

ERRORES SOBRE EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL EN ESTUDIANTES DE MAGISTERIO

M^a Jesús Salinas Portugal
Universidad de Santiago de Compostela

RESUMEN

Partiendo de la creencia de que las matemáticas escolares deben formar parte de la componente del conocimiento sobre las matemáticas del futuro maestro, hemos hecho un estudio sobre el sistema de numeración decimal. El estudio empírico se llevó a cabo en tres etapas con estudiantes que finalizan magisterio.

Este trabajo se centra en el análisis de las dificultades surgidas en el aprendizaje de ciertos aspectos de nuestro sistema de numeración, más concretamente, el valor posicional de las cifras. Los resultados de la investigación se complementan con una fundamentación teórica y algunos datos adicionales, de cara a proporcionar al lector una visión más amplia del problema.

LAS MATEMÁTICAS EN LA FORMACIÓN DE MAESTROS

El tema de la formación de profesores de Primaria y Secundaria viene siendo una constante en las investigaciones sobre educación matemática. Esta preocupación viene pareja con la preocupación por la mejora de la enseñanza de la matemática; así Flores (1998) hace referencia a esta preocupación en los congresos sobre educación matemática, destacando también el paralelismo entre los paradigmas empleados para investigar la enseñanza y los utilizados en las investigaciones referidas a la formación de los profesores de matemáticas.

Los responsables de la política educativa de la mayoría de los países han asumido una distinción en la formación de los profesores de Primaria y de Secundaria. Así, mientras que para los primeros propician una mayor formación de carácter psicopedagógico, para los segundos abogan por más preparación en la materia que van a enseñar (Llinares, 1991). Esta situación nos llevó a dos tipos de formación muy dispares, como señala Rico (1993, 16) al referirse a los profesores que imparten la Enseñanza Secundaria en España: “nos encontramos en una situación donde los miembros actuales de la profesión docente proceden de dos tipos muy distintos de formación, cada uno con un componente muy bien desarrollado y el otro muy débil o inexistente”. Refiriéndose a la formación de profesores del primer ciclo de enseñanza básica, Palhares y Gomes (2006) destacan el énfasis puesto en el conocimiento educacional frente a la trivialización del conocimiento matemático.

Dejando aparte esa polémica, aún sin resolver, como podemos ver en Molina (2002) al hablar de la controversia sobre la integración del conocimiento con la didáctica específica del mismo, pasamos a centrarnos en los conocimientos que debe poseer el profesor de matemáticas. Siguiendo el esquema que presenta Llinares (1991, 32) sobre las componentes del conocimiento del profesor: 1) el conocimiento sobre la materia, 2) el conocimiento sobre los aprendices y el aprendizaje de las matemáticas, 3) el conocimiento sobre el proceso instructivo; para nuestro estudio nos hemos centrado en el apartado del conocimiento sobre la materia específica.

Aún restringiéndonos solamente al componente que se refiere al conocimiento sobre las matemáticas, que debe formar parte de la formación de profesores de matemáticas, el problema es complejo. Las opiniones sobre el tema son diversas, las investigaciones son parciales y los problemas se analizan por separado. Uno de los aspectos en el que los investigadores están de acuerdo es que el profesor de Primaria posea una profunda comprensión de las matemáticas escolares (Llinares 1991, 1993; Bromme y Brophy, 1986). En Carrillo y Climent (1999) se recogen una serie de reflexiones sobre los modelos de formación de maestros, estando las matemáticas escolares presentes en todas las propuestas.

A lo largo de nuestra práctica docente como formadores de maestros, venimos constatando en nuestros alumnos lagunas de conocimiento y errores conceptuales en contenidos matemáticos que deberían haberse adquirido en los primeros años de la enseñanza Primaria. El objetivo de nuestra investigación es analizar algunos de esos errores, centrándonos en aquellas concepciones erróneas de los futuros maestros que recogen aspectos relacionados con el sistema de numeración decimal y más concretamente con el valor de posición por ser uno de los campos en los que más errores hemos detectado a través de las experiencias de aula.

Nuestros sujetos de estudio adquirieron los conocimientos y destrezas relativos a estos conceptos, entre los seis y los once años, edad que se corresponde, según la teoría de los estadios de Piaget, con el período de las operaciones concretas. En los siguientes años de escolaridad obligatoria y no obligatoria, ya no se vuelve sobre estos temas, al menos de una forma explícita. Por ser adquiridos en edades tan tempranas, surgen dificultades, que, de no

intervenir a tiempo, pueden llevar a errores conceptuales, que en la mayoría de los casos persisten en la época adulta.

Los errores que se producen sistemáticamente en situaciones similares, son para Centeno (1988), reveladores de la existencia de modelos implícitos erróneos que están relacionados con una cierta manera de conocer que permite detectar la resistencia a la evolución de un concepto. Gómez (1994: 246), por su parte, al presentar las conclusiones sobre errores en cálculo mental de los estudiantes para profesores, aboga por “hacer emerger y conocer los errores de los estudiantes” ya que ello ayuda a conocer sus creencias así como la forma en que están aprendiendo o han aprendido y las dificultades que enfrenta.

DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DEL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

Nuestro sistema de numeración, posicional de base diez, con símbolos para los dígitos y la inclusión del cero, supuso mucho tiempo para su desarrollo, por lo que no debe sorprender que algunos niños se muestren muy lentos a la hora de captar todas las implicaciones de la notación y su estructura conceptual subyacente (Orton, 1990). No nos ocuparemos aquí de como el niño adquiere el concepto de número, sino de las dificultades que entraña su representación a través de nuestro sistema de numeración, dificultades que se agravan al iniciar su aprendizaje en edades tempranas. Como señala Kamii (1986: 71): “la enseñanza prematura, sea del valor de la posición o de cualquier otro aspecto del programa de estudios, es pernicioso para la comprensión de una disciplina por parte de los niños”.

Autores como Kamii (1986; 1992), Baroody (1988), Ball (1991), Verschaffel y De Corte (1996), entre otros, coinciden tanto en la importancia de la comprensión del valor de posición para conocer y entender nuestro sistema de numeración decimal y las operaciones, como en la dificultad que entraña su aprendizaje. Pero también coinciden en criticar, bien la manera en que los niños aprenden, (Ball, 1991), bien el momento en el que se enseña. Así, Kamii (1986: 63) señala que a un niño de primer curso le es fácil reconocer que 26 es menor que 62 pero no puede comprender, en cambio, que el 2 de 26 signifique “20”.

Para Verschaffel y De Corte (1996: 108), la comprensión del valor de posición requiere la integración de tres aspectos: “las cantidades y el nombre base (2 decenas y 5 unidades), el nombre número (veinticinco) y el numeral escrito (25)”. Critican también estos autores el énfasis exagerado puesto en los conocimientos instrumentales a expensas de los conocimientos relacionales, lo que motiva que muchos niños experimenten grandes dificultades para construir conceptos apropiados de la numeración de varios dígitos.

Bednarz y Janvier (1982), en un estudio realizado con niños de primero, tercero y cuarto grados (6 a 10 años), llegan a la conclusión de que incluso en tercero y cuarto grado la mayor parte de los niños no entienden el valor de posición. Encuentran estos autores los mayores problemas en los siguientes aspectos: dificultades con el cero, trabajar con agrupaciones de agrupaciones, trabajar simultáneamente con dos agrupaciones, deshacer agrupaciones y manejar el concepto de acarreo.

Podemos, pues, destacar entre las dificultades para llegar a la comprensión del valor de posición, los siguientes campos:

a) Diferencias entre el sistema de numeración escrito y el sistema de numeración oral

Nuestro sistema de numeración escrito es posicional mientras que el sistema oral no lo es. En el sistema oral, la yuxtaposición de palabras supone una operación de suma, en unos casos, y una operación de multiplicación en otros, siendo que estas dos operaciones aparecen

en general combinadas en la denominación de un número. Por el contrario, en la numeración escrita no hay ningún rastro de las operaciones aritméticas involucradas y las potencias de la base solo pueden inferirse a partir de la posición que ocupan las cifras (Lerner y Sadovsky, 1994).

