

# Área y perímetro para la caracterización de formas

ALEJANDRA CAÑIBANO  
PATRICIA SASTRE VÁZQUEZ  
RODOLFO D'ANDREA

En este trabajo se resalta la importancia de la geometría como modeladora del espacio que nos rodea, para lo cual se presenta la resolución de un problema relacionado con algunas disciplinas como: la cartografía, la geografía, la hidrología: caracterización de la forma de una cuenca hidrográfica. También se pone de manifiesto la importancia de las figuras geométricas y de dos variables asociadas a la morfometría: el área y el perímetro, las cuales permiten describir la forma de una cuenca y los efectos asociados a la misma.

*Palabras clave:* Área, Perímetro, Morfometría, Cuenca Hidrográfica.

## **Area and Perimeter for the characterization of forms**

In this work highlights the importance of geometry as a shaper of the space surround dingus in relation to the resolution of a problem inherent in some disciplines: the shape of a river basin. It shows the importance of geometric figures and two variables associated with Morphometry, area and perimeter, to try to describe the form of a basin and effects associated with it.

*Keywords:* Area, Perimeter, Morphometry, Watershed.

Desde la segunda mitad del siglo XX la Geometría, como rama de las Matemáticas, ha generado cierta preocupación entre los educadores matemáticos dado que no se le ha otorgado un lugar de importancia dentro de los diseños curriculares. Asimismo existe en la comunidad matemática internacional, total coincidencia que la Geometría debiera ser valorada en todos los niveles escolares pues esta situación de desconocimiento se viene reflejando en encuestas que evalúan los conocimientos matemáticos de los estudiantes tanto a nivel nacional como internacional (Mammana y Villani, 1998).

Desde una perspectiva matemática, la visualización como percepción visual supone la habilidad para interpretar y comprender la información proveniente de figuras que se usan en el trabajo geométrico y la habilidad para contextualizar y trasladar las relaciones abstractas y la información no figural en términos visuales (Marmolejo Avenia y Vega Restrepo, 2012). La visualización se constituye en un nicho de enorme potencial para devolver el lugar que le corresponde a la Geometría en los currículos escolares. En la teoría de las inteligencias múltiples de Gardner (1995, 2001), la visualización es una cualidad que puede desarrollarse, por lo tanto no se le debe considerar solo como una capacidad innata

que debe dejarse desarrollar de manera espontánea, sino que es necesario modelarla ya que no se adquiere de forma inmediata ni simple sino que se logra a través de un aprendizaje específico.

La Geometría puede considerarse como el origen de la visualización en Matemáticas (Gutiérrez, 1996, 1998) y se convierte en el mejor ámbito para el enriquecimiento de contenidos y habilidades. En el contexto geométrico, la relación entre conceptos y habilidades está presente en la intencionalidad de desarrollo del sentido espacial (New Jersey Mathematics Coalition, 1996) que se entiende como un elemento de la competencia matemática. Para que un alumno pueda discriminar las diferentes maneras de ver que permiten las figuras geométricas y de esta manera acceder a las figuras como verdaderos soportes intuitivos en el desarrollo de actividades matemáticas, es indispensable y urgente abrir espacios específicos en los currículos escolares desde los primeros años de educación escolar.

Promover la enseñanza de la visualización a través del análisis de áreas de regiones poligonales se constituye en el nexo para asociar este con las figuras geométricas. Es sabido que la comparación de figuras a partir de sus cantidades de área se constituye en una actividad óptima para el desarrollo de habilidades visuales desde los primeros años de educación y teniendo en cuenta que este objeto métrico tiende a ser un elemento de reflexión a lo largo de toda la educación básica. En este sentido el área de regiones poligonales se constituye en una entrada a la enseñanza de la Geometría. Para Marmolejo Avenia y Vega Restrepo (2012), no basta con la discriminación de las operaciones que han de realizarse sobre una figura y las transformaciones que se generan en ella para describir la visualización asociada a las figuras bidimensionales que subyace al desarrollo y comprensión de tareas de áreas de regiones poligonales, sino que es necesario considerar, además, los cambios en la manera de ver en la figura que ha de medirse, centrados en unidades visuales planas (figura de partida, sub-figuras y/o sub-configuraciones); es decir, pasar de centrar la atención en las características globales de la fi-

*es claro que los estudiantes no  
adquieran la capacidad de  
visualizar de forma automática*

gura de partida, a hacerlo en sus partes planas constituyentes.

