

# La modelación matemática mediada por una herramienta tecnológica<sup>1</sup>

UNIVERSIDAD DISTRITAL  
FRANCISCO JOSÉ  
DE CALDAS

JOHANNA ANDREA FUENTES DÍAZ  
EDGAR PÉREZ HUERTAS  
Estudiantes Licenciatura en Matemáticas

*Contextualización.* El presente trabajo pretende dar una mirada de cómo es posible pensar los MIP -Medios Interactivos Programables- en la Educación Matemática, así como contribuir desde un caso particular, a instaurar las acciones de MODELACIÓN<sup>2</sup> como un lugar privilegiado para el desarrollo del pensamiento matemático, más específicamente del pensamiento variacional; es decir, no se trata de transmitir conocimientos matemáticos referidos al cálculo, el álgebra o cualquier rama particular de las matemáticas, se trata entonces de privilegiar y potenciar la acción del sujeto en pro de la construcción de conocimiento, en otras palabras:

El conocimiento no es una copia de la realidad, conocer un objeto es actuar sobre él; es modificarlo, transformarlo y comprender el proceso de esa transformación y como consecuencia entender cómo es construido. (Jean Piaget, citado por Antanas Mockus, 1988, Pág.40. El subrayado es nuestro).

En este sentido la acción -sobre todo aquella que concierne al ámbito de las matemáticas- se constituye en fuente tanto de conocimiento como de complejización de las estructuras cognitivas que hacen posible la resolución de una situación y su modificación. Así, actuar matemáticamente significa entonces:

... "Traer al terreno de lo siempre ya conocido; es llevar de un juego de lenguaje en algún sentido incierto a otro que -al costo de limitaciones y regulaciones explícitas- ha ganado en certeza y universalidad" ... (Antanas Mockus, 1988, Pág.120)

<sup>1</sup> Trabajo realizado a modo de pasantía en el marco de la Investigación: Incorporación de Nuevas Tecnologías en el aula de Matemáticas, del proyecto curricular de licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Trabajo dirigido por el profesor Jaime Humberto Romero Cruz docente de esta institución.

<sup>2</sup> "La modelación matemática se trata de la utilización de todas las funciones conocidas, de otras ya inventadas pero desconocidas, así como de nuevas que se van a inventar, para simular, representar o modelar procesos reales que están ocurriendo en el mundo. Se trata de capturar las variaciones por medio de modelos matemáticos de distintos tipos para poder seguirlos, hacer simulaciones y predicciones, e intentar controlarlos y modificarlos". (Vasco Carlos E, 2000, Pág.26. En: Formarse para la enseñanza de las matemáticas. Universidad del Valle).

De tal modo, pensar variacionalmente significa entonces poner las magnitudes cambiantes de tal forma que se visualicen<sup>3</sup> y cuantifiquen las relaciones existentes entre éstas, recurriendo para tal fin al uso de dispositivos ya sean gráficos y algebraicos que permitan representar y disponer dichas variaciones, pero que además permita entender los procesos que dan lugar al cambio, en este sentido el pensamiento variacional es -por así decirlo- instrumental<sup>4</sup>.

Ahora bien, privilegiar estos actos de MODELACIÓN involucrando los MIP, implica en principio, permitir que la problemática de la acción se concentre en las matemáticas y no en el aspecto técnico de los recursos tecnológicos, de tal modo estos recursos deberían ostentar de "invisibilidad" para el sujeto actor del proceso de aprendizaje. Dicha "invisibilidad" no supone entonces una completa indiferencia frente al recurso, por el contrario implica ponerlo de tal manera que el actor lo adhiera en sus estructuras de acción. Esto nos propone en principio un reto, que a la vez se supera con la construcción de la Balanza virtual en el software CABRI, a partir de la cual se concentra toda actividad de modelación en las posibilidades de problematización que ésta brinda por su característica dinámica, es decir, constituimos un contexto<sup>5</sup> de variación a partir de la balanza virtual -como lo había mencionado Piaget (1972, Pág. 142-155), estudiar las variaciones posibles en dicho instrumento implica acudir a la proporción como manera de modelar estas variaciones-.

Con ello se pretende, en última instancia, desarrollar pensamiento variacional por medio del estudio de una situación de variación desde el uso de un paquete de instrumentos construidos en el software Cabri. Estos instrumentos traen una riqueza conceptual en acción, es decir, observar el funcionamiento de la balanza, así como indagar por el mismo, implica entrar en el terreno de la proporción inversa o directa, en últimas quien se enfrente

<sup>3</sup> Visualizar es pues "poner bajo un forma extensional, todo lo que siendo relevante para alguna cuestión sea susceptible de grado e igualdad"; es decir, Visualizar -en un sentido cartesiano-aquello de lo que hablamos es necesariamente extensionalizado, transformado en "magnitudes" (hoy preferimos decir "variables") cuyas relaciones pueden ser presentadas gráficamente y expresadas sintéticamente mediante signos algebraicos. (Antanas Mockus, 1988, Pág. 120).

