discusiones, además, tienen para ellos el interés añadido de que las diferencias de interpretaciones vienen de sus iguales.

La consideración del análisis de vídeos de clases como actividad dentro del aula de formación inicial de maestro plantea otros interrogantes, como cuál debe ser el papel del formador. Goffree y Oonk (2001) abogan por que en ocasiones el formador actúe de experto, ejemplificando cómo mantener una conversación reflexiva sobre la situación (al estilo de Schön). De este modo, el formador muestra cómo se puede aprender de la práctica y abordar su análisis, qué perspectivas parecen útiles, qué cuestiones surgen que necesitan más reflexión y que muchas de las respuestas son sólo conjeturas y están abiertas a la discusión. Además, entre líneas, muestra sus propias visiones sobre la matemática, su enseñanza, y otras cuestiones profesionales (p. 118).

Finalmente, queremos destacar nuestra satisfacción por poder hacer uso en la formación inicial del trabajo derivado de nuestra investigación sobre desarrollo profesional y práctica del profesor. La actividad de análisis de vídeo se muestra potente respecto del desarrollo de los profesores implicados (tanto en formación permanente como inicial).

## REFERENCIAS

- Andrews, P., Carrillo, J. y Climent, N. (2005). Proyecto "METE" (mathematics education traditions of Europe): el foco matemático. En A. Maz, B. Gómez & M. Torralbo (Eds) *Investigación en Educación Matemática*. IX Simposio de la SEIEM. Córdoba: Publicaciones de la Universidad de Córdoba. (p. 131-137)
- Azcárate, P. (1999). Los ámbitos de investigación profesional (A.I.P.) como organizadores del currículum del profesor. *Actas del PROFMAT 99*, Conferencia 24, 121-134. Portimao: Portugal.
- Blanco, L. y Contreras, L.C. (2002). Un modelo formativo de maestros de Primaria en el área de matemáticas en el ámbito de la geometría. En L. Blanco y L.C. Contreras (Eds) *Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de Matemáticas: Una mirada a la práctica docente*. Cáceres: Universidad de Extremadura. Servicio de Publicaciones.
- Carrillo, J., Coriat, M. y Oliveira, H. (1999). Teacher education and investigations into teacher's knowledge. In K. Krainer, F. Goffree y P. Berger (eds.) *European Research in mathematics education I.III. On Research in Mathematics Teacher Education*. Osnabrück: University of Osnabrück. Chapter 3. Pp. 99-145.
- Climent, N. (2005). El desarrollo profesional del maestro de Primaria respecto de la enseñanza de la matemática. Un estudio de caso. Michigan: Proquest Michigan University ([www.proquest.co.uk](http://www.proquest.co.uk)).
- Climent, N. y Carrillo, J. (2002). Una propuesta para la formación inicial de maestros. Ejemplificación: Los triángulos, una situación de Primaria. *Revista EMA*, vol.7, nº2, 171-205.
- Contreras, L.C. (1999). El método de casos en la formación de maestros. Una aproximación desde la Educación Matemática. En J. Carrillo y N. Climent (Eds) *Modelos de formación de maestros en matemáticas*, 149-162. Huelva: Universidad de Huelva.
- Cooney, T.J. y Shealy, B.E. (1997). On understanding the Structure of Teachers' Beliefs and Their Relationship to Change. En E. Fennema y B.S. Nelson (Eds) *Mathematics Teachers in Transition*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Goffree, F. y Oonk, W. (2001). Digitizing Real Teaching Practice for Teacher Education Programmes: The MILE Approach. En F.L. Lin y T.J. Cooney (Eds) *Making Sense of Mathematics Teacher Education*. Dordrecht: Kluwer Academia Publishers, pp. 111-145.
- Jaworski, B. (1998). Mathematics teacher research: process, practice and the development of teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1(1), 3-31.
- Jaworski, B. (1999). Teacher education through teachers' investigation into their own practice. En K. Krainer, F. Goffree y P. Berger (Eds) *On Research in Teacher Education. From a Study in Teaching Practices to Issues in Teacher Education*. Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik. Osnabrück, Alemania.
- Krainer, K. (2001). Investigations into practice as a powerful means of promoting (student) teachers' professional growth. En J. Novotná (Ed) *European Research in Mathematics Education II*, vol.1, 269-280.
- Llinares, S. y Krainer, K. (2006). Mathematics (student) teachers and teachers educators as learners. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds) *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers. Pp. 429-459.
- Llinares, S. y Sánchez, M.V. (1988). *Fracciones*. Madrid: Síntesis
- Marks, R. (1991). When should teachers learn pedagogical content knowledge? Comunicación presentado en la AERA. Chicago.

## ANEXO: DESCRIPCIÓN DE LA PRIMERA PARTE DE LA SESIÓN

1º episodio

Ana anuncia a los niños que van a trabajar en grupo, “como les gusta”.

“Va a dar a cada niño un rectángulo, un círculo y un cuadrado (mostrándolos recortados en papel). De lo que se trata es de conseguir doblarlos para lograr distintas formas de hacer mitades y después cuartos. Hay que hacerlo de todas las formas posibles”.

