

RÉPLICA A LA PONENCIA “EL PAPEL DE LA DIDÁCTICA EN LA
ENSEÑANZA DEL CÁLCULO: EVOLUCIÓN, ESTADO ACTUAL Y
RETOS FUTUROS” DE LA PROFESORA MAR MORENO

M^a Teresa González Astudillo
Departamento de Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales
Universidad de Salamanca

INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA XI

M^a Teresa González Astudillo (2007). RÉPLICA A LA PONENCIA “EL PAPEL DE LA DIDÁCTICA EN LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO: EVOLUCIÓN, ESTADO ACTUAL Y RETOS FUTUROS” DE LA PROFESORA MAR MORENO, pp. 405-414.

1.- INTRODUCCIÓN

Desde las primeras investigaciones realizadas en torno a los conceptos del Cálculo los resultados obtenidos han sido unánimes en la confirmación de que la enseñanza-aprendizaje de esta parte de las matemáticas es un proceso complejo que genera múltiples dificultades tanto a los alumnos como a los profesores, y tanto en el nivel de secundaria como en el superior. La raíz del problema, según los investigadores, reside fundamentalmente en la problemática noción de infinito y, por lo tanto, en todos los procesos en los que interviene el paso al límite. Desde el punto de vista práctico, para salvar esta dificultad conceptual se suele centrar la enseñanza en procurar que los alumnos adquieran ciertos automatismos de cálculo que les permita tener éxito en las tareas que han de realizar, y posteriormente se evalúan las capacidades adquiridas de esta forma. Pero a medida que se van complicando los conceptos y se necesita una mayor comprensión conceptual, el fracaso, los errores, las concepciones erróneas y las dificultades se van acentuando. Las principales dificultades que tienen los alumnos se pueden clasificar en tres grandes grupos (Artigue, 1995):

- Las relacionadas con los conceptos básicos del cálculo: número real, sucesión, función
- Las asociadas con el concepto de límite y su formalización
- Las asociadas con la ruptura con el pensamiento algebraico y la adquisición de las formas del pensamiento específico del Análisis.

En definitiva, los alumnos no son capaces de alcanzar una comprensión satisfactoria de los conceptos y métodos de este campo de las matemáticas. De ahí la necesidad de seguir profundizando en el conocimiento de todos los aspectos que forman parte de la instrucción, y concretamente en la enseñanza. La ponencia de Moreno se centra precisamente en la enseñanza de los conceptos de Cálculo.

Inicialmente, a partir del título de la ponencia, *el papel de la didáctica en la enseñanza del cálculo*, pensé que el contenido iba a tratar de cómo habían ido evolucionando los problemas que aborda la didáctica de la matemática para resolver las dificultades que entrañaba la enseñanza del Cálculo. Es decir, supuse que el centro de interés iba a estar puesto en la investigación en Didáctica y en las aportaciones que ésta había hecho en la enseñanza del Cálculo. El hecho de que se incluyera la *evolución, estado actual y retos futuros*, me reafirmó en mi idea, suponiendo que lo que se pretendía era partir de los resultados que se habían obtenido, para comprender cómo se estaba enfocando actualmente la investigación, cuáles eran los problemas, líneas de investigación y métodos que estaban vigentes y poder encarar los retos que deparaba el futuro de la didáctica del Análisis.

En este sentido, para mí, fue una sorpresa la lectura de esta ponencia, puesto que, creo que el enfoque no está puesto tanto en los avances de la investigación en didáctica como en la problemática de la enseñanza del Análisis Matemático. Por ello he realizado una réplica que se basara en la información que se ofrece en ella aunque adaptándola para darle la orientación que en el primer momento me sugirió el título.

Partiendo de esta base, desde mi punto de vista esta ponencia está engarzada en torno a una línea argumental en la que se pueden identificar tres ideas diferentes pero, a la vez, interrelacionadas:

- Las características de la enseñanza universitaria hasta el momento.
- Los intentos de reforma que se han realizado en diferentes países para mejorar la com-

- comprensión del Cálculo en el nivel universitario.
- La necesidad de conocer el pensamiento y la práctica profesional de los enseñantes para poder mejorar esta práctica en el futuro desde la Didáctica de la Matemática.

Intentaré analizar cada uno de estos puntos para profundizar en las aportaciones que creo que realiza esta ponencia para finalmente establecer algunos comentarios que pueden dar lugar al debate.

2.- EL ESTADO DE LA ENSEÑANZA UNIVERSITARIA

En general, los primeros cursos de enseñanza universitaria, que es donde fundamentalmente se han realizado las investigaciones en didáctica de la matemática, están centrados en torno a los conceptos del Cálculo y del Álgebra Lineal, y en algunos casos también se incluye la Estadística. No hay uniformidad en los contenidos del Cálculo que se enseñan en los diferentes países ni siquiera en las universidades de un mismo país. Pueden variar desde un Cálculo muy informal e intuitivo hasta el estudio del Análisis Matemático desde un punto de vista estrictamente formal. Los tópicos principales que se suelen incluir son: funciones, límite, continuidad, convergencia, diferenciación, integración, el teorema fundamental del cálculo, ecuaciones diferenciales, series de potencias, series de Fourier y aplicaciones de estos conceptos. La mayoría de estos conceptos adquirieron su estado actual en torno a los siglos XIX y XX con un objetivo unificador y de formalización claro (Harel y Trgalovà, 1996).

Hay, en cambio, bastante uniformidad en cuanto a la forma de enseñanza que impera en las aulas universitarias. Ésta se realiza principalmente a través de la clase magistral, con algunas clases de prácticas o problemas, muy pocas evaluaciones o exámenes y una gran independencia del alumno que debe realizar el estudio fundamentalmente en solitario (Robert, 1996). Incluso los intereses, habilidades, motivaciones, hábitos de estudio y actitudes de los alumnos muchas veces, fuerzan al profesor hacia un discurso distinto del que supondría una enseñanza alejada de los métodos tradicionales, y así se señala en la ponencia que los alumnos prefieren el "énfasis en las destrezas procedimentales ... frente a otros que supongan un aprendizaje significativo y relacional" (Moreno, 2005). Además no están interesados en la epistemología de las matemáticas o en su historia, se bloquean para hacer preguntas y esperan que el profesor les proporcione métodos matemáticos listos para utilizar más que involucrarse en actividades que requieran un conocimiento profundo de los conceptos y la realización de actividades que supongan una actitud más investigadora.

En cuanto a los profesores universitarios, suelen estar involucrados en numerosas actividades que muchas veces implican una saturación: la docencia, su propia investigación que es donde suelen centrar sus esfuerzos, la mayoría de las veces también la gestión, por lo que su motivación e implicación en relación con la docencia, junto con una infravaloración de la didáctica de la matemática, les impide estar en contacto con la investigación en educación matemática o simplemente identificarse con métodos de enseñanza más actuales. Esto ha hecho que desde la Didáctica de la Matemática se hayan realizado investigaciones en torno a la enseñanza del cálculo y que se hayan propuesto algunas innovaciones en torno a la enseñanza universitaria.

En la forma de secuenciar la instrucción de los conceptos del Cálculo, muchos educadores matemáticos están de acuerdo en que no debe realizarse en un corto periodo de tiempo de dos o tres cursos, sino que debería ser un proceso largo que empezara en la enseñanza elemental, continuara en la educación secundaria y culminara en la enseñanza superior. Este proceso es-

taría determinado por tres fases: *intuitiva*, *pragmática* y *formal*. La fase intuitiva comenzaría en la enseñanza elemental a partir de nociones relacionadas con el cambio y la variación en la vida diaria y en situaciones físicas y serviría como fundamento de las ideas del Cálculo. La fase pragmática sería exploratoria más que formal pero en ella se introducirían algunos de los conceptos clave del Cálculo. Finalmente en la tercera fase, los alumnos utilizarían el lenguaje formal junto con el rigor y la demostración.

A partir de estas ideas y enlazando con lo que será el próximo punto ¿cuál es el estado actual de la enseñanza del Cálculo en las universidades españolas? ¿Sería posible desarrollar en ellas un sistema de enseñanza del Cálculo innovador? ¿Está colaborando nuestra área de conocimiento con los departamentos involucrados en la enseñanza de esta materia?

3.- REFORMAS EN LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO

En este momento, estamos embarcados en un movimiento de reforma profunda de la enseñanza universitaria por la adaptación de las estructuras y prácticas de las universidades de los países de la Unión Europea a un Espacio común de Educación Superior, por lo que creo que todos estaremos de acuerdo que el tema de la ponencia *la enseñanza del Cálculo* es de plena actualidad.

Además, las investigaciones de Didáctica de la Matemática correspondientes al nivel de enseñanza universitaria, están casi enteramente relacionadas con la enseñanza del Cálculo como lo demuestra el contenido de la obra *Advanced Mathematical Thinking* (Tall, 1991) y como consecuencia de las dificultades y concepciones que los alumnos arrastran de su paso por las enseñanzas medias. Esto también ha sido la causa, y así se indica en la ponencia, para el desarrollo de Proyectos de innovación tanto en el nivel de educación secundaria como en el superior. Pero, como indica Artigue (1995) la mayoría de estos proyectos de innovación se han realizado de forma independiente a la investigación existente.

Estas reformas que han ido surgiendo para dar soluciones, y que se mencionan en la ponencia, se pueden clasificar desde ángulos muy diversos: según el peso que tienen en ellas las dimensiones epistemológica, cognitiva y didáctica, según el marco teórico que las sustenta, ..., pero en este caso, he utilizado otra clasificación en dos bloques. Un bloque estaría formado por aquellas que, aunque se han desarrollado en torno a los conceptos del Análisis, las premisas de las que parten y los planteamientos que desarrollan, son comunes a otras ramas de las Matemáticas y a otros niveles educativos, por lo que no considero que se deban incluir en investigaciones ligadas exclusivamente a la enseñanza del Cálculo. Dentro de este bloque estarían: el “Proyecto de Cálculo en Contexto”, el “Proyecto de Debate Científico” y las investigaciones que ponen el énfasis en la modelización.

Así, el “Proyecto de Cálculo en Contexto” cuyo objetivo es “que los estudiantes construyan las matemáticas a través de sus aplicaciones” (Moreno, 2005) podría resultar también beneficioso no sólo para los alumnos de la licenciatura de matemáticas sino para todos aquéllos que tienen una materia de Cálculo entre sus enseñanzas si se permitiera el análisis de situaciones relacionadas con los ámbitos profesionales de los alumnos, incluso para otras ramas de las matemáticas como podría ser, por ejemplo, la Estadística y otros niveles educativos para promover la comprensión de los conceptos en el contexto en el que adquieren sentido. No tenemos más que recordar las palabras de Freudenthal (1980).

“la perspectiva correcta se da principalmente a partir del medio ambiente hacia las matemáticas y no en la otra dirección. No: primero hacer las matemáticas y después regresar al mundo real, sino el mundo real primero y después la matematiza-

ción... Al enseñar a matematizar, el mundo real está representado por un contexto significativo que involucra un concepto matemático. Significativo, por supuesto, quiere decir que significativo para quienes aprenden. Las matemáticas deberían ser enseñadas en contextos”.

para apoyar esta idea.

