



Caracterización de habilidades del Pensamiento Variacional

Sandra Evely Parada Rico
sparada@matematicas.uis.edu.co
Universidad Industrial de Santander
Colombia, CO.

Resumen:

Este artículo se presenta resultados parciales de una investigación de desarrollo curricular. El proyecto planteado por Parada (2012) atiende las problemáticas de la enseñanza y aprendizaje del Cálculo Diferencial en la Universidad Industrial de Santander (UIS). La investigación se articula alrededor de tres ejes: 1) Diseño y desarrollo de alternativas curriculares; 2) formación de profesores y; 3) atención a estudiantes. Cada eje se desarrolla mediante alternativas preventivas o remediales. El seguimiento de cada alternativa ha posibilitado un contexto de investigación y conceptualizar habilidades del Pensamiento Variacional, asociadas a los procesos matemáticos planteados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998). Este artículo explica la estructura y avances de la caracterización de las habilidades del Pensamiento Variacional que no habían sido identificadas aun en la literatura reportada a nivel nacional e internacional.

Palabras clave:

Estructura curricular, Cálculo Diferencial, Pensamiento Variacional, procesos matemáticos, habilidades cognitivas.

Abstract:

This article presents partial results of a curriculum development research. The project proposed by Parada (2012) addresses the problems of teaching and learning of Differential Calculus at the Industrial University of Santander (UIS). The research is structure around three axes: 1) Design and development of curricular alternatives; 2) teacher training and; 3) attention to students. Each axis is development through preventive or remedial alternatives. The monitoring of each alternative has enabled a research context and conceptualization of Variational Thinking skills, associated with the mathematical processes proposed by the Ministry of National Education (MEN, 1998). This article explains the structure and advances of the characterization of the Variational Thinking abilities that has not been identify even in the literature reported nationally and internationally.

Key words: Curriculum structure, mathematical Differential calculus, Variational Thinking, mathematical processes, cognitive abilities.

Resumo:

O artigo apresenta alguns resultados de uma pesquisa de desenvolvimento curricular. O projeto proposto por Parada (2012) aborda os problemas de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial na Universidade Industrial de Santander (UIS) na Colômbia. A pesquisa está estruturada em torno de três eixos: 1) Desenho e desenvolvimento de alternativas curriculares; 2) formação de professores e; 3) atenção aos alunos. Cada eixo é desenvolvido através de alternativas preventivas ou corretivas. O monitoramento de cada alternativa possibilitou um contexto de pesquisa e conceituação das habilidades do Pensamento Variacional, associadas aos processos matemáticos propostos pelo Ministério da Educação Nacional (MEN, 1998). Este artigo explica a estrutura e os avanços da caracterização das habilidades do Pensamento Variacional que não haviam sido identificadas mesmo na literatura relatada nacional e internacionalmente.

Palavras chave: Estrutura curriculares, Cálculo Diferencial, Pensamento Variacional, processos matemáticos, habilitados cognitivos



1 Introducción

Las problemáticas relacionadas con los procesos de enseñanza y aprendizaje del cálculo son amplias y muy diversas, esto lo reportan investigaciones en Educación Matemática. Dichas problemáticas han sido atendidas desde diferentes frentes, debido a que instituciones universitarias de diferentes países manifiestan su preocupación por la amplia problemática que se evidencia al respecto. Los acercamientos a la problemática mediante diferentes propuestas o iniciativas académicas se han dado mediando modificaciones a los planes y programas de estudio; así como en la selección o diseño de recursos didácticos, como pueden ser: libros, artefactos digitales, situaciones de aprendizaje, entre otros.

El cálculo ocupa en la educación superior un lugar primordial, sobre todo en las ingenierías y las ciencias básicas es la materia a la que más tiempo dedica el currículo. Sin embargo, al intentar llevar a las aulas el contenido teórico y práctico que implica el cálculo, se observa una fuerte problemática en el proceso de enseñanza, aprendizaje, a tal grado, que actualmente el cálculo es uno de los factores causales de la deserción estudiantil (Aparicio, Jarero y Ávila, 2007).

Dicha problemática se ha convertido en un foco de atención no sólo para los académicos del área sino para las autoridades educativas ya que la alta reprobación en los cursos de cálculo impacta fuertemente en la alta deserción de la Educación Superior, que en Colombia es del 49% aproximadamente según el (MEN, 2010). Así mismo, el MEN (2009) en sus estudios reporta que uno de cada dos estudiantes que ingresa no se gradúa; uno de cada cinco se retira en primer semestre o emigra hacia otras áreas. Adicional a esto se tiene información de que son cuatro las variables que inciden en el fenómeno de la deserción: *personales, académicas, socioeconómicas e institucionales*.

Por lo anterior, en la Universidad Industrial de Santander (UIS) se realizó un estudio con el que encontró que los cursos de matemáticas son los que mayor dificultad les generan a los estudiantes de nuevo ingreso (Botello, 2013). Recientes estudios de la Vicerrectoría Académica muestran que, en los últimos años se han tenido que abrir muchos más cursos de Cálculo Diferencial para alumnos repitentes debido al alto porcentaje de reprobación en esta

asignatura (entre 49 y 64%) siendo esta situación preocupante para las diferentes instancias educativas de la universidad (UIS, 2011; 2014).

En aras de aportar soluciones a la problemática en la UIS, se integraron los esfuerzos que durante los últimos años han llevado a cabo diferentes personas y Unidades Académicas y Administrativas, enfocados a garantizar la permanencia en la Universidad y la culminación de los procesos de formación de los estudiantes en los tiempos establecidos. Es así como en el año 2013 nace el Sistema de Apoyo a la Excelencia Académica de los Estudiantes de la UIS – SEA, el cual contempla programas y estrategias desarrolladas por diferentes unidades académicas y lideradas por la Vicerrectoría Académica, en donde el estudiante es el protagonista.

Por su parte, en la Escuela de Matemáticas de la UIS, convencidos de la necesidad de apoyar a los estudiantes en sus procesos de enseñanza y aprendizaje del Cálculo, con el liderazgo de sus profesores e investigadores, la Escuela ha desarrollado estudios para comprender la problemática alrededor de Cálculo I; por ejemplo, Fiallo y Parada (2014), han identificado que las causas de la reprobación en la asignatura podrían ser de tipo: curricular, de metodologías de enseñanza o de procesos de aprendizaje. Con relación a los aspectos curriculares, los autores pensaron en causas como:

1. *Los estudiantes no traen los conocimientos necesarios de álgebra y de precálculo* lo cual podría deberse a que los contenidos no son trabajados o vistos en el colegio.
2. *La inclusión de fundamentos matemáticos en plan de estudios del curso de Cálculo I*, lo que hace más extensa la lista de contenidos del curso y obliga al profesor a ir rápido en el estudio de los contenidos trazados y, consecuentemente, los estudiantes no logran procesar toda la información.
3. *El cambio del sistema de evaluación*; en el colegio se les ofrecen muchas alternativas para que ellos recuperen una y otra vez una “valoración” lo que se modifica en las universidades.

La Escuela ha considerado la puesta en marcha de alternativas curriculares para atender a la problemática: desde 2009 se creó un plan de estudios unificado. De otra parte, en 2012 se consolida una propuesta curricular desde dos flancos: *preventivo*

(estudiantes admitidos) y *remedial* (estudiantes matriculados).

2 Planteando una estructura curricular

En la Figura 1 se muestra un esquema de todo lo que comprende la propuesta, la cual se empezó a implementar paulatinamente desde ese mismo año y es precisamente desde la implementación de este proyecto que se reportan aquí aportes teóricos y prácticos que están permitiendo comprender y conceptualizar alrededor de la enseñanza y aprendizaje del cálculo desde el contexto local.

2.1 Diseño de alternativas curriculares,

En este eje se contempla un curso de precálculo como una alternativa para aquellos estudiantes que presentan más bajos puntajes en la valoración de Matemáticas de la prueba nacional Saber 11. El propósito principal de este curso es potenciar habilidades del “Pensamiento Variacional” de los estudiantes. El trabajo en el aula de este curso se posibilita mediante un proceso activo de resolución de problemas que involucra el razonamiento, la comunicación, la representación, las conexiones, la elaboración, comparación y ejecución de procedimientos, en dichos procedimientos la tecnología es una herramienta clave para la producción de aprendizajes significativos alrededor del cambio y la variación (Fiallo y Parada, 2014).

En este eje también se considera el diseño y la aplicación de una prueba que permita conocer el desempeño de los estudiantes de nuevo ingreso a la universidad con la cual se pretende identificar difi-

cultades y planear alternativas de apoyo por parte de la universidad como lo son las tutorías individuales.

2.2 Acompañamiento y desarrollo profesional de profesores

Aquí se concibe la conformación de comunidades de práctica de educadores matemáticos que participan en las diferentes alternativas del proyecto, como por ejemplo los profesores e investigadores que participan en el diseño y desarrollo de curso de precálculo; así como los formadores de profesores y profesores en formación que apoyan las tutorías a estudiantes (alternativa que se describe en el siguiente subapartado). En las comunidades de práctica se espera el favorecimiento de espacios de discusión para analizar e interpretar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, particularmente del cálculo diferencial. Se espera que la participación de los profesores en estos espacios transforme su accionar pedagógico y les permitan hacer reflexiones sobre el desempeño de sus clases.

2.3 Atención, seguimiento y acompañamiento a los estudiantes

Con el propósito de atender las necesidades específicas de los estudiantes de cálculo que presentan bajo rendimiento académico, se institucionaliza en 2012 el programa ASAE el cual contempla las tutorías individuales y las tutorías grupales bajo la premisa del trabajo entre pares dado que éstas son facilitadas por profesores en formación. Esta línea

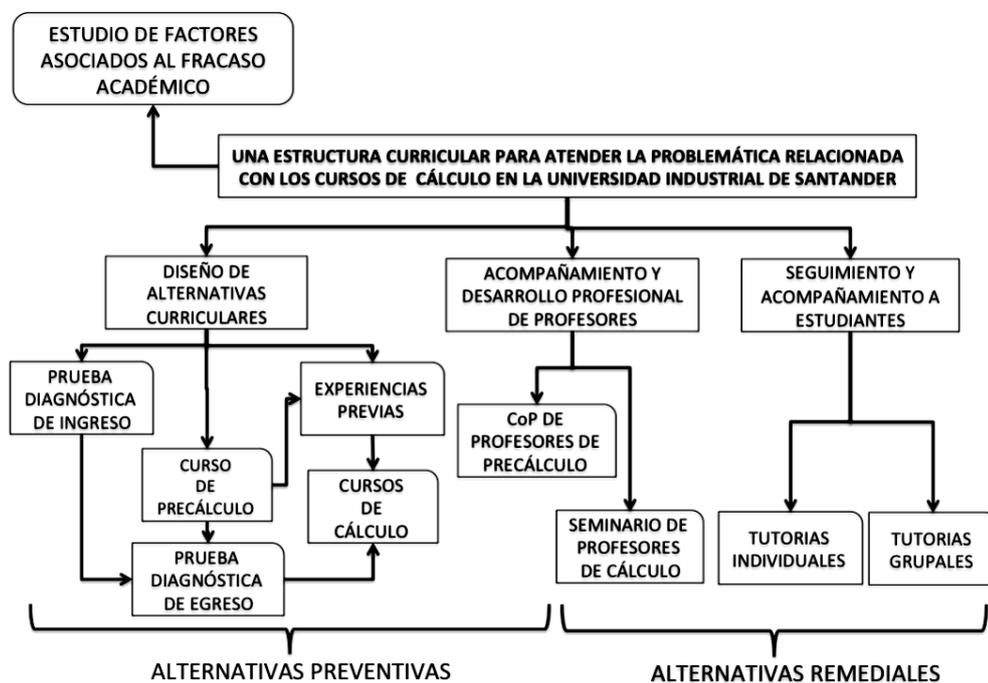


Figura 1: Estructura curricular.

Fuente: Parada (2013)



se ha consolidado bajo la coordinación de educadores matemáticos; ASAE se caracteriza porque sus tutores son estudiantes de Licenciatura en Matemáticas (para que de manera mutua y entre pares se enriquezcan las experiencias de docencia y de construcción del conocimiento alrededor del Cálculo Diferencial) y porque es dirigido a estudiantes de primer nivel que ven por primera vez Cálculo I; este proceso ya se ha caracterizado por Botello (2013).

El curso de precálculo y el proyecto general se han constituido en espacios de reflexión para la comunidad de profesores-investigadores en educación matemática adscritos al Grupo de Investigación en Educación Matemáticas (Grupo EDUMAT-UIS) de la Escuela de Matemáticas. Quienes actualmente adelantan investigaciones que pretenden estudiar los procesos matemáticos en torno a la resolución de problemas de fenómenos variacionales, con el objetivo de *caracterizar las habilidades básicas del Pensamiento Variacional necesarias para la comprensión del Cálculo Diferencial (precisamente los resultados de esta investigación pretenden contribuir teórica y empíricamente con dicho estudio)*.

Al respecto se ha logrado tener una primera caracterización del pensamiento matemático-variacional, sus procesos y habilidades. Mismos que paso a exponer en el siguiente apartado.

3 Conceptualización del pensamiento matemático-variacional

Parada y Pluvintage (2014) exponen que el pensamiento, es una actividad global del sistema cognitivo que ocurre cuando nos enfrentamos a una tarea o problema, con un objetivo y con incertidumbre sobre la forma de realizarla. De esta manera Parada, Pluvintage y Sacristán (2014) conciben el pensamiento matemático como la actividad matemática que implica el uso o creación de matemáticas para resolver problemas y para crear matemáticas: en principio, se podría decir que sólo los matemáticos producen matemáticas nuevas, pero en realidad, en el nivel de los alumnos se puede afirmar que todo aquel que aprende matemáticas participa de alguna manera en un trabajo creador.

Así, la revisión de la literatura sobre el Pensamiento Variacional, no muestra unicidad de conceptos; por ello, que recuperando algunos elementos de los estándares curriculares de matemática del MEN(2006) se define desde y para el proyecto al

Pensamiento Variacional como *el estudio de la variación y el cambio, en contextos matemáticos y no matemáticos; el cual implica adquirir habilidades para razonar, comunicar, representar y desarrollar algoritmos (usando o no tecnologías digitales) que permitan modelar y resolver situaciones que los impliquen*.

Antes de describir las habilidades, es importante exponer lo que desde el equipo de investigación hemos entendido por habilidad cognitiva. Al respecto, Rueda, Parada y Fiallo (2015) explica que las habilidades cognitivas pueden considerarse como un conjunto de acciones secuenciales coherentes y coordinadas realizadas por un individuo, en la consecución de un objetivo de aprendizaje. Estas acciones están mediadas por los conocimientos previos y pueden desarrollarse mediante la práctica.

3.1 Proceso de comunicación.

Todo individuo necesita construir, interpretar y conectar varias representaciones de ideas, hacer observaciones y conjeturas, formular preguntas, y producir argumentos persuasivos y convincentes para sí mismo y para los demás. Específicamente en un curso de Cálculo Diferencial un estudiante necesitará comunicar ideas relacionadas con el *cambio, la variación, la interdependencia, la aproximación y la tendencia* para tratar los conceptos de *función, límites y derivada*. Retomamos las habilidades del proceso de comunicación expuestas por Rojas, Suárez, y Parada (2014), específicamente asociadas con el cambio y la variación así:

- *Interpretar*, es la capacidad para comprender y dar sentido a la estructura de un problema (expresado en lenguaje verbal o matemático); así como para entender o leer demostraciones, definiciones, gráficos, mapas o esquemas matemáticos en los que se plantean argumentos y/o procesos de un objeto matemático de estudio. En este sentido, el estudiante de Cálculo Diferencial deberá interpretar la variación mediante funciones y razones instantáneas de cambio, expresadas de forma verbal, numérica, gráfica y analítica.
- *Explicar*, implica poder exponer la descripción del objeto de conocimiento con palabras claras o ejemplos, expresando el porqué de un proceso, con la finalidad de hacer inteligible a otro ese objeto de conocimiento. Cuando los alum-

nos intercambian sus ideas y las someten a críticas reflexivas agudizan su habilidad para criticar y seguir los argumentos de otros. Así mismo, desarrollan una comunicación más clara y coherente de sus comprensiones utilizando explicaciones verbales, notaciones y representaciones matemáticas apropiadas para explicar sus ideas sobre cambio, variación, interdependencia, aproximación y tendencia. Aquí el uso de las tecnologías le aporta herramientas para expresarse usando un lenguaje diferente al algebraico, verbal o notacional, pues proporciona significado visuales que los complementan.

3.2 Proceso de representación

Alrededor de este proceso, retomamos algunas acepciones de Moreno (2014) quien menciona que los objetos matemáticos tienen una naturaleza semiótica y, por lo tanto, solo se puede entrar en contacto con ellos mediante alguna de sus representaciones.

Por lo tanto, desde el punto de vista de Rueda, Parada y Fiallo (2015) estamos entendiendo por representación a las diferentes expresiones simbólicas (gráficas, verbales, numéricas, algebraicas o gestuales) que le permitan al estudiante apropiarse o comunicar su comprensión sobre los objetos de estudio del Cálculo Diferencial: cambio y variación.

Como producto de un análisis a priori de las actividades planteadas en el curso de pre-cálculo se han establecido algunas habilidades que pueden asociarse al proceso de representación de fenómenos de variación, mismas que hasta los momentos estamos conceptualizando así:

- Reconocer representaciones de los objetos matemáticos en situaciones de variación: Identificar el conjunto de símbolos que hacen parte de los diferentes tipos de representaciones. Esta habilidad cognitiva está asociada a la evocación o recuerdo de datos que le permitan al individuo hacer una diferenciación entre dos objetos matemáticos distintos, dadas sus representaciones o bien a la asociación simple entre dos representaciones de un mismo objeto matemático.
- Interpretar representaciones de objetos matemáticos en fenómenos de variación, en contexto matemático o no matemático: Interpretar se refiere a la acción por la cual el individuo toma

sentido u obtiene significado a partir de una representación, ya sea esta interpretación global y general o local y específica, a fin de inferir patrones o condiciones específicas para una situación, o bien para obtener otra representación del objeto matemático.

- Construir representaciones: Construcción se refiere al acto de generar algo nuevo a partir de lo que el individuo tiene a su disposición. Esta habilidad está relacionada con la transformación de la representación inicial que tiene del objeto matemático, ya sea bien una transformación de tratamiento o de conversión.
- Transformar representaciones de objetos matemáticos en situaciones de cambio y variación: La transformación de representaciones como habilidad, comprende las acciones que un individuo realiza sobre una representación inicialmente dada para obtener una nueva representación ya sea en el mismo registro o en un registro diferente, siendo que estas nuevas representaciones conserven parte o todo el contenido de la representación inicial (Duval, 2004). Para diferenciar los tipos de transformaciones que se pueden realizar retomaremos los términos introducidos por Duval (2004):
 - Tratamiento, cuando la transformación que se realiza produce una representación en el mismo registro que la representación inicial.
 - Conversión, cuando la transformación que se realiza produce una representación en un registro diferente al de la representación inicial.
- Conectar diferentes representaciones de un objeto matemático a través de sus invariantes: Conectar se refiere al tratamiento de una representación cuando ésta genere para el individuo una reformulación a fin de explicar una situación. Así mismo hay conexión entre diferentes representaciones cuando el individuo realiza una conversión entre dos o más tipos de representación, con el mismo fin anterior o para facilitar un tratamiento de la representación del objeto matemático; aunque esta conversión se realice en uno solo de los sentidos.



3.3 Elaborar, comparar y ejercitar procedimientos para analizar la variación

El estudio sobre el proceso de elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (ECEP) se realizó en una investigación anexa a la que aquí se está reportando y ésta se centró, principalmente, en caracterizar algunas dificultades que enfrentan los estudiantes cuando resuelven problemas que implican fenómenos de variación, específicamente desde el proceso matemático de elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. Dicha investigación se desarrolló también desde el contexto del curso laboratorio y de ella lograron la caracterización de este proceso, específicamente para el Pensamiento Variacional.

En Barajas (2015) se expone que el acercarnos a los procedimientos nos lleva, de manera complementaria, a tener una mirada a las ideas, imágenes, representaciones y a los contextos que los estudiantes evocan en la resolución de los distintos problemas de los objetos matemáticos del cálculo diferencial. Además, se explicita que entenderemos por procedimientos a las actuaciones, destrezas, estrategias, métodos, técnicas, usos y aplicaciones diversas que un estudiante realiza para resolver problemas de manera cada más hábil e independiente. Para la autora el proceso ECEP alrededor de la resolución de problemas que implican fenómenos de variación: implica la capacidad del estudiante para transformar procedimientos fijando su atención en las ideas centrales del cálculo diferencial (cambio y variación) y estableciendo relaciones entre ejes temáticos (patrones y regularidades; procesos algebraicos, y análisis de funciones) para efectuar nuevos procedimientos específicos que respondan al fenómeno variacional que subyacen en el problema.

Barajas expone que los procedimientos permiten tener una mirada a las ideas, imágenes, representaciones y a los contextos que los estudiantes evocan en la resolución de distintos problemas. Además, se menciona que apoyados en la Taxonomía de Procedimientos planteada por Valdivé y Garbin (2013) se describen algunas habilidades asociadas a cada procedimiento. Los autores antes citados exponen que los procedimientos pueden ser: i) Aritméticos (Relacionados con el uso adecuado del número, sus operaciones y propiedades); ii) Geométricos (Asociados a utilizar atributos medibles y propiedades de figuras y objetos 2D y 3D, su

ubicación en el plano); iii) Métricos (Implican la capacidad para construir conceptos de cada magnitud, procesos de conservación, unidades de medida) y iv) Analíticos (Referentes al uso del “Álgebra”, “Cálculo Diferencial e Integral”). Así mismo, menciona que las habilidades asociadas a la taxonomía de procedimientos permiten expresar las acciones del estudiante en las diferentes tareas matemáticas que realizan:

- *Habilidades de tipo aritmético:* facultades para usar los números reales y las operaciones básicas y superiores, las diferentes notaciones de los números reales y establecer relaciones para decidir sobre su uso en una situación dada; establecer relaciones entre números naturales y utilizar sus propiedades para representar el cambio y la variación de un fenómeno.
- *Habilidades de tipo métrico:* capacidades para emplear correctamente los aparatos de medida más comunes de las magnitudes, longitud, tiempo, amplitud, capacidad, peso y superficie; utilizar el sistema métrico decimal apropiadamente para establecer relaciones entre unidades y efectuar conversiones para representar el cambio y la variación de una situación dada.
- *Habilidades de tipo geométrico:* facultades para construir un modelo de un concepto geométrico, para manipularlo o para hacer una representación del mismo en el plano; empleo correcto de determinados convenios para expresar relaciones entre conceptos geométricos que subyacen en fenómenos variacionales; realizar representaciones en el plano; emplear un procedimiento gráfico: expresar una imagen visual de un concepto o relación variacional; modelar fenómenos periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas.
- *Habilidades de tipo analítico:* la capacidad para determinar las variables de una situación, establecer correctamente la interdependencia de las magnitudes variables, representar situaciones de cambio a través de ecuaciones, gráficas y tablas; traducir entre una y otra de las distintas representaciones de una función, relacionar expresiones algebraicas y gráficas empleando sus propiedades y determinar procesos infinitos implícitos en las notaciones decimales.

3.4 Proceso de razonamiento

Desde la didáctica de las matemáticas se ha planteado que el papel de una demostración no es solamente mostrar la validez de un teorema, sino también mostrar las razones de su validez. Nosotros hemos considerado la demostración desde una perspectiva amplia, como el proceso que incluye todos los argumentos planteados por los estudiantes para explicar, verificar, justificar o validar con miras a convencerse a sí mismo, a otros estudiantes y al profesor de la veracidad de una afirmación matemática. Esta caracterización de demostración permite considerar varios tipos de demostración, producto de un razonamiento intuitivo, inductivo o empírico, deductivo o abductivo (Fiallo, 2010). La habilidad de validación se refiere a la fuerza o firmeza que deben tener los argumentos para asegurar la validez de las conjeturas planteadas. Para favorecer la construcción de demostraciones en las actividades planteadas, siempre se invita al estudiante a explicar y justificar sus conclusiones después del trabajo con lápiz y papel o con el software interactivo.

Fiallo y Parada (2014) mencionan que el uso de software matemático interactivo capacita al estudiante para modelar la variedad de representaciones de los conceptos de función, límites y derivadas y para tener una experiencia interactiva con ellas. Usando las herramientas del software, los estudiantes pueden generar y ver muchos ejemplos como un medio de establecer y explorar conjeturas, pero un objetivo importante de enseñanza del curso es que los estudiantes lleguen a darse cuenta que, generar y ver muchos ejemplos de un determinado fenómeno no constituye una demostración deductiva, sino que, después de las exploraciones empíricas, es necesario buscar argumentos soportados en las matemáticas que garanticen la veracidad de las conjeturas encontradas, de tal manera que los estudiantes vayan comprendiendo el significado de los objetos del cálculo diferencial y avanzando hacia un razonamiento deductivo.

4 Aprovechamiento del potencial de la tecnología

La tecnología es un elemento común y unificador de todas las habilidades antes descritas, asumiéndola como una herramienta que nos permite integrar diferentes concepciones de un tema, tener

una mayor posibilidad de visualizar, explorar, analizar, plantear conjeturas acerca de las relaciones y propiedades observadas y construir sus demostraciones, así como ver y manipular diversas representaciones que le permitan establecer conexiones entre las diferentes definiciones, relaciones y propiedades de los conceptos del Cálculo Diferencial.

Según los principios del NCTM (2003), las calculadoras y los ordenadores, proporcionan imágenes visuales de ideas matemáticas, facilitan la organización y el análisis de datos y hacen cálculos con eficacia y exactitud. Cuando los estudiantes disponen de estas herramientas tecnológicas, pueden centrar su atención en tomar decisiones, reflexionar, razonar y resolver problemas. La capacidad de cálculo de los recursos tecnológicos amplía la serie de problemas asequibles a los estudiantes, y los capacita para ejecutar procedimientos rutinarios con rapidez y seguridad, permitiéndoles así disponer de más tiempo para desarrollar conceptos y para modelar. A través de la tecnología puede potenciarse la implicación de los estudiantes en las ideas matemáticas abstractas, y en su dominio. La tecnología enriquece la gama y calidad de las investigaciones, al proveer medios para visualizar ideas matemáticas desde diversas perspectivas.

Los cursos de Cálculo de varias universidades –generalmente basados en los libros de texto–, usan los problemas de cambio y variación como ejemplos después de mostrar una teoría. Teoría que es “estudiada” bajo una estructura basada en contenidos, que generalmente se presentan en el siguiente orden: números, límites, funciones, continuidad, derivadas y aplicaciones. Dicha estructura desvía la mirada de la resolución de problemas de la vida cotidiana en las que se puede evidenciar el significado de la variación y el cambio, siendo estos los objetos fundamentales de esta asignatura.

En actividades como las tutorías, el curso de precálculo (espacios laboratorio) del proyecto curricular que aquí se está presentando se han realizado algunas reflexiones metodológicas en las que se plantea abandonar los medios estáticos y acceder a un medio dinámico-digital en el que se trabaje con representaciones posibilitadas por los artefactos digitales; tal como las ha definido Moreno (2014). Todo lo anterior aprovechando que tanto estudiantes como docentes cuentan artefactos computacionales que permiten la visualización y acercamientos a los objetos del cálculo en un senti-



do más concreto. En efecto, como lo menciona Moreno los artefactos de mediación han cambiado y éstos han cambiado también el conocimiento producido con su mediación.

Miranda y Parada (2011) mencionan que a nivel internacional se viene sugiriendo en modelo de enseñanza de las matemáticas con tecnologías pues éstas permiten la exploración y flexibilidad de representación de objetos matemáticos y por ende comprender muchos elementos que difícilmente se perciben con los modelos tradicionales, pues los medios computacionales posibilitan la manipulación de los objetos en la pantalla.

Todo lo anterior implica como lo mencionan Sacristán, Parada & Miranda (2011) la necesidad de que se generen espacios donde los maestros exploren las bondades y limitaciones que puede tener incorporar las TD en la clase de matemáticas, así mismo, para que se reflexione sobre cuándo y cómo implementarlas, según los objetivos de aprendizaje previstos. Parada (2011) menciona que la conformación de comunidades de práctica (CoP) de educadores matemáticos puede ser una posibilidad para fomentar el uso de las TD, es por ello que desde este proyecto y otros liderados por el grupo de investigación en Educación Matemática de la UIS (Edumat-UIS) se promoviendo y estudiando sobre la incorporación de las tecnologías digitales en las prácticas docentes para favorecer la actividad matemática esperada por parte de los estudiantes durante la clase.

5 Algunas reflexiones

Ante la pregunta ¿Cómo planteamos el estudio de la variación hoy y aquí? Una posible respuesta sería que la comprensión y significado de dicha noción implica el desarrollo de los procesos matemáticos en los que se exploren y problematicen situaciones de variación.

Se han identificado aquí, algunas habilidades del Pensamiento Variacional que son necesarias para la comprensión del Cálculo Diferencial, sobre las cuales se seguirá estudiando para lograr conceptualizaciones más puntuales con las que se puedan favorecer procesos de formación y reflexión con los profesores que imparten la materia.

Por otro lado, salta a la vista la necesidad de recuperar el movimiento inherente a la noción de cambio y variación en los procesos de enseñanza y aprendizaje del Cálculo Diferencial, movimiento al

que nos podemos aproximar con el apoyo de los artefactos digitales con los que hoy se cuenta.

Finalmente, se reconoce que la enseñanza del Cálculo hoy está en crisis, esto sin importar a dónde dirija uno la mirada (país, ciudad, institución); por ello los investigadores del campo debemos mantenernos activos e inquietos en búsqueda de respuestas que coadyuven en la comprensión de los problemas y en la superación de sus dificultades.