Otro de los problemas que existe en la numeración oral de muchos idiomas son las irregularidades de nombres de números; así, en español los nombres: *once*, *doce*, *trece*, *catorce* y *quince* no se corresponden con los de los nombres de los que los siguen, en los que aparece una suma (*diez y seis*), o el caso de las decenas: *veinte* (dos dieces). Esto lleva, según Baroody (1988), a que los niños deban aprender procedimientos para traducir el sistema escrito a la serie numérica verbal, incluyendo reglas especiales para casos excepcionales. En este sentido, Fuson (1992), al comentar las irregularidades que existen en el inglés para las palabras número entre diez y cien, pone de manifiesto las consecuencias para el aprendizaje de los niños de habla inglesa en contraste con los niños que hablan un idioma regular; en este caso estaría el japonés en el que, como explica Brissiaud (1993: 172), añadir y cambiar de unidad se emplean con los primeros números: “diez y uno” (11), “diez y dos” (12), etc. y en las decenas “dos dieces” (20), lo que recalca la decena como una nueva unidad.

b) *El papel del cero*

Al niño le cuesta ver que el cero ocupa un lugar y es, por tanto, una cifra significativa. Para Baroody (1988: 200), este papel del cero en los órdenes de unidades es bastante abstracto si se compara con los significados iniciales que el niño atribuye al cero: cero como representante de un conjunto vacío o cero como algo que carece de efecto (por ejemplo añadir cero). El hecho de interpretar que el cero significa “nada” entra en conflicto con las reglas de codificación y decodificación para los ceros intermedios, lo que para Baroody podría explicar el por qué algunos niños leen, por ejemplo 402 como “cuarenta y dos” o, al revés, escriben cuarenta y dos como “402”.

c) *Relaciones entre los distintos órdenes*

Según Baroody (1988: 194), un número de varias cifras es una expresión numérica que codifica relaciones entre las cifras aisladas; las relaciones entre cada una de las cifras se codifican mediante su posición, por lo que los niños deben aprender como se codifican y decodifican estas relaciones. En el sistema de numeración decimal, cada unidad de un orden equivale a diez unidades del orden inferior, así una decena equivale a diez unidades simples, una centena a diez decenas, etc. Además la representación escrita lleva implícitas las operaciones de suma y multiplicación. Pensar simultáneamente en una decena y en diez unidades es una tarea difícil para niños pequeños. Para comprender que un número de dos dígitos se compone de decenas y unidades, el niño tiene que construir un segundo sistema, el de las decenas, sobre el primer sistema, el de las unidades, y al igual que estas requiere que el niño sintetice las relaciones de orden e inclusión jerárquica (Kamii, 1992). Análogamente sucede con las centenas.

Para Kamii (1986), llegar a la comprensión de la posición en números de dos cifras requiere la síntesis de tres ideas construidas gradualmente: “regla de notación” (el 1 de 16 significa 10), “relaciones numéricas parte-todo” ($10 + 6 = 16$), “multiplicación” ($1 \times 10 = 10$). También esta autora cree que ni el momento en el que se enseña ni la forma de hacerlo son adecuados. Para Baroody (1988), existen unos niveles típicos de dominio de la lectura y escritura de

números, que coincidirían con números de una cifra, de dos cifras, etc. Insiste este autor en la creciente dificultad con números a partir de la centena.

Ante esta problemática podemos preguntarnos si los errores detectados en el período de aprendizaje institucionalizado, ¿desaparecen al avanzar, tanto en la formación matemática, como en la utilización del sistema de numeración en los distintos contextos? Estudios realizados con alumnos de 11 a 15 años nos muestran como en estas edades aún se detectan dichos errores de forma significativa. En nuestro estudio pretendemos poner de manifiesto errores en el *dominio del valor de posición* en estudiantes que terminan los estudios de Magisterio.

