

Habilidades Cognitivas en los niveles de Razonamiento Covariacional para el estudio de la derivada como razón de cambio

César A. Rodríguez P.; Jorge E. Fiallo L. & Sandra E. Parada R.

rodces121@gmail.com; jfiallo@uis.edu.co; sanevepa@uis.edu.co

Universidad Industrial de Santander (Estudiante); Universidad Industrial de Santander (Profesor); Universidad Industrial de Santander (Profesor)
Colombia, CO.

Resumen:

Para el análisis de un fenómeno variacional, es esencial poder relacionar y cuantificar los atributos en él. Por tanto, se propone desarrollar la comprensión de la derivada como razón de cambio, a través de los Niveles del Razonamiento Covariacional complementado con las Habilidades Cognitivas asociadas a los procesos matemáticos. En este documento, se describe en síntesis los aspectos teóricos y metodológicos que fundamentan el diseño de Entrevistas Estructuradas y Basadas en Tareas y la caracterización a priori sobre las habilidades cognitivas vinculadas al quinto nivel de razonamiento Razón instantánea.

Palabras clave:

Habilidades Cognitivas, Razonamiento Covariacional, Derivada, Razón de cambio, Entrevista.

Abstract:

For the analysis of a variational phenomenon, it is essential to be able to relate and quantify the attributes in it. Therefore, it is proposed to develop the understanding of the derivative as a reason for change, through the Covariational Reasoning Levels complemented with the Cognitive Skills associated with the mathematical processes. In this document, the theoretical and methodological aspects that underlie the design of structured and task-based interviews and the a priori characterization of cognitive abilities linked to the fifth level of reasoning, instant reason are described in summary.

Keywords:

Cognitive Abilities, Covariational Reasoning, Derivative, Reason for change, Interview.

Resumo:

Para a análise de um fenômeno variacional, é essencial poder relacionar e quantificar os atributos no fenômeno. Portanto, propõe-se desenvolver a compreensão da derivada como razão de mudança, através dos Níveis de Raciocínio Covariacional complementados com as Habilidades Cognitivas associadas aos processos matemáticos. Neste documento, os aspectos teóricos e metodológicos subjacentes ao desenho de entrevistas estruturadas e baseadas em tarefas e a caracterização a priori das habilidades cognitivas ligadas ao quinto nível de raciocínio, a razão instantânea, são descritas em resumo.

Palavras-Chave:

Habilidades Cognitivas, Raciocínio Covariacional, Derivativo, Razão para mudar, Entrevista.



1 Introducción

Los investigadores en la línea del pensamiento variacional como García y Dolores (2011) y Cuevas, Rodríguez y Gonzáles (2014) han abordado la problemática en torno a la presentación y estructuración de la definición de la derivada a través del concepto de razón de cambio. Esto es debido a que el cálculo diferencial es percibido como una de las fuentes del fracaso universitario, hecho que no es ajeno a lo que sucede en la Universidad Industrial de Santander (UIS).

La derivada, la cual permite cuantificar, describir y pronosticar la rapidez de la variación en fenómenos de la naturaleza, se destaca por la relación entre la razón de cambio y el límite del cociente incremental (Sánchez-Matamoros, 2008). Se propone diseñar, aplicar y evaluar una secuencia didáctica basada en la resolución de problemas de razones instantáneas, con el apoyo de un software matemático interactivo (GeoGebra), con el objetivo de lograr la comprensión del concepto de derivada. Para cumplir con el objetivo se descomponen y se integran las Habilidades Cognitivas asociadas a los procesos matemáticos de Comunicación,

Representación, Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos, y Razonamiento y demostración (Fiallo y Parada, 2018) a los Niveles del Razonamiento Covariacional (Carlson, Jacobs, Coe, Larsen y Hsu, 2003). Según los resultados y el análisis de la secuencia, se espera mostrar evidencia empírica sobre las habilidades cognitivas que son necesarias estimular en el aula, desde el punto de vista de la enseñanza, para que los estudiantes conceptualicen la derivada como razón de cambio.

2 Indagación bibliográfica.

El Razonamiento Covariacional definido como “las actividades cognitivas implicadas en la coordinación de dos cantidades que varían mientras se atiende a las formas en cada una de ellas cambia con respecto a la otra” (Carlson et al., 2003, p. 124), es explicado a través del constructo de imágenes de covariación. Dichas imágenes, presentadas en términos de acciones mentales, categorizan los niveles de: Coordinación, Dirección, Coordinación cuantitativa, Razón promedio y Razón instantánea (Carlson, et al., 2003).

El constructo de imagen usado por los autores, descrito por Thompson, es visto como “dinámico,

que se origina en acciones corporales y movimientos de la atención, y como la fuente y el vehículo de operaciones mentales” (citado en Carlson et al., 2003, p. 124). De acuerdo con esto, una persona que posea cierto nivel de razonamiento covariacional, se presupone deberá poseer diversas habilidades cognitivas acorde al nivel que parece sustentar la conceptualización hacia un objeto matemático específico. Se entenderá como habilidad cognitiva aquella que “consiste en las operaciones mentales que resultan de la coordinación de acciones tendientes a la consecución de un objetivo ligado a una rama de conocimiento institucionalizado” (Rueda, 2016, p. 57). Para el estudio en cuestión, aquel conocimiento institucionalizado ya mencionado será el de la derivada como razón de cambio