Como contraposición a la enseñanza algorítmica que se ha venido realizando hasta el momento y que permite al alumno, mediante la memorización de unas cuantas reglas, tener éxito en la realización de las tareas que se le proponen, nacen proyectos como el “Proyecto de Debate Científico” que se apoya en la idea de que “los estudiantes trabajen como si fueran matemáticos mediante la introducción de diferentes conceptos del cálculo en el contexto de problemas científicos matemáticos” (Moreno, 2005), una idea que no es exclusiva del Análisis Matemático y que salvando las diferencias de nivel también se ha intentado en el nivel secundario bajo el slogan de que para “saber matemáticas hay que hacer matemáticas” ya que permitiría utilizar ciertos procesos mentales que no se ponen en práctica en la enseñanza tradicional de la matemática como son los de conjeturar, modelizar, tantear, comprobar, ejecutar, demostrar, aplicar ... (Sierra y González, 2001).

Considerando el término modelo como la generalización conceptual que es abstraída de un grupo de experiencias con el propósito de categorizar y sistematizar nuevas experiencias, las reformas basadas en la modelización, engloban a las dos anteriores ya que entronca con la idea de que hacer matemáticas implica desde la identificación de una situación como problema hasta la utilización o creación de los instrumentos matemáticos adecuados para su resolución y la devolución de esta a la situación de partida. La modelización permite motivar a los estudiantes e iniciarles en la actividad propia de los matemáticos. Así son muchos los investigadores que consideran clave el uso de las matemáticas en contextos reales para la adquisición de los conceptos y que sugieren la utilización de ordenadores puesto que gracias a ellos se puede disponer de la simulación de fenómenos físicos que son de gran ayuda en la generación de procesos de matematización y formación de conceptos (Hitt, 1993). En este mismo sentido Harel (1985) formuló el *principio de necesidad* por el que las actividades deben ofrecer situaciones problemáticas que sean realistas y apreciadas por los alumnos “para que los alumnos aprendan, deben ver una necesidad para lo que se les intenta enseñar. Por necesidad se quiere decir necesidad intelectual, como opuesta a una necesidad social o económica”.

Otro bloque está formado por las reformas mencionadas en la ponencia, que por el contrario, están ligadas de una forma u otra de los resultados obtenidos en investigaciones llevadas a cabo exclusivamente en relación con los contenidos del Cálculo, y por tanto, no provienen de premisas generales aceptadas en torno a la educación matemática. Dentro de este grupo están: la ingeniería didáctica, las que han hecho del ordenador el centro de enseñanza y las propuestas de enseñanza que siguen el modelo APOS.

La ingeniería didáctica de Artigue, aunque forma parte de un proyecto amplio que abarca todas las matemáticas, está construida a partir de investigaciones centradas de manera totalmente explícita en los conceptos del Análisis y las dificultades que entraña su aprendizaje. La comprensión de todos los procesos involucrados en el aprendizaje son el punto de partida para el diseño de las situaciones de enseñanza. Así, se realiza un estudio epistemológico en el que la clave es el estudio histórico de los problemas tanto de matemáticas como externos a ellas que han dado origen a los conceptos del Análisis, se completa con un estudio didáctico ligado a la evolución de la enseñanza de estos conceptos, la selección de conteni-

dos, su secuenciación, los hábitos y los debates que han acompañado a esta evolución, y un análisis cognitivo relativo a las concepciones de los alumnos. A partir de los resultados de estos estudios se hace el diseño de las secuencias de enseñanza que se planifica en forma de “debate científico” a partir de las conjeturas de los alumnos o de las propuestas que hace el profesor, procura la interacción de los diferentes sistemas de representación propios del Análisis Matemático fundamentalmente los enfoques algebraico y gráfico, se apoya en el uso de ordenadores para facilitar el acceso al registro gráfico y finalmente estudia la viabilidad de las propuestas generadas.

Aunque podría pensarse que el utilizar los ordenadores para la enseñanza debería haberlo incluido en el bloque anterior, son precisamente las formas de representación en Análisis Matemático las que sirven a los propósitos de Tall cuando diseña su software. La idea que sirve de base es la de introducir los conceptos del Análisis sin que intervenga el concepto de límite considerando el Análisis como “el estudio del cambio y la acumulación cuantificables y en la relación entre los dos” (Kaput, 1992). Otra aportación de los ordenadores tiene que ver con un papel directo y concreto en relación con la visualización debido a las maneras en que pueden generar gráficas matemáticas (Zimmermann y Cunningham, 1991) tanto estáticas como dinámicas e interactivas que es un aspecto clave en la comprensión de los conceptos del Cálculo. A partir de ellas se pueden crear intuiciones que permitan dar sentido a las definiciones formales, establecer relaciones entre los objetos matemáticos y servir de vehículo para la transmisión y comunicación propias del quehacer matemático (Guzmán, 1996). La mayoría de las investigaciones e innovaciones relacionadas con la enseñanza del Análisis Matemático tienen en cuenta estos aspectos relacionados con la introducción de las nuevas tecnologías en el aula bien a partir de:

- El diseño de micromundos de simulación de diversas situaciones matemáticas o físicas.
- Las potencialidades que permite la gestión simultánea y dinámica de diferentes registros de representación semiótica de las funciones
- El uso de software de cálculo simbólico como DERIVE, MAPLE, MATHEMATICA,...

Por último, el modelo APOS, aunque no es exclusivo de los conceptos del Análisis, sí los incluye, así como todos los conceptos matemáticos de nivel superior que están relacionados con el denominado Pensamiento Matemático Avanzado. Este modelo, con una fuerte influencia piagetiana, tiene en cuenta aspectos cognitivos por medio de la identificación de los procesos de abstracción reflexiva que permiten establecer la descomposición genética de los conceptos matemáticos. Estos procesos de abstracción ponen en evidencia la construcción jerárquica que procede desde la acción a los procesos, la encapsulación en objetos y finalmente la construcción de esquemas más complejos. A partir de los análisis efectuados en torno a los conceptos se construyen productos de enseñanza utilizando lenguajes de programación como ISETL desarrollado por Dubinsky (1994) diseñando diferentes tipos de actividades que permiten el paso por los diferentes niveles de la jerarquía establecida.

Hasta aquí se han revisado las reformas en la enseñanza del Cálculo mencionadas en la ponencia. Estas reformas por un lado no completan todo el panorama de la investigación en Didáctica del Análisis y además quedan algunas preguntas pendientes. Puesto que hay muchos elementos en común entre las distintas líneas de investigación: la utilización de las nue-

vas tecnologías, la actividad del alumno, la generación de actividades basadas en contextos reales, el conocimiento de los procesos que utiliza el alumno para alcanzar la comprensión de los conceptos... ¿No podrían unificarse para crear una única línea de investigación más fuerte que tenga mayor impacto en el sistema universitario? El que cada escuela de pensamiento insista en sus propios planteamientos ¿no limita la fuerza de éstos por estar circunscrita simplemente a su ámbito de influencia?

En realidad solo se ha planteado la filosofía de estas reformas, en cuanto a los resultados obtenidos ¿qué fortalezas y debilidades implican en la enseñanza-aprendizaje de los conceptos del Cálculo?

La puesta en práctica de estas reformas involucra a todos los agentes educativos ¿en qué forma han intervenido cada uno de ellos? ¿Cuáles han sido las presiones, aportaciones, necesidades que han tenido que superar? ¿Cómo se ha realizado la formación de los profesores que han intervenido en estas reformas?

4. CREENCIAS DE LOS PROFESORES DE MATEMÁTICAS DE NIVEL UNIVERSITARIO

La mayor aportación de esta ponencia es la relativa a la exposición del trabajo de Moreno sobre concepciones y creencias de los profesores universitarios acerca de la enseñanza y aprendizaje del Cálculo. Se trata de un trabajo pionero en la investigación en Didáctica de la Matemática en España puesto que son pocos los trabajos que han abordado el pensamiento de los profesores de la enseñanza superior. Está enmarcado en la línea de investigación de Thompson (1992) en un momento en el que parece que el centro de interés de las investigaciones en didáctica de la Matemática se ha desplazado desde el alumno hacia el profesor y en el que se utiliza una metodología estrictamente cualitativa, por lo que podemos considerarlo como el prototipo de las investigaciones de los inicios del siglo XXI (Sfard, 2005).

Dos son los propósitos de este trabajo:

- Por un lado ofrecer una descripción de los perfiles de los profesores según su práctica docente.
- Por otro lado, valorar estos perfiles a partir del nivel de coherencia entre sus concepciones y creencias.

Los perfiles determinados por Moreno tienen sus antecedentes en Carrillo (1998) y en los descritos por Thompson (1992) y vienen determinados por la concepción que tiene el profesor acerca de las Matemáticas, de su práctica docente y las creencias sobre cómo debería ser esta última. Están caracterizados por los aspectos en los que pone el énfasis el profesor: en la estructura conceptual de la materia, en la práctica y aplicaciones, o bien en el alumno a los que asigna respectivamente los epígrafes de dogmático-conservador, instrumental y pragmático-constructivista.

Pero desde mi punto de vista, la gran aportación de la investigación de Moreno reside en el segundo punto. No se trata tan solo de inscribir a un profesor en un perfil o tendencia como indicaría Contreras (1999), sino de estudiar la coherencia en sus concepciones y creencias para, a partir de ellas, poder incidir en su formación didáctica. De esta forma la clasificación que se hace de los profesores no depende tanto de sus perfiles como de la coherencia que existe entre los aspectos que se han analizado en esta investigación.

Entre los resultados obtenidos, un asunto preocupante desde el punto de vista de la Didác-

tica de la Matemática es el que podemos asociar con los profesores encuadrados en el grupo I. Es decir, aquellos profesores que son los menos coherentes y consistentes, según se deduce de su mayor capacidad de reflexión y autocrítica. Según se indica en la ponencia, estos profesores “están convencidos que sería necesario buscar la parte mas significativa de las ecuaciones diferenciales, aproximarse más a los intereses de los estudiantes y de las profesiones en las que se están formando”. Son esos mismos profesores los que indican que no disponen ni del tiempo ni de los medios adecuados y que carecen de la formación adecuada para progresar como docentes. Uno de los profesores indica que no tiene la formación suficiente de modelos químicos y biológicos para dar explicaciones convincentes y que existe una falta de textos y materiales didácticos adecuados.

En cuanto a los profesores del grupo II, los más coherentes y consistentes, se indica en el texto que “aleja cualquier expectativa, por parte de los investigadores de cualquier tipo de cambio o puesta en práctica de una experiencia de innovación”. Desde mi punto de vista esta resulta ser una afirmación bastante tajante, quizás yo no disponga de los datos necesarios para determinar cómo se ha llegado a esta conclusión pero creo que también podría hacerse una segunda lectura. Es posible que por falta de tiempo, de ganas, de información, de conocimiento de alternativas, esos profesores se encuentren en esa posición y que el profesor sienta la necesidad del cambio cuando se le presenten materiales y estudios que muestren su efectividad en el aula.

Actualmente algunos investigadores (Speer 2005) ponen en tela de juicio las investigaciones en las que se estudia la coherencia entre las creencias manifestadas por los profesores y las que les atribuyen los investigadores a partir de su práctica docente. Consideran que estas coherencias o incoherencias son el resultado de los artefactos metodológicos utilizados y no provienen de una reflexión ajustada por cuanto muchas veces los investigadores y los profesores no comparten los mismos significados de los términos relacionados con la enseñanza o como consecuencia de la falta de coordinación entre los datos obtenidos en torno a las creencias y los datos obtenidos a partir de la práctica docente. Por ello se propone que el diseño de las investigaciones debe incorporar oportunidades para valorar y generar significados compartidos desde los términos relacionados con la práctica docentes hasta aquellos relativos a las propias creencias, los datos sobre las creencias deben obtenerse al mismo tiempo que aquéllos relacionados con la práctica que se quiere comprender y es inapropiado clasificar cualquier creencia que tiene un profesor puesto que dichas creencias son clasificadas y encuadradas por los propios investigadores.