En primer lugar citaremos el estudio llevado a cabo en el Reino Unido por el *Assessment of Performance Unit* (APU), publicado en 1980 en el que se realizaron pruebas escritas a niños de 11 años. Sigue siendo preocupante el porcentaje de fallos correspondiente a algunos ítems relacionados con el sistema de numeración, por ejemplo, solo el 64 por ciento de los niños encuestados responde correctamente al ítem “El número que es una unidad menos que 2010 es ...” (APU, 1980: 38). En 1963 Flournoy, Brand y McGregor, publicaron los resultados de un test realizado con alumnos norteamericanos de grado siete (13 años). Estos resultados formaban parte de un estudio más amplio que abarcaba los grados 4º, 5º, 6º y 7º. El test correspondiente a 7º grado constaba de 25 ítems de elección múltiple y versaba sobre cuestiones relacionadas con el valor de posición en el aspecto de organizar o descomponer un número; diez de los ítems tienen porcentajes de error superior al 50 por ciento, cinco están entre el 30 y el 50 por ciento de error y solo diez presenta un porcentaje de error inferior al 30 por ciento. El ítem con mayor porcentaje de error (83 por ciento), consistía en elegir, de entre cuatro numerales el que correspondía a organizar un cierto número de unidades, decenas, centena y millares.

Otro de los estudios relevantes para nuestro análisis fue el realizado con niños ingleses de 11 a 15 años por el CSMS (*Concepts in Secondary Mathematics and Science*) (Hart y otros, 1981). Uno de los diez temas tratados en este estudio se refiere a “valor posicional y decimales”. Dentro del tema del valor posicional, llamamos la atención en relación con seis aspectos que van desde la correspondencia entre “nombre y lugar” hasta el resultado de la división por un múltiplo de una potencia de diez. Del análisis de resultados que revela el citado informe (Brown, 1981: pp 48 y ss), se deduce que el dominio del valor de posición entre los alumnos de 12 a 15 años es muy débil. Así, una o dos preguntas de valor posicional, especialmente las que contenían números superiores a mil, llevaron a dudar aún a niños de rendimiento medio.

Aguilar y Martínez (1996), realizaron un estudio sobre el valor posicional con niños españoles en Cádiz, que abarcaba cinco niveles, desde 4º de Primaria a 8º de EGB. Para este estudio seleccionaron diez ítems de los trabajos señalados por nosotros. Los resultados de este estudio no concuerdan ítem a ítem con los obtenidos en los trabajos originales, pues el porcentaje de aciertos es superior en unos casos e inferior en otros, sin embargo, en una valoración de conjunto, el resultado es muy similar.

Ball (1991) realizó un estudio con futuros profesores de primaria sobre la comprensión del algoritmo de la multiplicación encontrando una relación entre la comprensión del valor de posición y la de los algoritmos.

DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

La muestra está recogida en tres fases; en todas ellas los sujetos estaban formados por alumnos que finalizan los estudios de Magisterio. La primera muestra formada por 467 suje-

tos, correspondía a los alumnos de tercer curso de Magisterio que realizan sus estudios durante el curso 1994/1995 en las tres universidades gallegas en estos centros: Santiago y Lugo, de la Universidad de Santiago; A Coruña de la Universidad de A Coruña; Ourense y Pontevedra, de la Universidad de Vigo. La segunda muestra, con 150 sujetos, se restringió a los alumnos de la Universidad de Santiago, que estaban matriculados, durante el curso 1998/99, en alguna de las cuatro especialidades de Magisterio: Educación Infantil, Educación Primaria, Educación Musical y Lengua Extranjera. Por último, la tercera fase está formada por 46 alumnos matriculados en la especialidad de Educación Infantil de la Universidad de Santiago durante el curso 2004/2005.

Las muestras corresponden a tres planes de estudio diferentes; la primera muestra corresponde al plan de estudios de 1971, la segunda al plan de 1993 y la tercera muestra corresponde al plan actual (2000). Los alumnos de las dos primeras muestras habían cursado las asignaturas de matemáticas de la carrera mientras que los de la tercera muestra aún no.

Para nuestro estudio se construyó una prueba de 23 ítems. En este trabajo analizaremos solamente los seis ítems que se detallan a continuación; dichos ítems fueron baremados para alumnos de enseñanza secundaria y final de la enseñanza primaria, lo cual nos va a permitir realizar la comparación con los resultados obtenidos por los alumnos de Magisterio.

A continuación se describen dichos ítems:

1.- ¿Cuál de las soluciones (A, B, C o D) significa 25 centenas y 4 decenas?			
A - 25040	B - 2540	C - 2504	D - ninguna de las anteriores
2.- ¿Cuál de los siguientes valores (A, B, C o D) significa 15320 unidades?			
A - 15320 decenas	C - 1532 decenas		
B - 15 centenas y 320 decenas	D - 1532 decenas y 20 unidades		
3.- ¿Qué alternativa (A, B, C o D) equivale a...?			
Millares	Centenas	Decenas	Unidades
<u>2</u>	<u>35</u>	<u>18</u>	<u>6</u>
A - 3486	B - 5386	C - 5686	D - ninguno de los anteriores
4.- Escribe el número que es 10 veces 100: _____			
5.- En el número 1864, ¿cuántas veces el valor representado por el 8 es superior al valor representado por el 4?			
A - 2 veces	B - 200 veces	C - 100 veces	D - 20 veces
6.- ¿Qué relación hay entre el 6 en negrita y el <u>6</u> subrayado?			
<u>6</u> 6 6 6			
A.- El 6 es 10 veces mayor que <u>6</u>		B.- El 6 es 100 veces mayor que <u>6</u>	
C.- El 6 es 1/10 veces mayor que <u>6</u>		D.- El 6 es 1/100 veces mayor que <u>6</u>	

Estos ítems fueron extraídos de Flournoy y otros (1963: 90-91) y forman parte de un test que se aplicó a alumnos de séptimo grado (Secundaria), en Estados Unidos; a excepción del ítem 4, el cual forma parte de un test elaborado por el *Assessment of Performance Unit* (APU, 1980), para niños ingleses de Primaria (11 años). En el estudio de Aguilar y Martínez, citado más arriba, se utilizan los ítems 1, 2, 3, 5 y 6

Los objetivos que nos proponemos en este estudio son, por una parte poner de manifiesto los errores referidos al valor de posición de los estudiantes de magisterio y por otra, comparar los resultados obtenidos en los tres planes de estudio y con los resultados obtenidos por los alumnos de secundaria.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Podemos ver en la siguiente tabla los resultados de cada ítem especificando en cada uno de ellos los aciertos, los fallos y las respuestas en blanco.

Ítems	1ª Fase: N = 467			2ª Fase: N = 150			3ª Fase: N=46		
	% Aciert.	% Fallos	% Blanco	% Aciert.	% Fallos	% Blanco	% Aciert.	% Fallos	% Blanco
1	55,2	39,0	5,8	66,7	30,0	3,3	50,0	43,5	6,5
2	56,1	24,4	19,5	59,4	25,3	15,3	41,3	37,0	21,7
3	34,7	54,0	11,3	36,0	52,0	12,0	24,0	67,4	8,6
4	79,9	16,3	3,8	75,3	24,0	0,7	56,5	39,1	4,4
5	43,2	42,2	14,6	36,0	48,7	15,3	32,6	60,9	6,5
6	44,8	40,2	15,0	48,0	37,3	14,7	37,0	45,6	17,4

Tabla 1: Resultados de cada uno de los ítems en las tres fases de aplicación

Aunque las muestras no son comparables, tanto por el tamaño como por no estar controladas las mismas variables, podemos constatar el bajo porcentaje de aciertos en las tres fases.

Como podemos apreciar, los resultados son bajos, sobre todo si se tiene en cuenta que estos ítems corresponden a contenidos que se supone deberían haber sido adquiridos en secundaria. Los ítems 3, 5 y 6 están por debajo del 50% de aciertos en las tres fases, en la tercera también el ítem 11 está por debajo de esta puntuación. El ítem 3, que fue el que menos porcentaje de aciertos obtuvo en las tres fases, proponía buscar la alternativa equivalente a 2 millares, 35 centenas, 18 decenas y 6 unidades; la solución es 5686 en la que desaparece el 2 de los millares, al analizar las respuestas de los alumnos un porcentaje alto eligen la respuesta *D* (ninguno de los anteriores) lo que nos lleva a un error habitual en alumnos que empiezan a trabajar el sistema decimal. Si nos centramos en los ítems 5 y 6 vemos que los alumnos se pueden encontrar con dos tipos de dificultades: por un lado el valor posicional de cada cifra y por otro la palabra “veces” que resulta ser uno de los tópicos en los errores cometidos por los alumnos.