Así es claro que los estudiantes no adquieran la capacidad de visualizar de forma automática

y esto conlleva a la necesidad de diseñar actividades para lograr su desarrollo. Entre los muchos contenidos que propician la adquisición de esta actividad cognitiva, se destaca el área de regiones poligonales porque, para su estudio, se apela al uso de figuras que enfrentan al estudiante con tareas en las que se requiere su uso. El objetivo de este trabajo es presentar contenidos teóricos básicos sobre cuencas hidrográficas y sus medidas morfométricas y algunas actividades relacionadas con estos conceptos para facilitar al docente la tarea del diseño de secuencias didácticas adecuadas para el desarrollo de la capacidad de visualización a través de la caracterización de áreas de regiones poligonales. En este trabajo se analizará la forma de las cuencas hidrográficas como regiones poligonales, poniendo especial atención a dos variables imprescindibles a la hora del análisis de la morfometría de las cuencas: el área y el perímetro.

Muchos de los procesos que ocurren en una cuenca están relacionados con su área. El área de una cuenca hidrográfica se define como el total de la superficie proyectada sobre un plano horizontal, que contribuye con el flujo superficial a un segmento de cauce de orden dado, incluyendo todos los tributarios de orden menor. El área está inversamente relacionada a aspectos como la densidad de drenaje y el relieve relativo. En condiciones normales, los caudales promedios, promedios mínimos y máximos instantáneos, crecen a medida que crece el área de la cuenca.

El área de la cuenca es uno de parámetros que se utiliza en los cálculos implicados en numerosos modelos hidrológicos. Si se consideran cuencas de una misma región, las de mayor área presentan mayor caudal medio y producen hidrógrafas con variaciones en el tiempo más suaves y más llanas. Otra característica del área de las cuencas es que se relaciona en forma inversa con la relación entre caudales extremos: mínimos/máximos. Al aumentar el área, disminuye

la relación  $A/L^2$ , lo cual indica una tendencia al alargamiento en cuencas grandes.

Una cuenca se puede clasificar atendiendo a su tamaño, en cuenca grande y cuenca pequeña. Una cuenca, para fines prácticos, se considera grande, cuando el área es mayor de  $250 \text{ km}^2$ . Una cuenca pequeña es aquella cuya área varía desde unas pocas hectáreas hasta un límite, que para propósitos prácticos, se considera  $250 \text{ km}^2$ .

La longitud,  $L$ , de la cuenca suele definirse como la distancia horizontal del río principal entre un punto aguas abajo y otro punto aguas arriba donde la tendencia general del río principal corte la línea de contorno de la cuenca. El perímetro de la cuenca es un parámetro importante, pues en conexión con el área provee información sobre la forma de la cuenca. Este parámetro por sí solo no da ningún tipo de información respecto al tamaño o forma de la cuenca; solamente al comparar cuencas de igual superficie, el valor del perímetro podrá dar una idea de su forma.

Según Jardi (1985), el perímetro y su forma se relacionan con la litología y edad de la cuenca de drenaje. Las formas redondeadas se corresponden a materiales blandos, mientras que materiales más duros darán formas más quebradas o lobuladas. Además, debido a la tendencia de las cuencas de conseguir formas redondeadas, a igualdad de litología, una cuenca redondeada implica mayor desarrollo.

## Cuenca hidrográfica y parámetros de forma

Se define una cuenca hidrográfica o cuenca hídrica como un espacio físico determinado por sistemas topográficos que permiten delimitar territorialmente una superficie de drenaje común, en donde interactúan los sistemas físicos, bióticos y socioeconómicos. Una cuenca hidrográfica cumple diversas funciones: hidrológicas, ecológicas, ambiental y socioeconómica, entre otras.

Los factores geológicos, principalmente, son los encargados de moldear la fisiografía de una

*Las formas redondeadas se corresponden a materiales blandos*

región y particularmente la forma que tienen las cuencas hidrográficas. Para explicar cuantitativamente la forma de la cuenca, se compara la cuenca

con figuras geométricas conocidas como son: el círculo, el óvalo, el cuadrado y el rectángulo. En base a esto se mostrarán cuatro parámetros, denominados parámetros de forma, utilizados en hidrología para el análisis de las formas de las cuencas y que, como se verá, hacen uso de las figuras planas antes mencionadas, poniendo de manifiesto la relación de la Matemática, y en este caso la Geometría, con la realidad que nos circunda.