3 Método

La población de estudio serán estudiantes del curso de Cálculo Diferencial de la UIS. Para el desarrollo de la investigación se ha tenido en cuenta las Entrevistas Estructuradas y Basadas en tareas para el estudio del comportamiento humano (Goldin, 2000). Cada entrevista consta de un problema de razón instantánea apoyado con GeoGebra y tareas específicas con preguntas diseñadas para el tránsito de cada uno de los niveles del Razonamiento Covariacional. Partiendo de una caracterización a priori, se espera analizar las habilidades emergentes en la solución de cada uno de los problemas, y así poder ofrecer una caracterización final, producto del trabajo de los estudiantes. En este apartado, se presenta la caracterización a priori del quinto nivel de razonamiento Razón instantánea basada en el problema del lanzamiento vertical de un objeto hacia arriba. Para este problema, se propone argumentar matemáticamente las velocidades del objeto registradas por

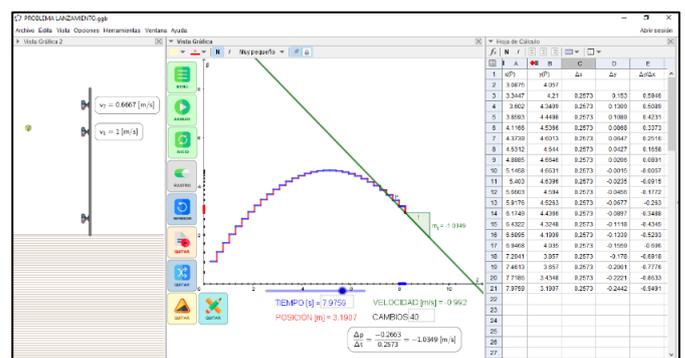


Figura 1 Archivo en GeoGebra

Procesos	Comunicar ideas sobre razón instantánea	Representar la razón instantánea	Procedimientos para analizar la razón instantánea	Razonar sobre fenómenos de razón instantánea	<p><i>Tabla 1: Habilidades cognitivas para el nivel de razón instantánea del razonamiento covariacional</i></p> <p><i>Fuente: elaboración propia</i></p>
Habilidades	Argumentar por qué la razón instantánea de la posición con respecto al tiempo da cuenta de la velocidad para un instante de tiempo.	Coordinar las representaciones de la velocidad instantánea: la razón de cambio instantánea (verbal), la pendiente de la recta tangente (gráfico) y el límite del cociente incremental (simbólico)	Estructurar procedimientos analíticos para determinar el límite del cociente de diferencias entre la posición y el tiempo	Validar con reglas teóricas la tendencia a un valor del cociente incremental para describir la velocidad en un instante de tiempo.	

sensores en distintos instantes de tiempo, donde a través de tareas con preguntas sobre la relación entre las representaciones de la derivada y el apoyo de un archivo en GeoGebra (ver figura 1), el estudiante puede adquirir habilidades que le permitan establecer y aclarar aspectos de la razón instantánea de la posición que recorre el objeto con respecto al tiempo.

Ya que el fenómeno describe un movimiento parabólico, que involucra el tiempo y la posición del objeto, el estudiante debe reconocer y establecer: i) la relación de interdependencia entre las variables (Coordinación), ii) el comportamiento creciente y decreciente de la variación del objeto (Dirección), iii) la relación de la cantidad de cambio entre las variables (Coordinación cuantitativa), iv) las razones promedio alrededor de un valor de la variación (Razón promedio) y finalmente, de manera a priori para el nivel de Razón instantánea, las habilidades deberán ir enfocadas a determinar la velocidad para cada instante de tiempo como se muestra en la tabla 1

4 Referencias Bibliográficas

Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S. y Hsu, E. (2003). Razonamiento covariacional aplicado a la modelación

de eventos dinámicos: Un marco conceptual y un estudio. *EMA*, 8(2), 121-156.

Cuevas, A., Rodríguez, A. y González O. (2014). *Introducción al concepto de derivada de una función real con apoyo de las tecnologías digitales. El Cálculo y su Enseñanza*, 5(5), 157-164.

Fiallo, J, E, y Parada, S, E, (2018). *Estudio dinámico del cambio y la variación. Curso de Precálculo Mediado por GeoGebra*. Colombia: Universidad Industrial de Santander.

García, M. y Dolores, C. (2011). Derivada: una propuesta para su comprensión. *XIII CIAEM-IACME*, Recife, Brasil.

Goldin, G. (2000). A scientific perspectives on structured, task-based interviews in mathematics education research. En Kelly, A. y Lesh, R. (eds.). *Handbook of research design in mathematics and science education*. (pp. 517-545). New Jersey-London: LEA.

Rueda, N. (2016). *Habilidades cognitivas asociadas al proceso de representación de fenómenos de variación* (Tesis de maestría). Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga.

Sánchez-Matamorros, G., García, M., y Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. *RELIME. Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa*, 11(2), 267-296.



Cómo citar este artículo:

Rodríguez P, César A., Fiallo L., Jorge E., Parada R, Sandra E. (2018). Habilidades Cognitivas en los niveles de Razonamiento Covariacional para el estudio de la derivada como razón de cambio. *RECME-Revista Colombiana de Matemática Educativa*. 3 (1), pp. 34-36.

Presentado: 15/Abril/2018
Aprobado: 15/Mayo/2018
Publicado: 30/Noviembre/2018