En la tabla 2 presentamos el análisis comparativo de los resultados obtenidos en Primaria y Secundaria, y los obtenidos en nuestro estudio con alumnos que finalizan Magisterio.

Respecto a la consideración de error en los ítems ya baremados, a excepción del número 4, no fue posible determinar el criterio utilizado en el sentido de saber si engloba o no las respuestas en blanco (excepto el ítem 4 que sí las incluye).

Ítem	Resultados en porcentajes en Primaria y Secundaria		Resultados en porcentajes de nuestro estudio			
	Nivel en el que se baremó	Resultados (errores)	Fases	Aciertos	Fallos	Blanco
1	7º grado	75,47	1ª	55,2	39,0	5,8,
			2ª	66,7	30,0	3,3
			3ª	50,0	43,5	6,5
2	7º grado	64,15	1ª	56,1	24,4	19,5
			2ª	59,4	25,3	15,3
			3ª	41,3	37,0	21,7
3	7º grado	83,02	1ª	34,7	54,0	11,3
			2ª	36,0	52,0	12,0
			3ª	24,0	67,4	8,6
4	11 años	29	1ª	79,9	16,3	3,8
			2ª	75,3	24,0	0,7
			3ª	56,5	39,1	4,4
5	7º grado	69,81	1ª	43,2	42,2	14,6
			2ª	36,0	48,7	15,3
			3ª	32,6	60,9	6,5
6	7º grado	65,09	1ª	44,8	40,2	15,0
			2ª	48,0	37,3	14,7
			3ª	37,0	45,6	17,4

Tabla 2: Resultados de los ítems baremados y de los obtenidos por los sujetos de nuestro estudio.

CONCLUSIONES

A modo de conclusión podríamos señalar algunas que sirvan para reflexionar sobre el conocimiento que, sobre las matemáticas escolares, poseen los alumnos que finalizan los estudios de Magisterio. La mayor parte de los errores que detectamos en este estudio pueden tener su origen en el momento de su aprendizaje institucionalizada (Kamii, 1992; Verschaffel y De Corte, 1996; Lerner y Sadovsky, 1994; etc.). Este momento es por un lado prematuro, en el sentido de que la capacidad intelectual del alumno aún no está suficientemente desarrollada para adquirir tales conceptos; y por otro inadecuado, considerando sin embargo que en la actualidad, y pese a las investigaciones realizadas en este campo, no hay consenso sobre las metodologías más apropiadas.

Las investigaciones realizadas apuntan a que los niños no dominan el valor de posición al terminar el nivel educativo en el que se estudia dicho contenido, lo que en la mayoría de los

currícula sucede alrededor de los diez-once años. El Informe Cockcroft, en el párrafo 342, señala que existe una dispersión de siete años en cuanto al momento en el que se logra la comprensión del valor de posición necesaria para saber qué número es una unidad mayor que 6399; esto significa que mientras que algunos alumnos de catorce años no pueden hacerlo, otros de siete sí pueden (Cockcroft, 1985: 124)

Por otra parte, los contenidos referidos al sistema de numeración decimal, no se tratan en los currícula de matemáticas a partir del quinto año de primaria; pero dichos contenidos serán utilizados en la vida diaria, lo cual puede llevar a la persistencia de errores adquiridos en esa etapa educativa (Salinas, 2003). Aunque en los nuevos planes de estudio ya no hay lugar a dudas sobre la cuestión de la introducción de las matemáticas escolares en los currícula de los futuros maestros, seguimos haciéndonos preguntas acerca de, ¿qué matemáticas?, o, ¿cómo corregir las concepciones erróneas de los estudiantes?

Lo que sí creemos es que los alumnos que inician los estudios de Magisterio no dominan los contenidos referidos a las matemáticas escolares, en el sentido de recordar conocimientos adquiridos en las primeras etapas de la enseñanza.

