NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 94, marzo de 2017, páginas 117-122

Una propuesta lógica más algunas soluciones

(Problemas Comentados XLV)

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz (Club Matemático[1])

Resumen Se resuelven los problemas del artículo anterior y se proponen algunos nuevos para resolver, particularmente de lógica.

Palabras clave Estrategias. Ordinograma. Lógica. Geogebra.

Abstract The problems of the previous article are solved and some new ones are proposed to solve, particularly of logic.

Keywords Strategies. Ordinogram. Logic. Geogebra.

En el artículo anterior dejamos una propuesta en forma de problema para dar que pensar a nuestros lectores. Como indicábamos, proviene del número 102 de la revista portuguesa *Educação e Matemática*, en la sección de problemas ("El problema de este número") que coordina el profesor José Paulo Viana.

La moneda falsa

> Tenemos 12 monedas de oro, aparentemente iguales, solo que una es falsa y pesa menos que las otras. Desconocemos el peso de las monedas. A nuestra disposición hay una balanza, de las que nos indican el peso de lo que colocamos en su plato. **¿Qué método debemos seguir para garantizar que siempre descubrimos la moneda falsa en cuatro pesadas?**
> Problema adicional: Si tuviéramos derecho a seis pesadas, **¿cuál es el mayor conjunto de monedas para el que conseguimos siempre encontrar la moneda falsa?**

Este problema aparenta ser igual a otros muchos de monedas verdaderas y falsas y una balanza que se utilizará como única herramienta para determinar cuál es la falsa, de la que no se suele saber siquiera si pesa más o menos que las otras.

Suele utilizarse una balanza de brazos iguales con la que se hacen comparaciones entre grupos de monedas.

La diferencia, en este caso, consiste en el tipo de balanza a utilizar: de un solo platillo y con lectura del peso.

[1] **El Club Matemático** está formado por los profesores **José Antonio Rupérez Padrón** y **Manuel García Déniz**, jubilados del IES de Canarias-Cabrera Pinto (La Laguna) y del IES Tomás de Iriarte (Santa Cruz de Tenerife), respectivamente. jaruperez@gmail.com / mgarciadeniz@gmail.com

La solución que comentamos, con nuestro estilo habitual, es original de Catarina Ferreira, lectora de la mencionada revista.

Proceso de resolución

Fase I. Comprender

Datos

12 monedas de oro, aparentemente iguales, una es falsa y pesa menos que las otras.

Desconocemos el peso de las monedas.

Hay una balanza que nos indica el peso de lo que colocamos en su plato.

Podemos hacer cuatro pesadas.

Problema adicional: seis pesadas.

Objetivo

Método para descubrir la moneda falsa en cuatro pesadas.

Mayor cantidad de monedas para encontrar la moneda falsa en seis pesadas.

Relación

La moneda falsa pesa menos que las otras.

Diagrama

Ordinograma de tabla

Fase II. Pensar

Estrategia

Organizar la información

Buscar un patrón

Fase III. Ejecutar

Procederemos así:

	Comenzamos por dividir las 12 monedas en 3 grupos, cada uno con 4 monedas.	
1ª Pesada:	colocar un grupo en la balanza y registrar el peso.	
2ª Pesada:	colocar otro grupo y registrar el peso.	
	Si los pesos fueran iguales significa que la moneda falsa está en el grupo de 4 monedas que no se ha pesado. Si los	Tener en cuenta que sabiendo el peso de 4 monedas verdaderas conseguimos determinar el peso de

	pesos fueran diferentes, la moneda falsa está en el que tuviera menor peso.	cada moneda verdadera. Sabemos el grupo de 4 monedas que contiene la moneda falsa. Elegimos dos de esas monedas:
3ª Pesada:	colocar las dos monedas y registrar el peso.	
	Como ya sabemos el peso de cada moneda verdadera, sabemos si la moneda falsa está entre estas dos monedas o en las dos monedas que quedaron fuera.	Conocemos así el grupo de dos monedas donde está la falsa.
4ª Pesada:	colocar una de estas monedas y registrar el peso.	
	Si el peso fuera el de moneda verdadera, la falsa es la que está fuera. Si el peso no fuera el de verdadera, ésta es la falsa.	Finaliza el proceso en 4 pesadas.

Problema Adicional

El método anterior puede ser generalizado para cualquier número de pesadas.

Se comienza por dividir las monedas en tres grupos (si el número de monedas no fuera divisible por 3, el tercer grupo queda con menos).

En la 1ª y 2ª pesadas se colocan el primer y el segundo grupo de monedas. Si los pesos fueran los mismos en los dos casos, la falsa está en el 3º grupo. En el caso contrario, está en el grupo más liviano. Se identifica así el grupo donde está la falsa, por lo que nos queda por saber el peso de cada moneda normal.

En las pesadas siguientes, lo que se tiene que hacer es dividir el grupo donde está la falsa en dos subgrupos y pesar uno de ellos.

Como se conoce el peso de las monedas buenas, se identifica el subgrupo que tiene la falsa.

Así, el número máximo de monedas *M* a partir del cual se consigue identificar la falsa en *N* pesadas viene dado por:

$$M = 3 \text{ x } 2^{N-2}$$

En el caso de 6 pesadas, podemos tener un máximo de 48 monedas. Las dividimos en conjuntos de 16, identificamos el grupo donde está la falsa con las dos primeras pesadas y, a partir de ahí, vamos dividiendo por la mitad el grupo que contiene la falsa.

Solución

Realizar las cuatro pesadas tal y como indica el ordinograma.

48 monedas como máximo.

Fase IV. Responder

Comprobación

Por modelización se puede hacer una comprobación práctica, utilizando 12 objetos (11 de igual peso y 1 diferente) y una báscula pequeña (de cocina o pesacartas).

Análisis

La solución es única.

Respuesta

Para la primera pregunta:

Formar 3 grupos de 4 monedas cada uno.

1ª Pesada: pesar grupo A.

2ª Pesada: pesar grupo B.

Pesos iguales → moneda falsa en grupo C que no se ha pesado.

Pesos diferentes → moneda falsa en grupo de menor peso.

Dividimos grupo de monedas que contiene la falsa en dos grupos de 2 (D y E)

3ª Pesada: pesar grupo D.

Dividir entre dos el peso del grupo correcto.

Comparar con peso de grupo D.

Pesos iguales → moneda falsa en grupo E.

Pesos diferentes → moneda falsa en grupo de peso menor.

Dividimos grupo de monedas que contiene la falsa en dos monedas diferenciadas.

4ª Pesada: pesar una de estas monedas.

Peso correcto → la falsa es la que está fuera.

Peso incorrecto → ésta moneda es la falsa.

Para la pregunta del Problema Adicional:

El método descrito se puede generalizar para cualquier número de pesadas.

Se divide siempre las monedas en tres grupos (si el número de monedas no fuera divisible por 3, el tercer grupo queda con menos).

Por comparación de las pesadas de dos de ellos se determina el grupo donde está la falsa (uno de ellos o el tercer grupo).

En las pesadas siguientes se divide el grupo donde está la falsa en dos subgrupos y se pesa uno de ellos.

Como se conoce el peso de las monedas buenas, se identifica el subgrupo que tiene la falsa.

Así, el número máximo de monedas *M* a partir del cual se consigue identificar la falsa en *N* pesadas viene dado por:

$M = 3 \times 2^{N-2}$

En el caso de 6 pesadas, podemos tener un máximo de 48 monedas.

$3 \times 2^{6-2} = 3 \times 2^4 = 3 \times 16 = 48$

Las dividimos en grupos de 16, identificamos el grupo donde está la falsa con las dos primeras pesadas y, a partir de ahí, vamos dividiendo por la mitad el grupo que contiene la falsa.

Problemas propuestos

Aquí presentamos ahora algunos problemas interesantes que proponemos para ser resueltos por nuestros lectores.

El examen

Un examen consta de 50 preguntas, cada una con cuatro posibles respuestas. Por cada respuesta correcta se dan 3 puntos y por cada respuesta incorrecta se quita un punto. Las preguntas no respondidas no puntúan. Un alumno que respondió a 42 preguntas tiene 58 puntos.

¿Cuántos aciertos tuvo?

Hace tiempo que no proponemos problemas de lógica. Ahí va éste, sacado también del Rally Matemático Transalpino.

Las casas adosadas

En cinco casas adosadas de colores diferentes, viven cinco personas de nombre y nacionalidad distintos. Cada uno practica un deporte diferente a los otros y tiene un cantante preferido.
Se sabe además que:

1. Ángel es americano.
2. El francés habita en la casa roja.
3. Sandro está siempre nadando en la piscina.
4. David habita en la casa rosada.
5. El portugués es un gimnasta.
6. En la casa naranja se escuchan canciones de Madonna.
7. El italiano escucha siempre a los Beatles.
8. La casa naranja está pegada a la izquierda de la amarilla.
9. En la casa del centro, el cantante preferido es Vasco Rossi.
10. El suizo habita en la primera casa a la izquierda.
11. David habita la casa pegada a la del jugador de tenis.
12. Valerio escucha siempre a Pavarotti.
13. El portugués odia a Madonna.
14. El suizo habita la casa al lado de la celeste.
15. Mario habita junto a un futbolista.

¿Quién escucha siempre a Adriano Celentano?
¿Quién practica el esquí?

P R O B L E M A S

Explicad vuestro razonamiento.

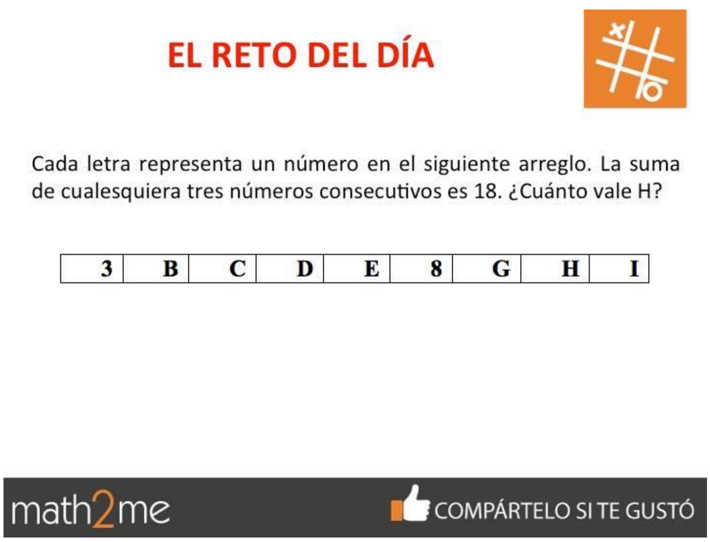
También éste proviene, como el anterior, del RMT. Nos parece muy curioso en su planteamiento y nos gustaría también que alguno de nuestros lectores intentase resolverlo utilizando Geogebra. ¿Será posible?

Sala de baile

Un rey debe reestructurar la sala de baile de su castillo que tiene una planta cuadrada, con mosaicos cuadrados, todos del mismo tamaño y enteros, tal que recubran todo el piso sin tener que recortar ningún mosaico.
El arquitecto dice a su rey: “Podéis escoger entre tres tipos de mosaicos: pequeños de 20 cm de lado, medianos de 25 cm de lado y grandes de 30 cm de lado.
- Si utilizáis los pequeños se necesitan más de 3000.
- Si utilizáis los medianos se necesitan menos de 4000.
- Si utilizáis los grandes se necesitan más de 2000.

¿Cuáles son las dimensiones de la sala de baile?
Explicad vuestra solución.

Como estamos seguros de que les gustaron los retos del sitio web **Mates y Más**, les ofrecemos uno nuevo.



Y volvemos a insistir: resuelvan los problemas, singulares y alejados de los cotidianos; utilícenlos con los alumnos y, sobre todo, aporten sus comentarios a la revista, sus soluciones e, incluso, nuevas propuestas. O, simplemente, cuéntennos lo sucedido en el transcurso de la clase en que probaron el problema. Queremos pensar que nuestras propuestas tienen uso en el aula. Eso nos alegraría mucho y también al resto de lectores. Vamos, anímense… ¡Si es divertido!

Como siempre, aguardamos sus noticias a la espera de la próxima edición de la revista

NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas

Un saludo afectuoso del **Club Matemático.**