Cuando se quiere estudiar el comportamiento torrencial de pequeñas cuencas, es de interés analizar algunas características propias de las formas de la superficie terrestre, con el fin de relacionarlas con la susceptibilidad que puedan tener dichas cuencas a un mayor o menor peligro torrencial. La cuenca se desenvuelve como un colector natural, es quien evacua parte del agua de lluvia en forma de escurrimiento. Para estudiar este fenómeno no solamente interesa el volumen total a la salida de la cuenca, sino también su distribución espacial y temporal, para lo cual se necesita tener un buen conocimiento de sus características. La forma de la cuenca desempeña un rol muy importante en la respuesta que esta presenta ante las precipitaciones. El tiempo de concentración, o sea tiempo que toma el agua precipitada en los límites más extremos de la cuenca para llegar al punto de salida de la misma, también depende de la forma que presenta la cuenca. Cuando el tiempo de concentración de la cuenca sea mayor, su respuesta a determinada precipitación tenderá a ser menor y viceversa.

La forma de una cuenca determina en gran medida su comportamiento hidrológico. Cuencas con la misma área pero de diferentes formas presentan diferentes respuestas hidrológicas ante una precipitación de igual magnitud y desarrollo. Algunos parámetros tratan de cuantificar las características morfológicas por medio de índices o coeficientes, entre ellos los que a continuación se presentan: 1) Factor de forma de Horton; 2)

Razón Circular de Miller ( $R_c$ ); 3) Coeficiente de compacidad de Gravelius ( $K_c$ ); y 4) Índice de Alargamiento ( $I_a$ ).

### Factor de forma de Horton

El factor de forma propuesto por Horton expresa la relación existente entre el área de la cuenca y el cuadrado de la longitud máxima o longitud axial de la misma. Su expresión es:

$$H_f = \frac{A}{L_a^2}$$

Donde:  $H_f$ : Factor de forma de Horton,  $A$ : área,  $L_a$ : longitud axial.

El valor máximo que se puede obtener del factor de forma es 0,7854 para una cuenca completamente circular y, a medida que la cuenca se hace más alargada, el valor tiende a cero (Londño, 2001).

Si se iguala la longitud de la cuenca al diámetro del círculo asociado, una cuenca perfectamente circular tendrá un factor de forma igual a  $\pi/4$ , ya que:

$$\frac{A}{D^2} = \frac{\pi \cdot D^2}{D^2 \cdot 4} = \frac{\pi}{4} = 0,7854$$

Si la cuenca fuera perfectamente cuadrada, el factor de forma tendría un valor igual a la unidad, ya que:

$$\frac{A}{L^2} = \frac{L \cdot L}{L^2} = 1$$

Para valores de  $H_f$  cercanos a cero, la forma será alargada.

### Razón Circular de Miller ( $R_c$ )

Miller propuso una razón circular adimensional: la razón del área de la cuenca al área de un círculo que tiene el mismo perímetro de la cuenca:

$$R_c = \frac{a}{A_c} \Rightarrow R_c = 12,566 \frac{A}{P^2}$$

Donde:  $R_c$ : Factor razón circular,  $A$ : área,  $A_c$ : área de un círculo.

Este índice, cuyo valor es menor o igual que 1, se acerca al máximo para las cuencas de forma redonda y los valores disminuyen a medida que la cuenca es más alargada o rectangular.

### Coeficiente de compacidad de Gravelius ( $K_c$ )

El coeficiente de compacidad se obtiene al relacionar el perímetro de la cuenca, con el perímetro de un círculo que tiene la misma área de la cuenca. Su expresión es:

$$K_c = \frac{P}{2\pi r} = 0,28 \frac{P}{A^{1/2}}$$

Donde:  $K_c$ : Índice de Compacidad,  $P$ : perímetro de la cuenca,  $A$ : área de la cuenca.

A medida que el coeficiente de compacidad tiende a la unidad, aumenta el caudal de la cuenca debido a que las distancias relativas de los puntos de la divisoria, con respecto a uno central, no presentan diferencias mayores y el tiempo de concentración se hace menor, por lo tanto mayor será la posibilidad de que las ondas de crecida sean continuas. Nunca los valores de este coeficiente serán inferiores a uno. Cuanto más se acerca el índice al valor 1 más se aproximará la forma de la cuenca a la de un círculo en cuyo caso la cuenca tendrá posibilidades de producir crecientes con mayores caudales. Esto significa que cuanto más bajo es  $K_c$  mayor será la concentración de agua. Por el contrario, cuando  $K_c$  se aleja de la unidad la cuenca será más alargada (figura 1).