REFERENCIAS

- Aguilar, M. y Martínez, J. (1996). "Las dificultades del aprendizaje de la numeración en la educación primaria". *Epsilon*, 35, 179 - 192.
- ASSESSMENT OF PERFORMANCE UNIT (APU), (1980). *Mathematical Development. Primary Survey Report. N° 1*. London: HMSO.
- ASSESSMENT OF PERFORMANCE UNIT (APU), (1981). *Mathematical Development. Primary Survey Report. N° 2*. London: HMSO
- Ball, D. L. (1991). "Research on teaching Mathematics: Making subject-matter Knowledge part of the equation", en J. Brophy (Ed.) *Advances in research on teaching*. Greenwich: JAI Pres. (1 - 48).
- Baroody, A. (1988). *El pensamiento matemático de los niños*. Madrid: Visor.
- Bednarz, N. y Janvier, B. (1982). "The understanding of numeration in primary school". *Educational Studies in Mathematics*, 13 (1), 33 - 57.
- Brissiaud, R. (1993). *El aprendizaje del cálculo. Más allá de Piaget y la teoría de los conjuntos*. Madrid: Visor.
- Bromme, R. y Brophy, J. (1986). "Teachers cognitive activities", en B. Christiansen, A. G. Howson y M. Otte (Eds). *Perspectives on Mathematics Education*. Dordrecht: Reidel. (99 - 139).
- Brown, M. (1981). "Place value and decimal", en K. M. Hart y otros. *Children's Understanding of Mathematics II - 16*. London: John Murray. (48 - 65).
- Carrillo, J. y Climent, N. (Eds.). (1999). *Modelos de formación de maestros en Matemáticas*. Huelva: Universidad de Huelva.
- Centeno, J. (1988). *Números decimales. Por qué? Para qué?* Madrid: Síntesis.
- Cockcroft, W. H. (1985). *Las matemáticas sí cuentan*. Madrid: MEC
- Flournoy, F., Brandt, D. y McGregor, J. (1963). "Pupil understanding of the numeration system". *Arithmetic Teacher*, 10, 88 - 92.
- Flores, P. (1988) *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje*. Granada: Comares.
- Flournoy, F., Brandt, D. y McGregor, J. (1963). "Pupil understanding of the numeration system". *Arithmetic Teacher*, 10, 88 - 92.

- Fuson, K. C. (1992). "Research on whole number addition and subtraction", en D. A. Grows (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Mac-Millan. (243 - 275).
- Gómez, B. (1994). *Los métodos de cálculo mental en el contexto educativo. Un análisis en la formación de profesores*. Granada: Comares.
- Hart, K. M. y otros (1981). *Children's Understanding of Mathematics: 11-16*. London: John Murray
- Kamii, C. (1986). *El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget*. Madrid: Visor.
- Kamii, C. (1992). *Reinventando la aritmética II*: Madrid. Visor.
- Lerner, D. Y Sadovsky, P. (1994). "El sistema de numeración: Un problema didáctico", en C. Parra e I. Saiz (Comps). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*.
- Llinares, S. (1991). *La formación de profesores de matemáticas*. Sevilla: GID.
- Llinares, S. (1993). "Aprender a enseñar matemáticas. Conocimiento de contenido pedagógico y entornos de aprendizaje", en L. Montero y J. M. Vez (Eds.). *Las didácticas específicas en la formación del profesorado*. Santiago de Compostela: Tórculo Ediciones. (377-407).
- Orton, A. (1990). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: Morata.
- Palhares, P y Gomes, A. (2006). "A formação em matemática para professores do 1º ciclo. Em que bases nos podemos apoiar". En Palhares, P y Gomes, A (Cds) *Desafios para un novo rumo*. Braga. Universidade do Minho.
- Rico, L. (1993). "Mathematics assessment in the Spanish educational system", en M. NISS (Ed.) *Cases of Assessment in Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. (9 - 20).
- Salinas, M. J. (2003). *Competencia matemática al finalizar los estudios de Magisterio. Explicación mediante un modelo causal*. Tesis doctoral. Santiago de Compostela: Universidad de Santiago de Compostela.
- Verschaffel, L. Y De Corte, E. (1996). "Number and Arithmetic", en A. Bishop y otros. (Eds.). *International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers: (99 - 137).