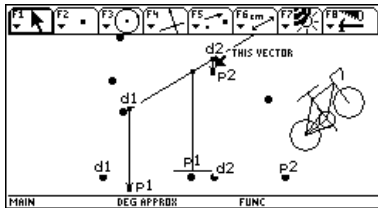
<sup>4</sup> "La acción típicamente humana emplea instrumentos mediadores, tales como las herramientas o el lenguaje, y estos instrumentos mediadores dan forma a la acción de manera esencial". (Wertsch, 1991, Pág. 29)

<sup>5</sup> En particular, la característica dinámica que adquiere la balanza virtual, permite modificar pesos y distancias para obtener equilibrio o desequilibrio y por tanto brinda la posibilidad de iniciar estudios con respecto a las relaciones que guardan estas magnitudes.

a la balanza necesariamente tendrá que pensar proporcionalmente<sup>6</sup>, además deberá someterse a los movimientos que se pueden reproducir, de tal modo que se puedan poner de relieve las transformaciones que se suceden en ella, intentando explicar las razones por las cuales se dan esas transformaciones.

Tales instrumentos son:

### Primer Instrumento: Juego dese-bala



**Estado:** Balanza en estado de equilibrio o desequilibrio.

**Descripción:** Esta balanza permite simular estados de equilibrio o desequilibrio de acuerdo a la ubicación del peso en cada brazo de la balanza y la cantidad de peso que coloque allí. Los pesos son representados por un vector. Estos se disminuyen o aumentan en relación a la cantidad de peso<sup>7</sup> que se desea colocar.

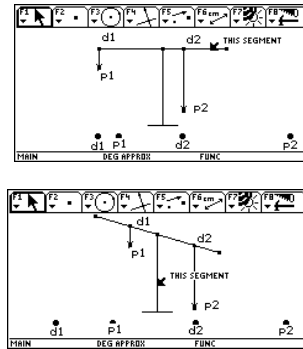
**Funcionamiento:** Esta balanza virtual, al igual que los siguientes instrumentos es manipulada por cuatro puntos que tienen como etiquetas  $d_1, d_2, p_1, p_2$ , que se encuentra ubicados en la parte inferior de la pantalla. Dichos puntos pueden ser desplazados únicamente de manera horizontal y cada uno tiene un espacio de desplazamiento, éstos permiten transformar los pesos y las distancias en la balanza.

El primer instrumento interviene en la identificación de magnitudes variables; al realizar transformaciones en los pesos y distancias, a partir de los movimientos de los puntos  $d_1, d_2, p_1, p_2$ , en la búsqueda del equilibrio o desequilibrio en la balanza que permita visualizar la figura escondida. Justamente estas acciones permiten la familiarización tanto con el funcionamiento de la balanza virtual como con el estado de equilibrio o desequilibrio en la misma.

<sup>6</sup> Véase en referencia a éste tema: Piaget Jean, Inhelder B, DE LA LÓGICA DEL NIÑO A LA LÓGICA DEL ADOLESCENTE: Ensayo sobre la construcción de las estructuras operatorias formales. Buenos aires: Paidós, 1972.

<sup>7</sup> Hablamos de peso como la fuerza ejercida sobre todos aquellos cuerpos inmersos en un campo gravitacional, de acuerdo a la definición de Newton.

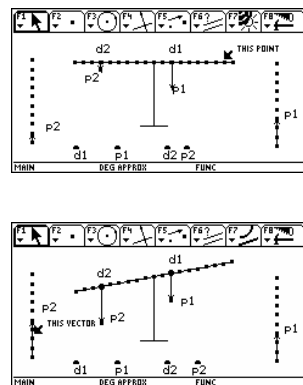
### Segundo Instrumento: dis-bala



**Estado:** Balanza en estado de equilibrio o desequilibrio.

El segundo instrumento permite iniciar exploraciones en la búsqueda del equilibrio, donde no solo se admite el planteamiento de una regla cualitativa referida al mismo -"El peso más grande debe encontrarse más cerca al centro y el peso más pequeño más alejado al centro con respecto al otro"- sino que además pone en explícito las magnitudes que cambian en la situación de variación.