Hasta aquí esta investigación realiza una aportación fundamentalmente descriptiva de los profesores basada en las creencias del profesor, pero para que la didáctica de la Matemática pueda ejercer su labor creo que nos falta todavía mucho trecho por recorrer. Como señalan Marks (1989), Even (1990) y Schulman (1999) es necesario desarrollar más investigación sobre los diferentes componentes, categorías, características, dimensiones e indicadores del CCP para seguir generando un cuerpo de conocimientos que fundamente y oriente los programas de formación inicial y permanente y subsecuentes investigaciones. También se están realizando algunas investigaciones cuyo foco es el contexto sociocultural en el que la práctica de la enseñanza y el aprendizaje son co-construidas por los participantes. No quiero ser exhaustiva en la relación de toda la investigación que queda por hacer y en todas las líneas que están abiertas aunque pienso que estas investigaciones son imprescindibles para poder organizar una formación de profesores con una base científica.

REFERENCIAS

- Artigue, M y otros (1995) *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Carrillo, J. (1998) *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza, metodología de la investigación y relaciones*. Huelva: Universidad de Huelva.
- Contreras, L.C. (1999) *Concepciones de los profesores sobre la resolución de problemas*. Huelva: Universidad de Huelva.
- Even, R. (1990) Subject matter knowledge and pedagogical content knowledge: prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24 (2), 94-116.
- Freudenthal, H. (1980) Major problems of mathematics education. Conferencia plenaria del ICME4, Berkeley. *Educational Studies in Mathematics*, 12.
- Guzmán, M. (1996) *El rincón de la pizarra. Ensayos de visualización en Análisis Matemático: Elementos básicos del Análisis*. Madrid: Pirámide.
- Harel, G (1985) *Teaching Linear algebra in high school* Tesis doctoral inédita. Ben Gurion University of Negev, Israel.
- Harel, G. y Trgalová (1996) Higher Mathematics Education. En A.J. Bishop et al (eds.) *International Handbook of mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, pp 675-700.
- Hitt, F. (1993) Simulación de fenómenos físicos vía microcomputadora en la formación de conceptos matemáticos. *Memorias del Quinto Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática*. Mérida, Yucatán.
- Kaput, J (1992) Technology and mathematics education. En D. Grouws (ed.) *Handbook on research in mathematics teaching and learning*. New York: MacMillan.
- Marks, R. (1989) What exactly is pedagogical content knowledge? Examples from mathematics. *Paper presented at AERA Annual Conference, San Francisco*.
- Robert, A (1987) De quelques spécificités de l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement post-obligatoire, *Cahier de Didactique des mathématiques*, n° 29, IREM, Paris 7, Paris.
- Sfard, A (2005) What could be more practical than good research. On mental relations between research and practice of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 393-413.
- Shulman, L.S. (1999) Foreword. En J. Gess-Newsome y N. Lederman (ed) *Examining pedagogical content knowledge*. London: Kluwer Academic Publishers.
- Sierra, M. y González, M. T. (2001) Situaciones problema en relación con algunas de las reglas del cálculo de derivadas. *Actas de las X JAEM*. Zaragoza.
- Speer, N. (2005) Issues of methods and theory in the study of mathematics teachers' professed and attributed beliefs. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 361-391.
- Tall, D. (1991) *Advanced Mathematical Thinking*. Dordrecht: Kluwer Academic Press.
- Thompson, A (1992) Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. En D. Grouws (ed) *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning*. New York: MacMillan, pp. 127-146.

Zimmermann, W y Cunningham (1991) ¿Qué es la visualización en matemáticas? En W. Zimmermann y Cunningham (eds.). *Visualization in teaching an learning mathematics*. MAA notes number 19, 67-76.