Entre el tiempo de concentración, que es el tiempo que transcurre desde que una gota de lluvia sale de la parte más lejana de la cuenca hasta la salida, y el Coeficiente de compacidad ( $K_c$ ) existe una fuerte relación. A la cuenca con mayor Coeficiente de Compacidad ( $K_c = 2$ ) le corresponde el mayor Tiempo de Concentración, por lo cual se esperaría que la magnitud de la

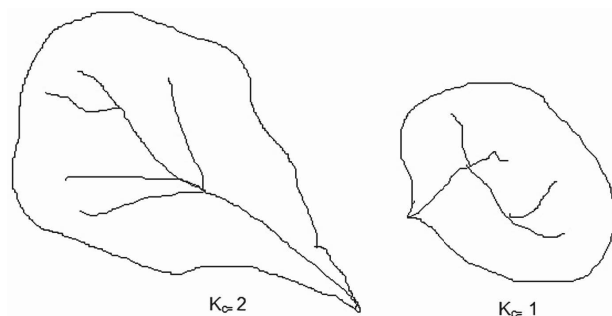


Figura 1. Cuencas con diferente  $K_c$

escorrentía generada por una precipitación en ella sea menor que en aquella que posee el menor Coeficiente de Compacidad ( $K_c=1$ ).

La cercanía de este índice al valor 1 indica la tendencia de la cuenca a concentrar fuertes volúmenes de aguas de escurrimiento, siendo más acentuado cuando más cercano sea a la unidad, lo cual quiere decir que cuanto más bajo sea  $K_c$  mayor será la concentración de agua. Existen tres categorías para la clasificación según el valor de este parámetro, las cuales se detallan en la tabla 1. Si el valor del Coeficiente de Compacidad es 1, la cuenca es perfectamente circular; si es igual a 1,128 la cuenca es cuadrada. El  $K_c$  puede alcanzar hasta el valor de 3, en el caso de cuencas muy alargadas.

Cuando la cuenca tiende a ser redonda, o sea si  $K_c$  tiende a 1, aumenta la peligrosidad de la cuenca respecto de las crecidas, porque las distancias relativas de los puntos de la divisoria con respecto a uno central, no presenta diferencias mayores y el tiempo de concentración se hace menor, por lo tanto mayor será la posibilidad de que las ondas de crecidas sean continuas (Gaspari y otros, 2012).

| Rangos de $K_c$ | Clases de compacidad                  |
|-----------------|---------------------------------------|
| >1,25           | Redonda a oval redonda                |
| 1,25-1,50       | De oval redonda a oval oblonga        |
| 1,50-1,75       | De oval oblonga a rectangular oblonga |

Tabla 1. Clasificación según el Coeficiente de Compacidad  
Fuente: Fuentes (2004)

### Índice de Alargamiento ( $I_a$ )

Este índice, propuesto por Horton, relaciona la longitud máxima de la cuenca con su ancho máximo medido perpendicularmente a la dimensión anterior.

$$I_a = \frac{L_a}{a}$$

Dónde:  $I_a$ : Índice de Alargamiento,  $L_a$ : longitud axial,  $a$ : ancho máximo de la cuenca

Para un Índice de Alargamiento pequeño, cercano a uno, la cuenca es poco alargada y su red de drenaje se presenta en forma de abanico,

donde las confluencias pueden estar cerca una de otra y el cauce principal es corto. Si el índice toma valores muy por encima de la unidad, la cuenca tiende a buscar una forma rectangular (Londoño, 2001). En la tabla 2 se presentan los rangos de Índice de Alargamiento y clases correspondientes.

| Rangos de $I_a$ | Clases de alargamiento |
|-----------------|------------------------|
| 0,0-1,4         | Poco alargada          |
| 1,5-2,8         | Moderadamente alargada |
| 2,9-4,2         | Muy alargada           |

Tabla 2. Rangos de Índice de Alargamiento y clases correspondientes  
Fuente: Fuentes (2004)

### Aplicación práctica

Se muestra a continuación la figura 2 con tres tipos determinados de cuencas. Se observa una cuenca alargada, una redonda y una intermedia.

El alumno puede realizar el cálculo del área y la medición de perímetros y longitudes apelando a distintas herramientas prácticas para determinar los factores en estudio y extraer conclusiones propias. Existen varios métodos sencillos para la medición de áreas. Algunos son métodos gráficos en los que se hace una comparación entre el plano o el mapa que se necesita medir y un patrón de área conocida. También existen los métodos geométricos en los que se usan fórmulas matemáticas sencillas

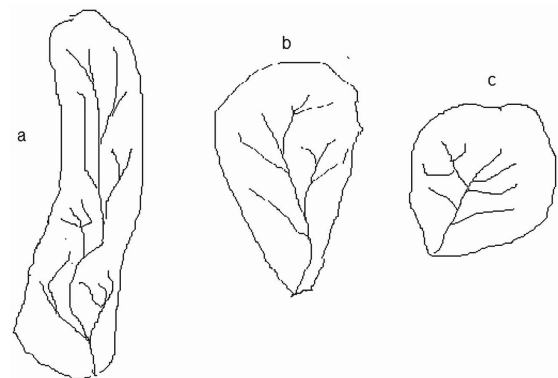


Figura 2. Cuencas hidrográficas

para calcular el área de figuras geométricas regulares, como triángulos, trapecios o áreas delimitadas por curvas irregulares. Estos métodos sencillos se describen en la tabla 3.

Para medir longitudes puede utilizarse una regla, una cinta, un escalímetro o resolver la situación, de acuerdo a la irregularidad de la figura, extendiendo un hilo sobre la misma, procediendo finalmente a medir la longitud sobre una regla.

Para el ejemplo de la figura 1 y trabajando con el método de las cuadrículas, que consiste en copiar la figura a la que se le va a calcular la superficie sobre un papel cuadrículado con determinado ancho de malla, se debe contar la cantidad de cuadrados completos y la cantidad de cuadrados que ocupen más de la mitad de cada cuadrícula; nótese que cuanto más pequeñas sean las cuadrículas mayor será la precisión de los resultados. Cuando se tiene la cantidad total de cuadraditos que abarca la figura se multiplica por el área de la cuadrícula y se obtiene de forma aproximada el área de la figura. Para nuestro ejemplo se obtuvieron los siguientes resultados, que se ven reflejados en el tabla 4.

La forma de cada una de las cuencas se ve reflejada en el valor que ha tomado cada uno de los índices calculados. Para el caso de Factor de Forma de Horton, las cuencas alargadas se acercan a cero mientras que las cuencas redondeadas pueden tomar hasta el valor 0,7854. En el cálculo de la Razón Circular los valores tienden a cero a medida que la cuenca se hace más alargada. Nunca se sobrepasa la unidad en el caso de las cuencas redondeadas

| Método  | Evaluación  |
|---|---|
| Franjas   | Método gráfico que da valores estimados poco precisos   |
| Cuadrículas   | Método gráfico que da valores estimados de buenos a muy buenos  |
| Subdivisión en figuras geométricas regulares, triángulos, trapecios | Método gráfico que da valores estimados de buenos a muy buenos  |
| Regla trapezoidal   | Método geométrico que da valores estimados de buenos a muy buenos. Adecuado para áreas con perímetros curvilíneos irregulares |

Tabla 3. Métodos sencillos de medición de áreas  
Fuente: <ftp://ftp.fao.org/fi/CDrom/FAO\_training/FAO\_training/general/x6707s/x6707s10.htm>

| Factores                                | Cuencas  |   |   |
|---|--|---|---|
|   | A<br>A = 33,25 cm <sup>2</sup><br>P = 30 cm<br>l = 14 cm<br>a = 3 cm | B<br>A = 17,25 cm <sup>2</sup><br>P = 17,5 cm<br>l = 6,5 cm<br>a = 3,8 cm | C<br>A = 15,75 cm <sup>2</sup><br>P = 14,7 cm<br>l = 5 cm<br>a = 5 cm |
| Factor de Forma de Horton               | 0,169  | 0,408   | 0,630   |
| Razón de Circularidad de Miller         | 0,464  | 0,709   | 0,916   |
| Coefficiente de Compacidad de Gravelius | 1,460  | 1,180   | 1,037   |
| Índice de Alargamiento                  | 4,660  | 1,710   | 1   |

Tabla 4. Parámetros calculados

El Coeficiente de Gravelius indica que con un índice mayor o igual a la unidad la cuenca tenderá a una forma redondeada. Finalmente para un Índice de Alargamiento pequeño, cercano a uno, la cuenca es poco alargada o tiende a la redondez.

### Ejemplo

Con el objetivo de aplicar los distintos índices que se indican en el trabajo, y a partir de los resultados realizar conjeturas, se presentan los datos correspondientes a dos cuencas. Se trata de las cuencas San Francisco y La Culebra, las cuales fueron caracterizadas por Fuentes (2004), en un trabajo y se ven reflejadas en las figuras 3 y 4.

Los parámetros calculados se observan en la tabla 5.

San Francisco es una cuenca de tamaño pequeño. Sus características morfométricas indican una forma alargada y poco achatada. San Francisco presenta una mayor actividad de escurrimiento superficial. El agua de lluvia que se escurre a través de una cuenca de forma alargada no se concentra tan rápidamente como en una cuenca de forma redonda. La Culebra tiene forma redondeada, lo cual facilita una mayor captación del agua que escurre. Es una cuenca con alta disponibilidad de agua y por lo mismo, es una cuenca prioritaria para el manejo hídrico y la conservación.

Ambas cuencas presentan valores del Coeficiente de Compacidad ( $K_c$ ) similares y no muy

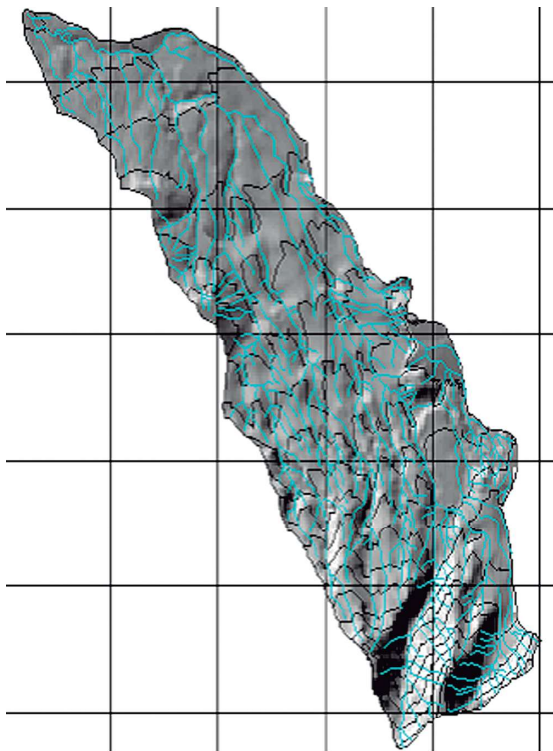


Figura 3. Cuenca San Francisco

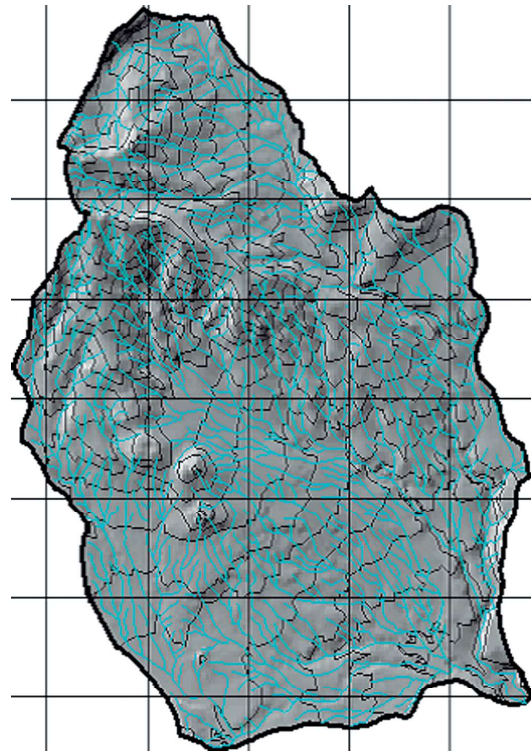


Figura 4. Cuenca La Culebra

| Morfometría                     | San Francisco | Clasificación                         | La Culebra | Clasificación          |
|---------------------------------|---------------|---------------------------------------|------------|------------------------|
| Perímetro (km)                  | 34,8          |                                       | 45         |                        |
| Longitud (km)                   | 14,1          |                                       | 15,9       |                        |
| Ancho (km)                      | 4,5           |                                       | 9,8        |                        |
| Área (km <sup>2</sup> )         | 41,80         | Pequeña                               | 102        | Pequeña                |
| Coefficiente de forma (Kf)      | 0,21          | Ligeramente achatada                  | 0,41       | Moderadamente achatada |
| Coefficiente de compacidad (Kc) | 1,5           | De oval oblonga a rectangular oblonga | 1,2        | Redonda a oval redonda |
| Índice de alargamiento (I)      | 3,1           | Muy alargada                          | 1,6        | Moderadamente alargada |

Tabla 5. Caracterización de las cuencas San Francisco y La Culebra  
Fuente: Fuentes (2004)

alejados de la unidad. Por lo tanto la tendencia de ambas cuencas para concentrar fuertes volúmenes de aguas de escurrimiento, es alta. Sin embargo, La Culebra presenta mayor capacidad de concentración de agua que la cuenca San Francisco.

## Conclusiones

El aprendizaje de la Geometría, en particular, ocurre necesariamente mediante la coordinación de actividades de visualización, razonamiento y

construcción, cada uno con sus funciones epistemológicas específicas (Marmolejo y Vega, 2012). Colaborar al desarrollo de estas habilidades puede ser un objeto de enriquecimiento, partiendo de que el diseño de unas buenas prácticas docentes puede favorecer el desarrollo de las capacidades visuales según las ideas de la teoría de las inteligencias múltiples (Ramírez Uclés, 2012).

El pensamiento espacial constituye un componente esencial del pensamiento matemático y para poder desarrollarlo se requiere de docentes que inviten al aprendizaje, que predispongan situaciones adecuadas, con aplicación de materiales

concretos provenientes de su propio entorno para estimular el interés, la creatividad, el gusto y el placer por aprender. De esta manera cobra importancia la evaluación de estrategias innovadoras para la enseñanza de la geometría, además de la planificación y ejecución, que conducen a los estudiantes a un aprendizaje permanente, contextualizado y significativo.

## Referencias bibliográficas

- GASPARI, F. J., A. M. RODRÍGUEZ, G. E. SENISTERRA, G. DENEGRI, S. BESTEIRO y M. L. DELGADO (2012), *Caracterización morfométrica de la cuenca alta del río Sauce Grande, Buenos Aires, Argentina*, AUGM-DOMUS, volumen 4.
- JARDI, M. (1985), *Forma de una cuenca de drenaje. Análisis de las variables morfométricas que nos la definen*. Revista de Geografía, vol. XIX, 41-68.
- FUENTES, J. J. A. (2004), *Análisis morfométrico de cuencas: caso de estudio del parque nacional pico de Tancitaro*, Dirección General de Investigación de Ordenamiento Ecológico y Conservación de Ecosistemas, Instituto Nacional de Ecología, México.
- GUTIÉRREZ, A. (1996), «Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework», en L. Puig y A. Gutierrez (eds.), *Proceedings of the 20th P.M.E. Conference*, Universidad de Valencia, Valencia, 13-19.
- (1998), *Tendencias actuales de investigación en geometría y visualización*. [Texto de la ponencia invitada en el Encuentro de Investigación en Educación Matemática, TIEM98. Centre de Recerca Matemàtica, Institut d'Estudis Catalans, Barcelona.]
- LONDOÑO C. (2001), *Cuencas hidrográficas: bases conceptuales – caracterización- planificación-administración*, Universidad del Tolima, Facultad de Ingeniería Forestal. Departamento de Ingeniería. Ibagué.
- MARMOLEJO, G., y M. VEGA (2012), «La visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje», *Educación Matemática*, vol. 24, n.º 3, 7-32.
- NEW JERSEY MATHEMATICS COALITION (1996), «Geometry and spatial sense, Standard 7», en *New Jersey Mathematics Curriculum Framework*, 209-249.
- RAMÍREZ R. (2012), *Habilidades de visualización de los alumnos con talento matemático*, tesis doctoral, Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática.
- MAMMANA C., y V. VILLANI (1998), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st Century. An ICMI Study*, Kluwen, Dordrecht.

ALEJANDRA CAÑIBANO  
<mac@faa.unicen.edu.ar>

PATRICIA SASTRE VÁZQUEZ  
<psastre@faa.unicen.edu.ar>

RODOLFO D'ANDREA  
<rodolfoedandrea@yahoo.com.ar>

Facultad de Agronomía (UNCPBA, Argentina)