Ana les dice que cuando un alumno encuentra una forma, se la enseña a los de su grupo, éstos le imitan (lo doblan igual) y todos lo dibujan en sus cuadernos. De este modo, les deben quedar dibujadas todas las formas que ha encontrado el grupo. Señala que deben ser mitades, para lo que una parte tiene que ser igual a la otra.

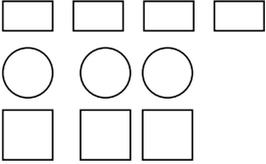
Luego tendrán que ponerle un número a cada una de esas partes que han diferenciado. Ante la duda planteada por un niño, dice que si no encuentra un número lo puede expresar de otro modo, aunque no sea con números.

Los alumnos se colocan en grupos de 3 o 4 niños y Ana reparte las figuras de papel.

2º episodio

Les pide que copien primero la orden que va a escribir en la pizarra. Anota la orden que sigue en la pizarra y los niños la copian en sus cuadernos:

*Dobla tu papel por la mitad de distintas formas. Dibuja ahora los resultados.*



*¿Cuántos trozos has hecho en cada caso?*

Los niños se ponen a trabajar y Ana va pasando por los grupos (3º episodio).

4º episodio

Termina el trabajo en grupos. Muchos niños solicitan intervenir. Ana invita a salir a las tres niñas que componen un grupo y les pide que dibujen sus soluciones de mitades en la pizarra. Les pide a los demás que estén pendientes para ver si realmente han hecho mitades y si ellos tienen otro modo distinto de hacerlas. Dibujan sus soluciones (1.1.-1.6 de figuras al final del 5º episodio).

5º episodio

La maestra pide formas distintas e invita a participar a los que levantan la mano.

a) Un grupo dice tener una partición distinta de los cuadrados (2). Aunque algunos niños dicen que es la misma que 1.6., deciden considerarlo como otra forma distinta.

b) Un grupo de niñas añade las propuestas de particiones de mitades: 3.1, 3.2 y 3.3.

Otros niños señalan que son “tercios” porque hay tres partes.

Ana: *Porque son tres partes. Y siempre que hagamos tres partes... ¿son tercios?... Y entonces... siempre que hagamos dos partes son mitades...?* [Jose dice que sí]. *Sí. O sea, que si yo*

*cojo el mismo cuadrado [se va a la pizarra y hace el dibujo: ]. Y lo parto por aquí son dos trozos... son mitades... [David dice que tienen que ser iguales y Jose lo repite]. ¡Ah! Entonces, repito, te vuelvo a preguntar: ¿éstos son tercios? [Jose dice que no]. ¿Por qué no? [“Porque no son iguales”, dice Jose]. ¡Porque no son iguales!. Es cierto que son tres partes, eso sí es cierto, pero ¿son tercios? [Jose dice que no]. ¡No!. Para que sean tercios... [mirando a Jose para que complete. Éste responde que tienen que ser iguales]. Y tienen que ser iguales. Ellas os dicen que lo que han hecho aquí son mitades. Ahora vosotros tenéis que ver por qué sí o por qué no.*

Algunos dicen que sí lo es porque el centro es lo mismo que las dos partes extremas unidas (refiriéndose al rectángulo, 3.1). Otros dicen que el centro es mayor. Ana les pide a los que dicen que sí, que le demuestren a los otros que es así. Una de las niñas del grupo que dio esa solución muestra cómo doblando las dos partes extremas por las líneas de división, se recubre exactamente la parte central. Todos se convencen entonces de la igualdad.

Ana pregunta si algún grupo tiene más particiones y salen varios niños a la pizarra, añadiendo los dibujos 4, 5 y 6.

c) Ana les llama la atención sobre el dibujo 1.3. *Yo quisiera que todo el mundo se fijara que estas líneas van de aquí a aquí, no van de esquina a esquina.* Les cuestiona si es o no la mitad. Vuelve a haber discrepancias por lo que les pide a los que dicen que sí que convencen a los otros. Una niña del grupo que dio la solución explica: “así no da la mitad [doblado, porque no coinciden] pero así sí” [cuando lo abre, señalando las dos partes]. Algunos siguen sin convencerse, por lo que Ana recorta ambas mitades y las superpone, alegando que ésa es la única manera en que cree que va a ser posible verlo. Les pregunta a los niños por qué en este caso han tenido que cortarlo para ver que coinciden. Algunos niños señalan que “aquí están al revés”. Ana les recuerda entonces una actividad que hicieron en la clase de expresión plástica en la que dibujaban figuras simétricas respecto de un eje vertical (sin hacer alusión al concepto de simetría, sólo indicado cómo estaban situados los dibujos).

d) Pasan entonces a ver cuántos trozos han hecho en cada caso. En el caso de tres trozos Ana les fuerza a que concreten más, de modo que concluyen que en los otros casos tienen “dos partes iguales” y en éstos “tres partes, dos trozos iguales y uno que es el doble de uno de los dos”..

Al final de esta primera parte de la sesión, quedan en la pizarra los dibujos hechos por los grupos que han intervenido:

