



UN PANORAMA DE INVESTIGACIONES SOBRE MODELACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA Y BRASIL

Jhony Alexander Villa-Ochoa
 Universidad de Antioquia
 E-mail: <jhony.villa@udea.edu.co>

Edvonete Souza de Alencar
 Universidade Federal Grande Dourados
 E-mail: <edvonete.s.alencar@hotmail.com>

Resumen

Este artículo presenta un panorama de investigaciones colombianas y brasileras sobre Modelación Matemática en el ámbito de la Educación Matemática. Nuestro objetivo fue identificar el uso de la modelación en las investigaciones realizadas en ambos países. Para eso, realizamos dos búsquedas en bancos de datos; en Colombia se buscó los GrupLAC de grupos de Colciencias y se confrontó la información de la RECOMEM. En Brasil se utilizó el Banco de Tese da Capes. Para el caso de Colombia, la selección de los documentos se hizo teniendo en cuenta que fueran publicaciones en revistas, libros o capítulos de libro. En el caso de Brasil, por haber un estado de arte de investigación en el tema hasta 2015, utilizamos ese estudio y seleccionamos las investigaciones más recientes de 2016 y 2017. Presentamos las investigaciones y con el análisis configuramos categorías de semejanza que permitieran conocer más sobre los enfoques teóricos, metodológicos y los usos da Modelación Matemática como campo investigativo. Las categorías formadas fueron: 1) herramienta para: a) enseñar y aprender Matemática, b) desarrollar habilidades y competencias, c) resolver problemas con/por medio de la Matemática; d) formación política, crítica, democrática; e) establecer ambientes contextualizados e interdisciplinarios con la matemática; y 2) objeto de estudio: a) aprender a modelar; b) relación con otros enfoques y teorías y c) estudio de la investigación sobre modelación. De modo general, podemos notar similitudes y diferencias entre las producciones entre ambos países, y aspectos sobre el tipo de investigación debe realizarse.

Palabras clave: usos de la modelación, modelación matemática; investigación.

AN OVERVIEW OF RESEARCH ON MODELING MATHEMATICS IN COLOMBIA AND BRAZIL

Abstract

This article presents an overview of Colombian and Brazilian research on Mathematical Modeling in the field of Mathematics Education. Our objective was to identify the use of modeling in the research carried out in the countries. For that, we conducted two searches in data banks; in Colombia the

GrupLAC of Colciencias groups were searched and the RECOMEM information was confronted. In Brazil, the Tese da Capes Bank was used. In the case of Colombia, the selection of documents was made taking into account that they were publications in magazines, books or book chapters. In the case of Brazil, for having a state-of-the-art research on the subject until 2015, we used that study and selected the most recent research of 2016 and 2017. We presented the research and with the analysis we set up similarity categories that would allow us to know more about the theoretical, methodological approaches and uses of Mathematical Modeling as a research field. The categories formed were: 1) tool to: a) teach and learn Mathematics, b) develop skills and competencies, c) solve problems with / through Mathematics; d) political, critical, democratic formation; e) establish contextualized and interdisciplinary environments with mathematics; and 2) object of study: a) learning to model and b) Relationship with other approaches and theories c) study of modeling research. In general, we can notice similarities and differences between the productions between both countries, what investigations need to be carried out.

Key words: Uses of Modelling; mathematical modelling; research

UM PANORAMA DE INVESTIGAÇÕES SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA EM COLOMBIA Y BRASIL

Resumo

Este artigo apresenta um panorama da pesquisa colombiana e brasileira sobre Modelagem Matemática no campo da Educação Matemática. Nosso objetivo foi identificar o uso da modelagem na pesquisa realizada nos referidos países. Para isso, realizamos duas pesquisas em bancos de dados; na Colômbia, os grupos GrupLAC de Colciencias foram revistados e as informações do RECOMEM foram confrontadas. No Brasil, foi utilizado o Banco Tese da Capes. No caso da Colômbia, a seleção de documentos foi feita levando-se em conta que eram publicações em revistas, livros ou capítulos de livros. No caso do Brasil, por ter um estado da arte sobre o assunto, até 2015, usamos esse estudo e selecionamos as pesquisas mais recentes em 2016 e 2017. Apresentamos as categorias de similaridade que permitiriam saber mais sobre as abordagens teóricas, metodológicas e usos da modelagem matemática como campo de pesquisa. As categorias formadas foram: 1) ferramenta para: a) ensinar e aprender Matemática, b) desenvolver habilidades e competências, c) resolver problemas com / por meio da Matemática; d) formação política, crítica e democrática; e) estabelecer ambientes contextualizados e interdisciplinares com a matemática; e 2) objeto de estudo: a) aprender a modelar ; b) relação com outras abordagens e teorias e c) estudar a pesquisa em modelagem. Em geral, podemos notar semelhanças e diferenças entre as produções entre os dois países e quais investigações precisam ser realizadas.

Palavras chave: usos da modelagem; modelagem matemática, pesquisa.

Introducción

*Ven a mirar conmigo
el final de la lluvia.
Caen las últimas gotas como
diamantes desprendidos
de la corona del invierno,
y nuevamente queda
desnudo el aire.*

(José Luis Díaz-Granados)

Este artículo trae un panorama de investigaciones desarrolladas en Colombia y Brasil sobre modelación matemática en el ámbito de la Educación Matemática. En este panorama se busca identificar cuáles fueron las investigaciones realizadas por los países y percibir el uso, características de semejanza y diferencia en la investigación sobre modelación matemática. El artículo inicia con un fragmento del poema de Díaz-Granados que presenta la importancia de la observación de la naturaleza. La naturaleza, a su vez, está íntimamente relacionada con las acciones de la modelación matemática; estas acciones no solo buscan comprenderla y aportar a la solución de problemas que se identifican en ella sino también a problemas de la cotidianidad y de las ciencias.

En Brasil y Colombia, al igual que en otras regiones del mundo, existe un interés consolidar la modelación como un dominio de investigación en Educación Matemática. Varias investigaciones de carácter documental se han focalizado en identificar tendencias, desarrollos y proyecciones en el campo. Así, por ejemplo, ha habido un interés por las tendencias y desarrollos de la modelación en Educación Primaria (MADRUGA e BREDA, 2016; PARRA-ZAPATA e VILLA-OCHOA, 2015). También puede reconocerse intereses por caracterizar la investigación desarrollada sobre la temática en Latinoamérica (PRECIADO-BABB et al., 2018), en la búsqueda de las características para una metacompreensión de la modelación (BICUDO e KLÜBER, 2011), en las actividades que se presentan en tesis y disertaciones para la formación de profesores (TAMBARUSSI e KLÜBER, 2014) y en el tipo de tareas de modelación que se sugieren para el aula matemáticas (VILLA-OCHOA, CASTRILLÓN-YEPES Y SÁNCHEZ-CARDONA, 2017). Cada uno de estos estudios han ofrecido elementos para entender la complejidad de modelación tanto en sus comprensiones como en las condiciones para integrarla en la cotidianidad en los diferentes niveles de escolaridad.

La búsqueda por el reconocimiento sobre lo que ha sido investigado en modelación sigue siendo una problemática abierta (BICUDO e KLÜBER; 2011; PARRA-ZAPATA y VILLA-OCHOA, 2015). Los metaestudios ya realizados frente a esta problemática han permitido reconocer tendencias situadas en comunidades particulares, en niveles escolares, en enfoques teóricos o en poblaciones que atiende. Sin embargo, la necesidad de comparar la investigación producida por dos

más comunidades, reconocer sus complementariedades, convergencias y divergencias sigue siendo un tema pertinente para la investigación internacional.

Con base en lo anterior, este artículo presenta los resultados de un estudio en el que se busca reconocer otros aspectos que han sido investigados en la práctica de la modelación; particularmente, se pretende dar respuesta a la pregunta ¿Cuáles son los usos que se ha dado a la modelación en las investigaciones colombianas y brasileras?

En el siguiente apartado se presenta una conceptualización de la modelación matemática en el ámbito internacional, algunas comprensiones y usos que se hace de ella en la investigación. Posteriormente, se delimita la metodología seguida para este estudio documental. Finalmente, se presentan los hallazgos en cada país. El artículo finaliza con algunas consideraciones sobre el trabajo realizado e implicaciones que pueden orientar futuras investigaciones.

Sobre la modelación en la investigación en Educación Matemática

La modelación, en el ámbito de la Educación Matemática, se ha consolidado como un dominio de investigación (NISS, BLUM e GALBRAITH, 2007). En Latinoamérica también ha ocupado un espacio importante en las agendas de investigadores y comunidades quienes han hecho aportes a su comprensión en aproximaciones socioculturales (VILLA-OCHOA, ROSA e GAVARRETE, 2018). En este tipo de aproximaciones, Villa-Ochoa y colaboradores (2018) apuntan que existen comprensiones diferenciadas de la modelación, de sus propósitos y alcances en el ámbito de la Educación Matemática; así, en la investigación latinoamericana existe una “comprensión y uso de la modelación en la que se busca matematizar determinadas ideas, procedimientos o prácticas matemáticas presentes en la cotidianidad de diferentes grupos culturales” (pp. 7-8). Para los autores, en Latinoamérica, la modelación matemática, además de los aspectos conceptuales, también ha puesto la atención en

[...] los intereses de los sujetos que modelan, sus relaciones con la cultura y las comunidades en las que se involucra, las necesidades e intereses que motivan el estudio de fenómenos a través de la matemática, y el uso no subordinado de contextos, los conocimientos propios de la sociedad y la cultura (VILLA-OCHOA et al., 2018, p. 9).

Son varios los investigadores que señalan que no existe una comprensión homogénea de la modelación matemática. La diversidad puede deberse a la multiplicidad de propósitos y alcances en la formación o en las visiones teóricas y epistemológicas (KAISER e SRIRAMAN, 2006; DOERR e PRATT, 2008), o en la manera de “dar forma” a la modelación a través de situaciones y tareas en el aula (VILLA-OCHOA et al., 2017). También puede reconocerse en la investigación un uso de la modelación como herramienta y otro como práctica (VILLA-OCHOA et al., 2018; JULIE e MUDALY, 2007); en el primero la modelación se considera como un medio para alcanzar un determinado fin; mientras que, en el segundo, la modelación se considera el fin; es decir, una práctica

que puede ser estudiada por sí misma. Para Julie y Mudaly (2007) estas dos visiones en el aula se concretan en las prácticas de los profesores en las que la modelación es vehículo para ingresar a las matemáticas o cuando se convierte en un contenido de las matemáticas escolares. Frente a estos dos usos, Villa-Ochoa y colaboradores (2018) señalan que en la literatura existe una complementariedad que permite “considerar la modelación como una de las posibles estrategias de enseñanza en las que los saberes, ‘haceres’ escolares no se desvinculan de los medios con los cuales se construyen en la cotidianidad” (p. 9).

Metodología

Se desarrolló una investigación cualitativa que buscó hacer un levantamiento de investigaciones sobre la modelación Matemática en Colombia y Brasil. Este levantamiento, además de analizar cada documento de manera individual, buscó ofrecer una visión global de la producción en su conjunto; por esta razón es que se denomina *panorama*. La característica principal para la realización del panorama es la determinación de un conjunto de producciones que serán objeto de estudio. Al igual que en otras metodologías de carácter documental, las producciones se buscan en bancos de datos especializados atendiendo a una temporalidad y a criterios coherentes con los propósitos de la indagación (ALENCAR e ALMOULOU, 2017.). Este panorama busca identificar las investigaciones con el fin de comprender un poco más el dominio de investigación y como base para la realización de estudios posteriores.

Para el caso de Colombia, la búsqueda se realizó en las producciones de los grupos de investigación inscritos en el GrupLAC de COLCIENCIAS, los datos se complementaron con la información que reposa en el sitio Web de la Red Colombiana de Modelación en Educación Matemática y en repositorio FUNES. En total se encontraron 42 documentos entre artículos y capítulos de libro.

La búsqueda de las investigaciones brasileñas se realizó en el banco de tesis de la CAPES, el día 10 de junio de 2016, en el cual se utilizaron las expresiones “modelagem”, “modelagem na educação matemática”. El primer resultado presentó 38.623 investigaciones. Se utilizó como filtro que el tipo de investigación sea de doctorado; que se defienda en los años 2016 y 2017, del área de conocimiento de la enseñanza de Ciencias y Matemáticas, con área de concentración en la Educación Matemática, Enseñanza de Ciencias y Matemáticas y Enseñanza de Ciencias y Educación Matemática. Con base en ello, se obtuvieron 18 investigaciones. Con estas se realizaron lecturas de los títulos y resúmenes y seleccionaron finalmente 10 investigaciones para su análisis. Se hizo necesario una delimitación temporal a 2016 y 2017 dado que ya existen levantamientos, como el de Soares (2016), que analizan las producciones en periodos anteriores. Tal hecho no ocurre con el levantamiento realizado en Colombia visto el menor número de investigaciones en el área.

Conforme ya se ha mencionado, este artículo indaga por las contribuciones de la modelación Matemática al área de Educación Matemática, en particular, sobre los usos que se hace de la modelación en las investigaciones realizadas. La investigación se propone ofrecer un levantamiento y una visión general la producción seleccionada, con el cual se espera complementar los estudios que existen previamente. Se aclara que dos de las investigaciones encontradas en el caso brasilero se excluyeron dado que no fue posible conseguir el texto completo de la Tesis.

Panorama de las investigaciones colombianas y brasileñas

Para construir el panorama utilizamos el trabajo de Villa-Ochoa (2018) quien ofreció una tipología de usos de la modelación matemática en la Investigación en Educación Matemática. Esta tipología se enuncia a continuación:

1) herramienta o medio para: a) enseñar y aprender Matemática, b) desarrollar habilidades y competencias, c) resolver problemas con o por medio de la Matemática; d) formación política crítica y democrática e) conexiones con contextos y otras disciplinas y

2) objeto de estudio: a) aprender a modelar; b) relación con otros enfoques y teorías, y, c) comprensión de la modelación.

En la Tabla 1. se encuentra el conjunto de documentos que se ubican en cada categoría:

Tabla 1. Frecuencia de documentos por cada (sub)categoría

Uso de la modelación	Subcategorías	Descripción	n	
			Brasil	Colombi a
1. Herramienta	a. Enseñar y aprender Matemática	Investigaciones que se centran en la modelación como metodología para la enseñanza de un contenido. La producción de significados de un concepto.	4	10
	b. Desarrollar habilidades y competencias	Investigaciones que se focalizan en promover capacidades para la representación, abstracción, organización de datos, entre otros, análisis de modelos.	0	3
	c. Resolver problemas con (a través de) la Matemática.	Investigaciones que buscan la identificación de situaciones problemáticas en un contexto particular y, a partir de la matemática, ofrecer una solución.	0	5
	d. Formación política crítica y democrática	el propósito central de estas investigaciones es promover actitudes y visiones críticas, promover la participación crítica y	1	10

		democrática en ambientes escolares o extraescolares.		
	e. Conexiones con contextos y otras disciplinas	El objetivo principal es establecer conexiones entre las matemáticas y otros contextos o áreas del conocimiento.	1	9
2. Objeto de estudio	a. Aprender a modelar	La atención se centra establecer y promover las condiciones para que los estudiantes aprendan a modelar matemáticamente.	0	2
	b. Relación con otros enfoques y teorías	Estudios que se preocupan por encontrar sentido otros objetos y procesos cuando se desarrollan procesos de modelación.	4	2
	c. Comprensión de la modelación	Estudios que se centran los usos, comprensiones, perspectivas de la modelación con el fin de ofrecer una comprensión sobre ella y sus implicaciones para la investigación y el aula.	1	4

Fuente: Los autores

Modelación como herramienta para enseñar y aprender Matemática -1 A

Los trabajos clasificados en categoría evidencian que la modelación como herramienta, vehículo, medio, metodología para la enseñanza de las matemáticas es uno que más presencia tiene en las investigaciones de Colombia. En los últimos 20 años en Colombia ha habido un especial interés por la enseñanza de temas relacionados con el estudio del cálculo y otras áreas del análisis matemático a través de la variación (VILLA-OCHOA et al, 2018; MOLINA-TORO et al., 2018; PEÑA-PÁEZ e MORALES-GARCÍA, 2016; CRUZ e MEDINA, 2013), también el tema de sistemas de numeración, cantidades, medidas y magnitudes ha llamado la atención en modelación (AGUDELO e GARCÍA, 2016; ZAPATA-GRAJALES et al., 2018; RIVERA QUIROZ et al., 2018; TOLEDO-CHICAIZA e CRUZ-ROJAS 2018.). En este uso de la modelación como herramienta se puede establecer conexiones con otras herramientas, como por ejemplo las tecnologías digitales para la simulación (CRUZ e MEDINA, 2013; VILLA-OCHOA, et al., 2018; MOLINA-TORO et al., 2018, PEÑA-PAEZ e MORALES GARCIA, 2016) y para la visualización y la replicación de formas (ZAPATA-GRAJALES et al., 2018). Un elemento clave en estos trabajos radica en la autenticidad de los contextos usados; es decir, los autores se preocuparon para que los contextos usados para sus trabajos tuvieran cierta familiaridad y cercanía con los contextos e intereses de los estudiantes. Estos elementos son relevantes, en particular, para aquellos estudiantes de carreras profesionales (PEÑA-PÁEZ e MORALES GARCÍA, 2016; RENDÓN-MESA, ESTEBAN e VILLA-OCHOA, 2016; BRAVO-BOHÓRQUEZ, CASTAÑEDA-RODRÍGUEZ, HERNÁNDEZ-YOMAYUSA, HERNÁNDEZ-HERNÁNDEZ, 2016).

Por su parte, en los trabajos brasileños tiene cuatro trabajos con esa categoría, se destaca Soares (2016) quien hizo un estado del arte y presenta tres períodos importantes para la modelación matemática; entre ellas: las investigaciones de 1960 a 1979 que fueron guiadas por Ubiratan D'Ambrosio y eran denominadas de construcción y desarrollo de modelos matemáticos; las investigaciones de 1980 a 1999 desarrollan estudios sobre cómo realizar la modelación matemática; de 2000 a 2015 las encuestas tienen un enfoque más pedagógico para la modelación matemática, trayendo elementos precursores para el área.

Melillo (2017) trae algunas implicaciones de la modelación matemática para la mejora de las actividades desarrolladas en el aula. El autor promueve la reflexión del uso de la modelación matemática y cómo ésta puede romper con el dualismo en la enseñanza. Melillo (2017) utiliza dualismo al tratar de las diferencias existentes de segregación social.

El ambiente de aprendizaje de la modelación matemática se divide en momentos en que los conceptos, de la matemática o no, son abordados de forma desconectada, y en momentos en que se invocan conceptos o técnicas que no se ubican en un campo específico del saber, rompiendo momentáneamente el carácter dualista de la enseñanza (MELILLO, 2017).

Rozal (2017) trae reflexiones sobre las evidencias que los trabajos de investigación de maestría y tesis doctorales sobre modelación Matemática presentan sobre conocimientos específicos y generales, y sobre la información generadora de significados. Estas reflexiones posibilitan el análisis de tareas de modelación. También subraya la propuesta de una modelación interdisciplinaria; En este estudio la autora señala que: "[...] un determinado conocimiento complementa al otro y él no siempre ocurre solo" (ROZAL, 2017, p.148, original en portugués)

Zanella (2017) trae reflexiones sobre cómo puede ocurrir el aprendizaje del campo conceptual multiplicativo utilizando para ello el Modelación Matemática. Así afirma que:

[...] en esta investigación, sirvió como facilitadora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, pues cada una de las tareas, aunque planeadas para abordar conceptos específicos del campo conceptual multiplicativo, posibilitaron, durante la interpretación y validación del modelo matemático elaborado por los grupos, la movilización de los conceptos matemáticos provenientes de la estructura aditiva, que se mostró presente en las estrategias de resolución de los alumnos (ZANELLA, 2017, p.251, original en portugués)

En esta categoría es posible identificar que las investigaciones, de modo general, se preocupan por generar evidencia de las posibilidades que ofrece la modelación para la enseñanza y el aprendizaje; en particular, la producción de significados matemáticos articulados a los significados de los objetos en los contextos y profesiones en que se modelan. Algunos de estos estudios buscan, además, aportar reflexiones y sugerencias que permita a profesores e investigadores integrar la modelación en sus prácticas docentes.

Modelación como herramienta para el desarrollo de habilidades y competencias - 1 B

En la investigación colombiana se pueden encontrar tres trabajos que se relacionan con esta categoría. Estos trabajos se centran en el uso de la modelación para desarrollar capacidades de

estimación (AGUDELO e GARCÍA, 2016), para el análisis de modelos matemáticos (VILLA-OCHOA, 2016) y para caracterizar la modelación como una competencia (OLMOS ROJAS; SARMIENTO RIVERA; MONTEALEGRE QUINTANA, 2016).

El estudio de Agudelo y García (2016) mostró que a través de la modelación sus estudiantes mejoraron ostensiblemente la habilidad de estimar magnitudes continuas en volumen ocupado; para ello, usaron estrategias de iteración y comparación de un referente presente. Por su parte, Villa-Ochoa (2016) sugirió que no siempre la actividad matemática en el aula se debe centrar en todo el proceso de modelación; en muchos casos, importan las compresiones y usos que se puedan hacer de modelos matemáticos ya elaborados en el campo de las ciencias; así, por ejemplo, el autor mostró que futuros profesores podrían comprender variables, contextos y condiciones de uso de los modelos matemáticos. El trabajo de Olmos Rojas y colaboradores (2016) utilizó una secuencia didáctica sobre el estudio de la función cuadrática para argumentar que la competencia matemática modelizar (modelar) involucra las siguientes acciones (fases): a) identificar las magnitudes que intervienen en la situación, b) identificar variables dependientes e independientes para la inclusión en el modelo, c) construir el modelo con una variable independiente única y, d) comparar los resultados matemáticos con la situación inicial.

Las investigaciones presentadas en esta categoría dan cuenta que cuando los estudiantes se involucran en la modelación, también se involucran subprocesos y habilidades; en el trabajo de Olmos y colegas se observó un interés *a priori* y explícito por alinearse a un marco internacional sobre competencias; en los otros casos, las habilidades se describieron de manera emergente de los procesos desarrollados por los estudiantes. En los tres casos hubo una relación directa entre las habilidades y competencias y el desarrollo de un contenido temático. En relación con la producción brasilera, no se encontraron investigaciones en el período delimitado.

Herramienta para resolver problemas con o a través de la Matemática - 1 C

En esta categoría se agruparon trabajos cuya preocupación inicial no estuvo en la enseñanza o introducción de un contenido matemático; sino que, mas allá de ello, centraron la atención en algún tema de interés que posibilitara la formulación de problemas relevantes para un contexto o para la clase de matemática. En los trabajos colombianos, se reconoce un rol de la modelación para comprender fenómenos (PLAZA GÁLVEZ, 2011; 2016; 2017) y para predecir un comportamiento y mejorar aspectos de un proceso real (CÁRDENAS e SUÁREZ, 2018). En Plaza Gálvez se observa una preocupación por usar diferentes técnicas matemáticas para la modelación de comportamientos cíclicos y de otros sistemas dinámicos. Los trabajos de este investigador ofrecen ejemplos de contextos y actividades auténticas que muestran cómo los futuros ingenieros pueden emprender procesos de modelación en sus futuras prácticas profesionales. Por su parte, Cárdenas y Suárez (2018)

utilizan técnicas matemáticas y estadísticas para estudiar un fenómeno deportivo (una técnica de Taekwondo); los autores utilizan la modelación matemática y el software Tracker para modelar los movimientos de una patada. A partir de su estudio, los autores señalan que se puede realizar un entrenamiento adecuado que tenga en cuenta los resultados del modelo y así poder mejorar la técnica deportiva.

Los trabajos presentados en esta categoría dan cuenta de un interés por el uso técnicas, métodos para la construcción de modelos y el uso de la matemática para resolver problemas de interés para los estudiantes e investigadores. En el periodo delimitado y con los criterios elegidos, no se encontraron trabajos brasileiros que se pudieran ubicar en esta categoría.

Modelación como medio para la formación política crítica y democrática -1D

Con los trabajos de Barbosa y Araújo (por ejemplo, BARBOSA, 2006; ARAÚJO, 2009) se han concretizado aspectos epistemológicos para promover usos de la modelación matemática en la que el desarrollo de contenidos o habilidades no sean el único fin. Así, la formación de ciudadanos para la participación en la sociedad se convierte en el otro aporte de la matemática. En Colombia se reconocen en esta categoría los trabajos de Martínez Pinilla, Páez, García (2013); Bustos Motavita; Bustos Motavita, Novoa Parra (2013); Camelo-Bustos y sus colaboradores (2016; 2017), Parra-Zapata y sus colegas (2016; 2017; 2018). Bustos y colaboradores (2013) evidencian esfuerzos por llevar prácticas de modelación socio-crítica en el contexto escolar; al igual que en Camelo-Bustos, Perilla Triana y Macera Ortiz (2016, 2017), muestran evidencia de que es posible implementar situaciones de modelación en la perspectiva socio-crítica, aun cuando en los ambientes educativos no se trabaje en ese enfoque. En las experiencias reportadas en estos trabajos se logra dar cuenta de las posibilidades y desafíos que involucra la modelación cuando integra la participación de los estudiantes en la delimitación de problemas socialmente relevantes, la construcción de un modelo y en la sociedad. En este mismo sentido, Vanegas-García y Camelo-Bustos (2018) dan cuenta de que futuros profesores de educación infantil logran reconocer en situaciones críticas de su cotidianidad posibilidades para aportar a la formación política de los estudiantes.

La comprensión y caracterización de la participación de estudiantes y de profesores en ambientes de modelación ha estado en los desarrollos investigativos de Parra-Zapata y colaboradores (PARRA-ZAPATA e VILLA-OCHOA, 2016; PARRA-ZAPATA et al., 2017; 2018); en sus trabajos, la participación trasciende la visibilidad, reconoce las interacciones, las contribuciones y la interactividad como componentes fundamentales de la participación. El uso de crítico de modelos fue el interés de Parra-Zapata, Parra-Zapata y Villa-Ochoa (2017); para los autores los estudiantes pueden realizar actividad matemática a partir del análisis de modelos matemáticos construidos y usados en

otros campos profesionales; en esta experiencia se presenta evidencia de que la comprensión de las condiciones en las cuales los modelos fueron construidos, el reconocimiento de sus implicaciones y limitaciones y el uso adecuado de los procedimientos son condiciones necesarias para que los modelos y sus resultados puedan ser interpretados adecuadamente en la sociedad; en otras palabras, estos aspectos deben considerarse en lo que puede denominarse “uso crítico de los modelos matemáticos”.

En Brasil, la investigación de Melillo también aborda sobre los aspectos sociales. En su estudio se desarrolló una actividad que cuantificaban la felicidad. En este contexto, el autor hace algunas reflexiones finales sobre su trabajo

El ambiente de aprendizaje de modelación matemática proporcionó una expansión de la gama de interlocutores para los estudiantes en él actuantes. Tanto los asuntos de interés como el área de actuación de los involucrados salieron del ámbito del aula y, especialmente, del aula de Matemáticas.

El ambiente de aprendizaje se mostró un espacio propicio para que vinieran a la luz sentimientos y actitudes que revelan rasgos de subyugación en la formación de los sujetos investigados; y para que esos sentimientos fueran confrontados y desafiados. (MELILLO, 2017, p.199).

Tanto en Colombia como en Brasil se reconoce un interés por el desarrollo de investigación en una perspectiva socio-crítica; gran parte de los trabajos colombianos se han fundamentados en los resultados de investigaciones brasileras sobre esta perspectiva. Se observa un especial interés en las investigaciones colombianas por describir y ofrecer comprensiones adicionales al significado de la *participación* en modelación matemática. Estas comprensiones sobre la participación ofrecen un elemento adicional a metaestudios que se han enfocado en la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática tanto en Brasil (SILVA e KATO, 2012) como en Colombia (GÓMEZ ÚSUGA, CORREA CARVAJAL, MARÍN RÍOS, MESA e VILLA-OCHOA, 2015).

Modelación como medio para establecer conexiones con los contextos y otras disciplinas

En la investigación colombiana se identificaron nueve trabajos que se ubican en esta categoría. En ellos se observa un interés por reconocer la importancia de las situaciones de la cotidianidad y de la cultura como componentes determinantes en la producción de conocimiento por medio de la modelación matemática escolar (VILLA-OCHOA e LÓPEZ, 2011; VILLA-OCHOA e BERRÍO, 2015) este conocimiento no se subordina solo al conocimiento matemático, sino también al conocimiento que se involucra en los contextos, fenómenos y situaciones que se modelan. También existe un interés por reconocer procesos de modelación y la etnomatemática a través de prácticas de tallado en madera (AROCA, 2016), la articulación con el arte (ZAPATA-GRAJALES et al., 2018), la ingeniería (RENDÓN-MESA et al., 2015; 2016; PLAZA GALVEZ, 2016; BRAVO-BOHÓRQUEZ et al., 2016; PEÑA; SOTO; MARÍÑO, 2017) y la formación técnica en oficios

(BORJA, 2017). En relación con la formación en arte, Zapata-Grajales y colaboradores observó que la reproducción de las formas de las plantas una herramienta propicia para producir conocimiento sobre las matemáticas, las plantas y el arte a través de la replicación. En los trabajos orientados a la ingeniería y a la formación técnica en oficios, se reconoce una comprensión de la matemática como una herramienta para la formación en oficios y profesiones. En esta comprensión se observa la modelación como un medio para generar articulaciones entre las matemáticas y las demás áreas con el fin de atender a la necesidad de formación profesional.

Anchieta (2017), en Brasil, utiliza la evaluación mediadora en el desarrollo de las actividades de modelación Matemática en uno curso de Artes visuales en Brasil. El autor relata que: "La evaluación formativa en actividades de modelación Matemática contribuye en la construcción de modelos más consistentes en la medida que propone una aproximación de profesor y alumno, en una interacción constructivista del conocimiento." (ANCHIETA, 2017, p.140, original en portugués).

Los trabajos en esta categoría también se encuentran permeados por posicionamientos teóricos derivados de la perspectiva socio-crítica de la modelación y de perspectivas situadas de la cognición matemática. Ello hace que vean la modelación como un medio para la articulación entre disciplinas; para ello, generan nuevas interpretaciones que no se limitan al "repetir" los denominados ciclos de modelación matemática.

La modelación como objeto de aprendizaje - 2A

La premisa fundamental de esta categoría es que algunos profesionales no requieren solo del aprendizaje de la matemática sino también del aprendizaje de la modelación misma. En Colombia, se han realizado estudios para preparar a ingenieros (RENDÓN-MESA et al., 2016) y profesores (VILLA-OCHOA, 2015), entre otros profesionales. Para Rendón-Mesa y sus colaboradores, los ingenieros de diseño de producto deben proyectar un producto que atienda a las necesidades particulares de algunos usuarios. En el proceso de diseño se llevan a cabo diferentes acciones que tienen estrecha relación con la modelación matemática; en ese sentido, aprender a modelar/diseñar es una de las acciones más relevantes de este tipo de ingenieros. Por otro lado, se espera que los profesores durante su formación también aprendan a modelar matemáticamente, esto es, producir conocimiento que permita a los profesores promover diferentes maneras de hacer modelación en sus futuras prácticas de enseñanza. En ese sentido, Villa-Ochoa (2015) se preocupó por comprender cómo los profesores en ejercicio implementan modelación matemática en sus clases; los resultados de este estudio ofrecen insumos para entender por qué existen profesores que apelan al uso de problemas de enunciado verbales estereotipados como la principal fuente de modelación en sus clases.

La relación de la modelación con otras teorías y estudios - 2B

Para los estudios ubicados en esta categoría, la modelación cobra especial sentido en la medida que se integra con otros objetos de estudio. Así, por ejemplo, en estudios desarrollados en Colombia la modelación se considera una competencia cuando además de proceso se integra con perspectivas y constructos sobre las competencias matemáticas (OLMOS et al., 2016); también en la modelación el interés se ha centrado en los obstáculos que se presentan en el desarrollo que hacen ingenieros (PLAZA GALVEZ, 2016) y, por tanto, se convierte en un medio para la articulación entre la Educación Matemática y la Educación en Ingeniería (RENDON-MESA et al, 2016).

Las investigaciones brasileñas es posible observar temas relacionados con la evaluación formativa al interior de este proceso (ANCHIETA, 2017). También se reconoce el trabajo de Silva (2017) quien desarrolló una investigación sobre nuevos recursos para la enseñanza de la regla de tres utilizando para ello la praxeología de Chevallard correlacionada la modelación Matemática.

el uso de la modelación Matemática en la enseñanza, pues, desde nuestro punto de vista, la modelación matemática para la enseñanza son organizaciones praxeológicas que movilizan saberes Matemáticos y no Matemáticos, que son estructurados según una intención didáctica. Esto implica en el encaminamiento de futuras investigaciones, que puedan permitir una mejor comprensión de este objeto de la Didáctica de las Matemáticas (SILVA, 2017, p.183, original en portugués)

La relación entre estos dos estudios permite nuevas reflexiones teóricas metodológicas sobre el uso de la modelación Matemática. De otro modo, Barros (2017) utiliza los registros de representación semiótica en tareas de modelación Matemática de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias - EDO. Indica que:

La representación de los datos de la tabla en el plano cartesiano fue necesaria para la validación de los modelos, sin embargo, la validación sólo fue posible cuando los alumnos compararon este gráfico con la representación gráfica de las curvas soluciones. Es decir, los alumnos lograron identificar las informaciones acerca de la solución de la EDO en diferentes registros y relacionarlas al fenómeno estudiado. (BARROS, 2017, p.244, original en portugués)

Así la autora también trae contribuciones metodológicas para la modelación Matemática.

Braz (2017) trae consideraciones sobre el uso de la modelación matemática en una comunidad de práctica - CoP.

El compartir las reflexiones surgidas de la práctica de modelación en la CoP, de acuerdo con las ponderaciones indicadas hasta entonces, se constituye como uno de los caminos para la superación de resistencias en cuanto al uso de la modelación en las clases de Matemáticas (BRAZ, 2017, p. 230, original en portugués)

La autora reflexionó sobre las nuevas posibilidades del uso de la modelación Matemática en la CoP.

Zanella (2017) observa una aproximación entre la Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud a Modelación Matemática y demuestra en su investigación que la modelación puede

considerarse como una metodología Modelación Matemática; para ello, respalda sus análisis en los trabajos de G. Vergnaud.

La búsqueda de comprensión de la investigación sobre modelación matemática 2C.

El interés por comprender el conocimiento producido en la investigación sobre la modelación en el ámbito de la educación Matemática ha motivado el desarrollo de metaestudios como el que se presenta en este artículo. Esta última categoría recoge este tipo de investigaciones.

En Colombia y en Brasil, al igual que en otras regiones del mundo ha existido el interés recabar información sobre las investigaciones realizadas en la temática; con ella, se busca proporcionar insumos para conocer el estado actual de consolidación del dominio, pero también, para ofrecer un insumo para el desarrollo de nuevas investigaciones.

Tres trabajos se reconocen en Colombia, el primero de ellos se interesó por indagar las comprensiones y tendencias de la modelación en la Educación Primaria (PARRA-ZAPATA e VILLA-OCHOA, 2015); el segundo en reconocer los desarrollos de la modelación en la perspectiva socio-crítica (GÓMEZ USUGA et al, 2015) y el último por generar una tipología de las tareas que se presentan en las investigaciones en modelación y que, de alguna manera, sugiere formas de implementar la modelación en la cotidianidad escolar (VILLA-OCHOA et al., 2017). Los aportes de estos trabajos son diversos; por un lado, Parra-Zapata y Villa-Ochoa (2015) identificaron una fuerte tendencia en implementar la modelación en primaria a través de problemas presentados en enunciados verbales (Word Problems) y de las situaciones adaptadas. Por su parte, Gómez Úsuga y sus colaboradores (2015) identificaron que en Colombia la investigación en la perspectiva socio-crítica de la modelación ha dado lugar a categorías como: (1) el estudio del proceso de modelación desde los fundamentos teóricos, metodológicos y epistemológicos, (2) la modelación como estrategia para la enseñanza de un contenido, (3) la formación de maestros en modelación y, (4) la modelación a partir de un contexto. Para los autores, se requiere de más investigaciones que, en el marco de una perspectiva socio-crítica, vinculen la modelación a los contextos y prácticas que tenga en cuenta los los estudiantes. Finalmente, el metaestudio de Villa-Ochoa et al. (2017) ofreció un conjunto de cuatro tipologías, con algunas subtipologías, sobre el tipo de tareas que dan forma a la modelación en las aulas. Para los autores, cada una de ellas refleja, en alguna medida, propósitos y alcances diferentes para la formación en matemáticas. Para los autores, su estudio aporta evidencia adicional sobre la diversidad de comprensiones de la modelación matemática y llaman la atención para que, tanto profesores como investigadores, guarden coherencia entre sus propósitos de formación y el tipo de tarea implementada.

En Brasil hay muchos trabajos que hacen metaestudios; sin embargo, bajo los criterios de búsqueda e inclusión apareció sólo el trabajo de Soares (2016) que realiza una búsqueda de

investigaciones de 1979 a 2015. La investigación indica cuáles son aspectos históricos y fundamentales demostrados por las investigaciones seleccionadas, muestra las tendencias en modelación matemática y su contribución para el área de educación matemática.

Así investigaciones como estas permiten profundizar más sobre la producción que se ha realizado en los dos países.

Algunas consideraciones

Este estudio se ocupó de ofrecer un panorama sobre los usos que tiene la modelación en la investigación colombiana y brasilera; al respecto, uno de los aspectos que se resaltan es el marco analítico sobre el cual se describe y caracteriza esta noción de “uso de la modelación”. Este artículo ofrece una descripción para dos categorías de uso con sus respectivas subcategorías. Esto sugiere que tanto profesores como investigadores no solo deben reconocer la existencia de esta dualidad, sino también, “darle forma” a través de las diferentes subcategorías. Cada una de ellas, ofrece insumos para organizar las actividades de clase y de investigación en correspondencia con los propósitos de formación que se declaren en la clase de matemáticas.

En este panorama puede observarse un cierto grado de asimetría entre la investigación brasilera y colombiana. Este hecho se desprende tanto de los criterios de inclusión como del periodo elegido para la búsqueda de documentos en Brasil. Aun así, se reconoce que ambos países existen significativos desarrollos en el uso de la modelación como herramienta, principalmente, para fines sociales y usos críticos de la modelación. También en ambos países se observa un fuerte interés por el uso como herramienta para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; esta característica puede deberse a que en estos países muchos de los currículos se han organizado a través de contenidos y, por tanto, las investigaciones han buscado el diseño y validación de medios y recursos para enseñarlos y promover su aprendizaje.

La organización de las categorías permite identificar que en Colombia, aunque existen pocas tesis doctorales en el área de modelación en Educación Matemática, aun así, al igual que en Brasil, existe un significativo número de grupos de investigación que divulgan sus trabajos en artículos y capítulos de libro. En este metaestudio es posible identificar que los trabajos colombianos abordan todas las categorías, lo que también ocurriría en Brasil si se ampliara el espectro de las investigaciones.

Finalmente, este estudio sugiere que en estos países se desarrollen más investigaciones que permitan una caracterización de la modelación matemática como competencia y como objeto de estudio. Este tipo de estudios es importante pues posibilita una comprensión de otros alcances de la modelación; para ello, también se requiere que la comprensión de las competencias incluya el enfoque cognitivo al que se ha visto evocado en la investigación internacional (NISS et al., 2017); pero que,

de igual manera, busque trascender hacia enfoque socio-culturales de la noción de competencia. De modo general, se espera que con investigaciones futuras se pueda profundizar sobre otras características de los usos de la modelación, e incluso, se amplíe el conjunto de tipologías que se presenta en este artículo.

Referencias bibliográficas

AGUDELO MARIN, Y. M.; GARCÍA CASTRO, L. I. Desarrollo de la estimación de cantidades continuas en la magnitud volumen a través de la implementación de la modelación como estrategia de enseñanza y aprendizaje. **Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, n. 46, p. 139–158, 2016.

ALENCAR, E. S. DE; ALMOULOU, S. A. A metodologia de pesquisa: metassíntese qualitativa. **Reflexão e Ação**, v. 25, n. 3, p. 204, 9 set. 2017.

ANCHIETA, R. J. F. *Avaliação formativa de aprendizagem em modelagem matemática. (UFMT) - Universidade Estadual de la Amazonia. Teses (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática). (UEA) - Universidad Federal de Pará - (UFPA) - Universidad Federal de Mato Grosso (UFMT). 2017*

ARAÚJO, J. Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **ALEXANDRIA. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 55–68, 2009.

AROCA, A.. Modelación matemática situada en un oficio. El caso de artesanos de la madera. **Rev. U.D.C.A. Actual & Divulg. Cient.** v. 19, n. 1, p. 227-235, June 2016

BARBOSA, J. C. Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. **ZDM - Mathematics Education**, v. 38, n. 3, p. 293–301, jun. 2006.

BARROS, M. R. *Equações diferenciais ordinárias no contexto dos registros de representação semiótica e da modelagem matemática. Teses (Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática), Universidad Estadual de Maringa- UEM. 2017.*

BICUDO, M. A. V.; KLÜBER, T. E. Pesquisa em Modelagem Matemática no Brasil: a caminho de uma metacompreensão. **Cadernos de Pesquisa**, v. 41, n. 144, p. 904–927, dez. 2011.

BORJA MONTAÑA, D. F. Propuesta pedagógica: matemáticas en contexto. **Revista Rutas de formación: prácticas y experiencias**, n. 3, p. 60–67, 26 abr. 2017.

BRAZ, B. C. Aprendizagem matemática em uma comunidade de prática de futuros professores de matemática. Teses (Doutorado em Educação para Ciência e Matemática). Universidade Estadual de Maringa-UEM. 2017

BRAVO-BOHÓRQUEZ, A. *et al.* Enseñanza De Las Matemáticas En Ingeniería: Modelación Matemática Y Matemática Contextual. **Revista Educación en Ingeniería**, v. 11, n. 21, p. 27–31, 2016.

BUSTOS MOTAVITA, A. M.; BUSTOS MOTAVITA, G.; NOVOA PARRA, Y. C. Propuesta de ambientes de aprendizaje para la promoción de la modelación matemática desde la perspectiva crítica. **Revista científica**, v. 2, n. especial, p. 240–243, 1 out. 2013.

CAMELO-BUSTOS, F. J.; PERILLA TRIANA, W. Y.; MANCERA ORTIZ, G. Prácticas de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica con estudiantes de grado undécimo. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 9, n. 2, p. 67–84, 2016.

CAMELO-BUSTOS, F. J.; ARAÚJO, J.; MANCERA, G. El proceso de familiarización de un profesor con la modelación matemática: el caso de Wilson. **Educere et educare**, v. 12, n. 24, 2017.

CARDENAS-CORDOBA, J. H.; SUAREZ-POVEDA, J. J. Modelación matemática computacional en la ejecución de técnicas de pateo en el Taekwondo (Dollyo Chagui). **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 11, n. 1, 2018.

CRUZ HUERTAS, J.; MEDINA CASTAÑEDA, Y. Funciones en contexto. Una experiencia enriquecida en la modelación y simulación interactiva. **Sistemas & Telemática**, v. 11, n. 26, p. 59–80, 2013.

DOERR, H. M.; PRATT, D. The learning of mathematics and mathematical modeling. *In*: HEID, M. K.; BLUME, G. W. (Eds.). **Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Research syntheses**. Charlotte, NC: Information Age, 2008. p. 259–285.

GÓMEZ ÚSUGA, P. *et al.* Aspectos sociocríticos en la modelación matemática: una revisión documental. **RECME: Revista Colombiana de Matemática Educativa**, v. 1, n. 1, p. 353–358, 2015.

JULIE, C.; MUDALY, V. Mathematical Modelling of Social Issues in School Mathematics in South Africa Chapter. *In*: BLUM, W. *et al.* (Eds.). **Modelling and Applications in Mathematics Education**. New ICMI Study Series. Boston, MA: Springer US, 2007. v. 10p. 503–510.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **ZDM - Mathematics Education**, v. 38, n. 3, p. 302–310, jun. 2006.

MADRUGA, Z. E. DE F.; BREDA, A. Mapeamento de produções recentes sobre Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **REMAT**, v. 3, n. 1, p. 67–81, 2017.

MARTÍNEZ PINILLA, D. M.; PÁEZ, O. P.; GARCÍA, G. Modelación desde la perspectiva de la educación matemática crítica. Cuestiones relacionadas con la obsolescencia. **Revista científica**, v. 2, n. especial. 288, 15 out. 2013.

MELILLO, C. R. *A dualidade na formação no ensino profissionalizante em um ambiente de aprendizagem de modelagem matemática*. Teses (Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação). Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG. 2017

MOLINA-TORO, J. F.; VILLA-OCHOA, J. A.; SUÁREZ-TÉLLEZ, L. La modelación en el aula como un ambiente de experimentación-con-graficación-y-tecnología. Un estudio con funciones trigonométricas. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 11, n. 1, p. 87–115, 2018.

MUÑOZ MESA, L. M. *et al.* Contextos Auténticos y la producción de modelos matemáticos escolares. **Revista Virtual Universidad Católica del Norte**, n. 42, p. 48–67, 2014.

NISS, M.; BLUM, W.; GALBRAITH, P. Introduction. *In*: BLUM, W. *et al.* (Eds.). **Modelling and Applications in Mathematics Education**. Boston, MA: Springer US, 2007. p. 3–32.

NISS, M. *et al.* Conceptualisation of the Role of Competencies, Knowing and Knowledge in Mathematics Education Research. In: KAISER, G. (Ed.). **Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education**. Cham: Springer International Publishing, 2017. p. 235–248.

OLMOS ROJAS, C.; SARMIENTO RIVERA, D. R.; MONTEALEGRE QUINTANA, L. Competencia Matemática Modelizar: un Estudio Exploratorio desde la Función Cuadrática. **Amazonia Investiga**, v. 5, n. 9, p. 57–65, 2016.

PARRA-ZAPATA, M. M.; VILLA-OCHOA, J. A. Interacciones y contribuciones. Formas de participación de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática. **Actualidades Investigativas en Educación**, v. 16, n. 3, p. 1–27, 1 set. 2016.

PARRA-ZAPATA, M. M.; VILLA-OCHOA, J. A. Tendencias en investigación en modelación matemática en educación primaria. **RECME: Revista Colombiana de Matemática Educativa**, v. 1, n. 1, p. 235–240, 2015.

PARRA-ZAPATA, M. M. *et al.* Participación de profesores en un ambiente de formación online. Un estudio en modelación matemática. **Educación Matemática**, v. 30, n. 1, p. 185–212, 1 abr. 2018.

PARRA-ZAPATA, M. M.; PARRA-ZAPATA, J. N.; VILLA-OCHOA, J. A. Gasto energético en las actividades físicas. Una experiencia de modelación matemática en la perspectiva socio-crítica. **RECME: Revista Colombiana de Matemática Educativa**, v. 2, n. 1, p. 54–61, 2017.

PARRA-ZAPATA, M. M. *et al.* Participación de profesores en un ambiente de formación online. Ejemplo de un diseño en modelación matemática. **Revista Virtual Universidad Católica del Norte**, n. 50, p. 3–20, 2017.

PARRA-ZAPATA, M. M. *et al.* El Índice de Masa Corporal. Una experiencia de modelación y uso de modelos matemáticos para el aula de clase. **Números. Revista de didáctica de las matemáticas**, v. 92, p. 21–33, 2016.

PEÑA-PÁEZ, L. M.; MORALES-GARCIA, J. F. La modelación matemática como estrategia de enseñanza-aprendizaje: El caso del área bajo la curva. **Revista Educación en Ingeniería**, v. 11, n. 21, p. 64–71, 2016.

PEÑA, L. M.; SOTO, L. M.; MARIÑO, O. Y. La modelación matemática como estrategia pedagógica para la resolución de problemas de optimización para estudiantes de ingeniería. In: SERNA, E. M. (Ed.). **Desarrollo e Innovación en Ingeniería**. Medellín: Instituto Antioqueño de Investigación, 2017. p. 359–668.

PLAZA GÁLVEZ, L. F. Obstáculos presentes en Modelación Matemática. Caso Ecuaciones Diferenciales en la formación de Ingenieros. **Revista Científica**, v. 2, n. 25, p. 176–187, 2016.

PLAZA GÁLVEZ, L. F. Modelamiento Matemático De Fenómenos Ciclicos. **Scientia et Technica**, n. 48, p. 145–150, 2011.

PLAZA GÁLVEZ, L. F. Modelo Matemático para vaciado de Tanques. **Scientia et Technica**, v. 22, n. 1, p. 122–170, 2017.

PRECIADO-BABB, A. P. *et al.* Exploring perspectives on mathematical modelling: a literature survey. In: BERGQVIST, E. *et al.* (Eds.). **Proceedings of the 42nd Conference of the International**

Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol.4). Umeå, Sweden: PME, 2018. p. 3–10.

RENDÓN-MESA, P. A.; DUARTE, P. V. E.; VILLA-OCHOA, J. A. Articulación entre la matemática y el campo de acción de la ingeniería de diseño de producto: componentes de un proceso de modelación matemática. **Revista de la Facultad de Ingeniería U.C.V.**, v. 31, n. 2, p. 21–36, 2016.

RIVERA QUIROZ, S. M.; LONDOÑO ORREGO, S. M.; JARAMILLO LÓPEZ, C. M. Medida de áreas en contextos auténticos: un enfoque desde la modelación matemática. **Revista Virtual Universidad Católica del Norte**, n. 48, p. 79–99, 2016.

ROZAL, E. F. *Modelagem matemática na educação básica: um olhar sobre os conhecimentos que emergem em experiências vivenciadas pelos estudantes*. Teses (Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática). Universidad Federal do Mato Grosso (UFMT)- Universidad Estadual da Amazônia - (UEA)- Universidad Federal do Pará -(UFPA). 2017

SILVA, D. P. *A invariável prática da regra de tres na escola*. Tese (Doutorado em Educação Ciência e Matemáticas). Universidade Federal do Para-UFP. 2017

SILVA, C. DA; KATO, L. A. Quais Elementos Caracterizam uma Atividade de Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica? **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 26, n. 43, p. 817–838, ago. 2012.

SOARES, M. R. *Um Estado da Arte das Pesquisas Acadêmicas sobre Modelagem em Educação Matemática (de 1979 a 2015) nas Áreas de Educação e de Ensino da Capes: as dimensões fundamentadas e as direções históricas*. Teses (Doutorado em Educação Matemática). Pontificia Universidade Católica de São Paulo -PUC-SP. 2016.

TAMBARUSSI, C. M.; KLÜBER, T. E. A pesquisa em Modelagem Matemática na Educação Matemática: sobre as atividades de formação continuada em teses e dissertações. **Revemat: revista eletrônica de educação matemática**, v. 9, p. 38–56, 29 jul. 2014.

TOLEDO-CHICAIZA, Z. P.; CRUZ-ROJAS, G. A. Una propuesta para la enseñanza de los números decimales en un contexto agrícola. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 11, n. 1, p. 116–138, 2018.

VANEGAS-GARCÍA, D. M.; CAMELO-BUSTOS, F. J. Contribuciones al desarrollo del pensamiento crítico en prácticas de modelación matemática: alzas en el SITP. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 11, n. 1, 2018.

VILLA-OCHOA, J. A. **Grupo de Discusión: la modelación en la matemática Educativa sus metodos de investigación y el impacto educativo en la formación y desarrollo de la docencia de la matemática**. XXXII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Medellín: 2018

VILLA-OCHOA, J. A. Modelación matemática a partir de problemas de enunciados verbales: un estudio de caso con profesores de matemáticas. **Magis. Revista Internacional de Investigación en Educación**, v. 8, n. 16, p. 133, 31 out. 2015.

VILLA-OCHOA, J. A.; BERRÍO, M. J. Mathematical Modelling and Culture: An Empirical Study. *In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.). Mathematical Modelling in Education Research and Practice, International Perspectives on the Teaching and Learning*. Cham: Springer, 2015. p. 241–250.

VILLA-OCHOA, J. A.; LÓPEZ, C. M. J. Sense of Reality Through Mathematical Modelling. *In: KAISER, G. et al. (Eds.). Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling.* Dordrecht: Springer, 2011. p. 701–711.

VILLA-OCHOA, J. A. Aspectos de la modelación matemática en el aula de clase. El análisis de modelos como ejemplo. *In: ARRIETA, J.; DIAZ, L. (Eds.). Investigaciones latinoamericanas de modelación de la matemática educativa.* Barcelona: Gedisa, 2016. p. 109–138.

VILLA-OCHOA, J. A.; CASTRILLÓN-YEPES, A.; SÁNCHEZ-CARDONA, J. Tipos de tareas de modelación para la clase de matemáticas. **Espaço Plural**, v. 18, n. 36, p. 219–251, 2017.

VILLA-OCHOA, J. A.; ROSA, M.; GAVARRETE, M. E. Aproximaciones socioculturales a la Modelación en Educación Matemática. Aportes de una comunidad latinoamericana. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 11, n. 1, p. 4–12, 2018.

VILLA-OCHOA, J. A.; GONZÁLEZ-GÓMEZ, D.; CARMONA-MESA, J. A. Modelación y Tecnología en el Estudio de la Tasa de Variación Instantánea en Matemáticas. **Formación Universitaria**, v. 11, n. 2, p. 25–34, abr. 2018.

ZANELLA, M. S. *Tareas de Modelación Matemática en los años iniciales de la enseñanza fundamental: un estudio con alumnos alemanes y brasileños.* Teses (Doutorado em Educação para Ciência e Matemática). Universidad Estadual de Maringá- UEM. 2017.

ZAPATA-GRAJALES, F. N.; CANO-VELÁSQUEZ, N. A.; VILLA-OCHOA, J. A. Art and Geometry of Plants: Experience in Mathematical Modelling through Projects. **Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education**, v. 14, n. 2, p. 585–603, 12 set. 2018.

Recebido em 31/07/2018

Acepto em 16/11/2018

Sobre los autores

Jhony Alexander Villa-Ochoa

Doctor en Educación en el área de Educación Matemática de la Universidad de Antioquia en Medellín-Colombia. Profesor de los Programas de Maestría y Doctorado en Educación de la Universidad de Antioquia. Coordinador del Grupo MATHEMA-Formación e Investigación en Educación Matemática y de la Red Colombiana de Modelación en Educación Matemática (RECOMEM: <https://recomem.wordpress.com/>)

Edvonete Souza de Alencar

Doctora en Educación Matemática en Pontificia Universidad Católica de São Paulo. Profesora de los Programas de Maestría Profesional en Universidad Estadual de Mato Grosso do Sul- Brasil y Profesora Adjunta da Universidad Federal da Grande Dourados – Brasil. Coordinadora del Grupo TeiaMat-Teia de investigaciones en Educación Matemática. (site: <https://www.teiamat.com.br/>)