6 Referencias bibliográficas

- Aparicio, E., Jarero, M. y Ávila, E. (2007). La reprobación y rezago en cálculo. Un estudio sobre factores institucionales. Premisa. *Revista de la sociedad Argentina de Educación Matemática*, 35, 3_12.
- Barajas, C. (2015). *Dificultades del pensamiento Variacional: una mirada al proceso elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos*. (Tesis de maestría en evaluación). Centro de investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada-CICATA, México.
- Botello, C. (2013). *Procesos de Seguimiento y Acompañamiento Académico a Estudiantes de Cálculo Diferencial: Un Aula Experimental para Profesores de Matemáticas en Formación* (Tesis de maestría no publicada). Colombia: Universidad Industrial de Santander.
- Duval, R. (2004). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas*. Cali: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía
- Fiallo, J. (2010). *Estudio del proceso de Demostración en el aprendizaje de las Razones Trigonométricas en un ambiente de Geometría Dinámica* (Tesis de doctorado no publicada). España: Universitat De València, pp. 10-12, 45-48.
- Fiallo, J. & Parada, S.E. (2014) Curso de pre-cálculo apoyado en el uso de geogebra para el desarrollo del pensamiento variacional. *Revista Científica. Universidad Distrital*. Bogotá, Colombia. ISSN 0124-2253
- MEN. (1998). *Lineamientos curriculares en matemáticas*. [Versión en línea]. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- MEN. (2009). Deserción estudiantil en la educación superior colombiana. Metodología de seguimiento, diagnóstico y elementos para su prevención. [Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/sistemasdeinformacion/1735/articles-254702_libro_desercion.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/sistemasdeinformacion/1735/articles-254702_libro_desercion.pdf)
- MEN. (2006). Estándares básicos de competencias en Matemáticas. [Versión en línea]. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

- MEN. (2010). Ingreso, permanencia y graduación. *Boletín informativo Educación Superior* (14). Bogotá: Autor. [Versión en línea]. Recuperado de http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-92779_archivo_pdf_Boletin14.pdf
- Miranda, L. & Parada, S. (2011). ¿Están preparados los profesores de matemáticas para implementar las tecnologías digitales e sus prácticas?. *Proceedings XIII Inter American Conference on Mathematics Education*, Recife, Brazil, June 26-30, 2011
- Moreno, L. (2014). *Educación Matemática: del signo al pixel*. Colombia: Universidad Industrial de Santander.
- NCTM. (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Traducción de M. Fernández (Traducción de la versión del 2000 del NCTM). SAEM Thales. Sevilla.
- Parada, S. (2013). Alternativas curriculares para atender la problemática relacionada con el curso de cálculo diferencial de la Universidad Industrial de Santander. En Roa, S., Fiallo, J. y Parada, S. (Eds) *Memoria del 4o Seminario Taller en Educación Matemática: La enseñanza del cálculo y las componentes de su investigación*. Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga. (p.p. 72-77)
- Parada, S. & Pluvillage, F. (2014). Reflexiones de profesores de matemáticas sobre aspectos relacionados con su pensamiento didáctico. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa* (RELIME). 17 (1): 1- 31. México. ISSN 1665-2436
- Parada, S., Pluvillage, F. & Sacristán, .I. (2013) Reflexiones en una comunidad de práctica de educadores matemáticos sobre los números negativos. *Recherche en Didactiques des Mathématiques (RDM)*. vol. 33.3. Francia. ISSN 0246 – 9367MEN (2006)
- Rueda, N., Parada, S. & Fiallo, J. (2015). Habilidades inherentes al pensamiento variacional de estudiantes de nuevo ingreso a la Universidad. *Memorias de la XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*, Mayo 3 al 4 en Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México. Recuperado de: http://xiv.ciaem-iacme.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/900/375
- Rojas, S., Suárez, S., & Parada, S.E. (2014) Presaberes matemáticos con los que ingresan estudiantes a la universidad. En LESTÓN, P. (Ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. 2014, Vol. 27, p. 1169-1176.
- Sacristán, A.I.; Parada, S.E. & Miranda, L. (2011). The problem of the digital divide for (math) teachers in developing countries. In M., Joubert; A., Clark-Wilson, & M., McCabe (Eds.) *Enhancing Mathematics Education Through Technology. Proceedings of the Tenth International Conference on Technology in Mathematics Teaching* (pp.244-248). Portsmouth, UK: University of Portsmouth



Como citar este artículo:

Parada, S. (2018). Caracterización de habilidades del Pensamiento Variacional. RECME - *Revista Colombiana de Matemática Educativa*. 3 (1). 10-18

Presentado: 15/10/2016

Aprobado: 15/11/2108

Publicado: 31/12/2108

Reconocimientos:

Los resultados de investigación reportados en este artículo emergen del trabajo colaborativo realizado por los miembros del subgrupo de Investigación Enseñanza del Cálculo de Edumat-UIS, por ello expreso mis agradecimientos a todos sus participantes. Así mismo, agradezco a la Vicerrectoría de Investigación y Extensión (VIE) de la UIS quien financió el proyecto 1341: “*Caracterización de las habilidades básicas del Pensamiento Variacional que son necesarias para la comprensión del Cálculo Diferencial*”.