### Tercer Instrumento: discreba

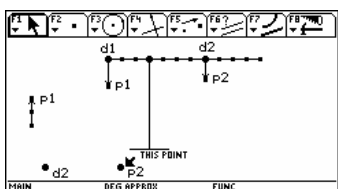
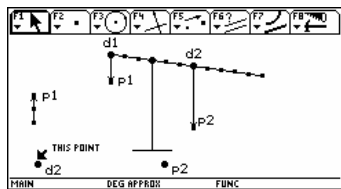


**Estado:** Balanza discreta en estado de equilibrio o desequilibrio

Este tercer instrumento permite la cuantificación de las distancias y de los pesos desde el establecimiento de una unidad de medida geométrica, así se logra establecer relaciones extensivas<sup>8</sup> entre las magnitudes variables, donde para tal efecto se mantienen fijas dos magnitudes de la misma naturaleza -ya sean las distancias o los pesos-, promoviendo de esta manera el estudio de la proporción directa como una forma de variación.

<sup>8</sup> De acuerdo con piaget las relaciones extensivas son aquellas donde se involucran cuantificaciones. (Introducción a la Epistemología Genética. El Pensamiento Matemático., México 1987, Pág. 200-203)

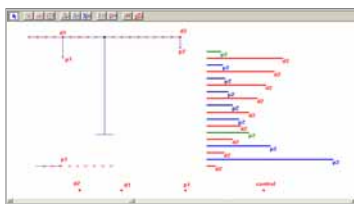
#### Cuarto Instrumento: *Inverbal*



**Estado:** Balanza discreta en estado de equilibrio o desequilibrio.

El cuarto instrumento introduce el estudio de las relaciones entre magnitudes de distinta naturaleza, explicitando de esta manera la proporción inversa, conservando para tal fin la unidad de medida geométrica.

#### Quinto Instrumento: *grafiba*.



**Estado:** Balanza discreta en estado de equilibrio

Este instrumento permite realizar un estudio desde las relaciones puramente geométricas entre magnitudes de distinta naturaleza, así como propiciar el paso al plano cartesiano desde dicho estudio y no desde el uso de tablas y de expresiones simbólicas. De tal modo este instrumento induce a pensar sobre los segmentos -que representan los pesos y distancias- y las relaciones entre estos, así como explicita las transformaciones que se sucede de una magnitud con respecto a la otra.

Hasta aquí, el estudio de las variaciones referidas a las magnitudes que posibilitan el equilibrio está totalmente acentuado en lo simbólico, por lo cual se requiere realizar un estudio desde las relaciones puramente geométricas entre magnitudes de distinta naturaleza, así como propiciar el paso al plano cartesiano desde dicho estudio y no desde el uso de tablas y de expresiones simbólicas, es decir, se pretende instaurar el plano cartesiano como un lugar donde se hacen visibles las relaciones entre las mag-

nitudes puestas en un contexto netamente geométrico. De tal modo este instrumento -grafiba- permite pensar sobre los segmentos -que representan los pesos y distancias- y las relaciones entre estos, así como explicita las transformaciones que se sucede en una magnitud con respecto a la otra.

## Conclusiones

Así, es posible afirmar que en una actividad de modelación -particularmente aquella que concierne al estudio de la variación- las representaciones aparecen como dispositivos a los cuales se recurre ya sea para actos argumentativos o para instaurar en un mundo tal, que los fenómenos de variación se hagan explícitos en sus relaciones y cualidades. Ahora bien, es justamente en la relación discursiva con otros donde, tanto el cúmulo de representaciones como las reglas que gobiernan el actuar con y sobre estas se instituyen como referentes culturales.

En última instancia no se trata de las representaciones en matemáticas, se trata entonces del representar en matemáticas<sup>9</sup>, es el privilegio de la acción, por encima de la mera contemplación.

En éste sentido los instrumentos tecnológicos (MIP) -desde la perspectiva del estudiante- se instalan en este plexo como auxiliares en los actos de modelación, es decir, estos instrumentos por sus posibilidades técnicas le confieren al estudiante modos de intervención que de otro modo no son posibles.

Por otro lado -desde la perspectiva del Docente- éstos instrumentos permiten el diseño de situaciones o simulaciones fenomenológicas tomadas del mundo Natural o del mundo netamente matemático, que se constituyan en fuente enriquecedora de problemas en el aula de matemáticas, así como éste diseño ostente de tal particularidad que las especificaciones técnicas de estos instrumentos para su uso no se constituyan en obstáculo para las acciones de modelación matemática, sino que desde un uso específico -que determina el Docente en el momento de configurar situaciones problema- se adquieran progresivamente.

<sup>9</sup> En este sentido se trata del privilegio de la acción y el lenguaje sobre la percepción: "...En nuestra época culmina un desplazamiento del eje de la auto-comprensión del conocimiento. En vez de entenderse por referencia a la percepción o a un esquema que la reitera desplazándola a otros terrenos, el conocimiento se auto-comprende por referencia a la acción y el lenguaje. Es posible que éste giro corresponda más a una transformación histórica del conocimiento mismo que a una rectificación tardía o a un desvío arbitrario-pretérito o actual-de la tradición filosófica!...(Mockus, Antanas, Representar y Disponer, 1988).

## Referencias bibliográficas

CHARNAY, R. (1994). *Aprender (por medio de) la Resolución de Problemas*. Buenos Aires: Paidós.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (2001). *Seminario Nacional de Formación de Docentes: Uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas*. Colombia: MEN.

MOCKUS, A. (1988). *Representar y Disponer*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

PIAGET, J. y INHELDER, B. (1972). *De la lógica del niño a la lógica del adolescente: Ensayo sobre la construcción de las estructuras operatorias formales*. Buenos Aires: Paidós.

WERTSCH, J. (1999). *La Mente en Acción*. Argentina: Aique.

## Las situaciones problema como alternativa para generar procesos de aprendizaje matemático en la Educación Básica

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

JOHN JAIRO MÚNERA CÓRDOBA

### Propósito del taller

El taller tiene como propósito fundamental compartir algunas experiencias en torno al trabajo de la matemática escolar utilizando como estrategia la enseñanza problémica. Por lo tanto se desarrollará con los asistentes una serie de situaciones; a partir de los cuales se harán reflexiones teóricas, conducentes a visualizar las situaciones problema como un instrumento de enseñanza y aprendizaje que permite la estructuración de un currículo que movilice la comprensión y el pensamiento matemático de los estudiantes.

### Metodología

El taller se orienta desde una metodología ampliamente participativa: inicialmente los asistentes son organizados en grupos de a dos ó tres, con el fin de que aborden en un lapso de tiempo de 15 a 20 minutos una situación problema. A partir de los resultados obtenidos, se realizará una plenaria, a partir de la cual se movilizan diferentes relaciones conceptuales obtenidas. Además, simultáneamente, se hacen comentarios y reflexiones acerca de algunas características de una situación problema. Después, bajo la misma orientación, de realizar otra situación y socializar los aspectos centrales subyacentes; se realiza una breve presentación de los elementos teóricos que fundamentan el papel de las situaciones problema en el currículo de matemáticas.

*Mi experiencia en relación con la temática.*  
La institución Pedro Luis Álvarez Correa se a con-

vertido en un excelente laboratorio para diseñar, implementar y evaluar algunas situaciones problema relacionadas con la construcción de conceptos matemáticos. Dada mi participación en el grupo Didáctica de las matemáticas y la Física, acreditado por Conciencias, de la universidad de Antioquia, he tenido la oportunidad de compartir distintos trabajos en este sentido y sistematizar algunas producciones (dos de ellas ya publicadas). También he tenido la oportunidad de socializar algunas actividades teórico - prácticas, generadas de los resultados obtenidos, en diferentes eventos académicos organizados en mi región. También, desde esta perspectiva asesoré un trabajo de grado del semestre I-2002 al semestre I-2003, a un grupo de estudiantes de la facultad de Educación y he iniciado la asesoría de otro trabajo en el mismo sentido.

*Fundamentos conceptuales.* La concepción de las matemáticas como una ciencia formal y abstracta, usualmente llevada al aula, y caracterizada por la manipulación mecánica de los sistemas simbólicos y estructurales, ha generado dificultades en los docentes al intentar establecer redes conceptuales que vinculen las capacidades y condiciones socioculturales de sus educandos. Desde esta perspectiva el papel del profesor ha sido similar a la de un matemático «clásico»: exhibir resultados de forma general, materializada en informaciones depuradas de todo hecho exploratorio, y mediadas por una sintaxis propia del quehacer matemático.

Los conocimientos matemáticos existentes han surgido de una serie de problemas sociales acordes a las necesidades culturales del momento; sin embargo, al ser publicados como conocimientos científicos aparecen desprovistos de todo tipo de análisis particular de hechos concretos. Este modelo ha sido heredado en las prácticas educativas centradas en currículos convencionales caracterizados por la presentación lineal de contenidos. De un lado, la intervención en el aula se caracteriza por una enseñanza centrada en la exposición acrítica de temáticas carentes de todo tipo de significado para los estudiantes; de otro, la relación