

EL MODELO CUVIMA: UNA PROPUESTA PARA LA COMPRESIÓN DE LOS CONCEPTOS FÍSICOS Y MATEMÁTICOS

Carlos Armando Cuevas Vallejo

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., México
Departamento de Matemática Educativa
Investigador Cinvestav 3B
E-mail: ccuevas@cinvestav.mx

Freddy Yesid Villamizar Araque

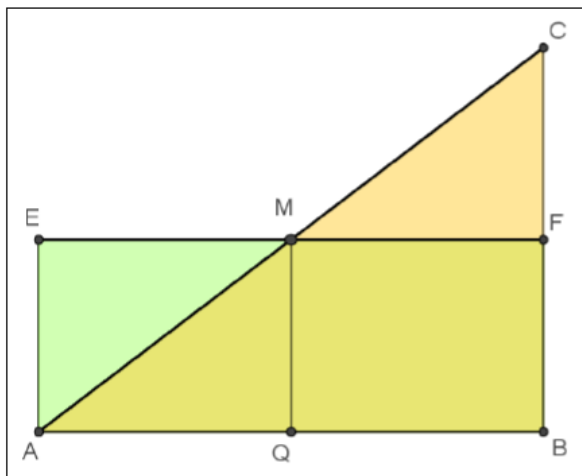
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., México
E-mail: fvillamizar@cinvestav.mx

Resumen

Se propone el modelo CUVIMA (Cuevas, Villamizar y Martínez, 2017), para guiar actividades didácticas que promuevan una comprensión tanto de los conceptos matemáticos como físicos. Mostraremos algunos casos ejemplos de actividades que siguen el modelo CUVIMA donde se involucra el proceso de modelización.

Antecedentes

“El libro de la naturaleza, quiero decir el universo, siempre está abierto ante nuestros ojos, pero no lo descifrará nadie que no aprenda y entienda antes el idioma y las letras con que está escrito. El idioma es matemático y las letras son las figuras geométricas” (Galileo, 1623, citado en Feynman, 2008, p. 32).



Representación geométrica de la regla de valor medio de Oresme (modificada de Hawking, 2003. p. 468)

En términos actuales, analizando el triángulo ABC, el cual representa un movimiento uniformemente acelerado:

$$\overline{AQ} = t_1, \overline{AB} = t_2, \overline{QM} = V_1, \overline{BC} = V_2$$

$$t_1 : t_2 = V_1 : V_2$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{V_1}{V_2} \longrightarrow \frac{V_2}{t_2} = \frac{V_1}{t_1}$$

Razón interna Razón externa

$$\left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 = \frac{d_1}{d_2}$$

Interrelación y dicotomía

La física y las matemáticas se han desarrollado interactivamente (Poincaré, 1907; Kline, 1981; Gingras, 2001; Kjeldsen y Lützen, 2015; Karam, 2015).

En la enseñanza de la física, es usual encontrar las matemáticas como una herramienta para calcular, aplicando fórmulas de memoria, rara vez como una herramienta de razonamiento para comprender el mundo físico (Tuminaro y Redish, 2007; Uhdén, Karam, Pietrocola, Pospiech, 2012; Karam, 2015).

En sentido contrario, la física es considerada en la educación matemática, como un posible contexto para aplicar los conceptos matemáticos que ya han sido previamente definidos de forma abstracta (Karam, 2015).

Problemas relativos en la enseñanza de las ciencias

Es común realizar dictados sobre los conceptos ya elaborados en los libros de texto para luego ser interpretados oralmente en grupo, lo cual deja en evidencia una forma de enseñanza tradicional, que promueve el aprendizaje casi memorístico. (Becerra, Gras y Martínez, 2004; Oliva y

Acevedo, 2005; Candela, Carvajal, Sánchez y Alvarado, 2012).

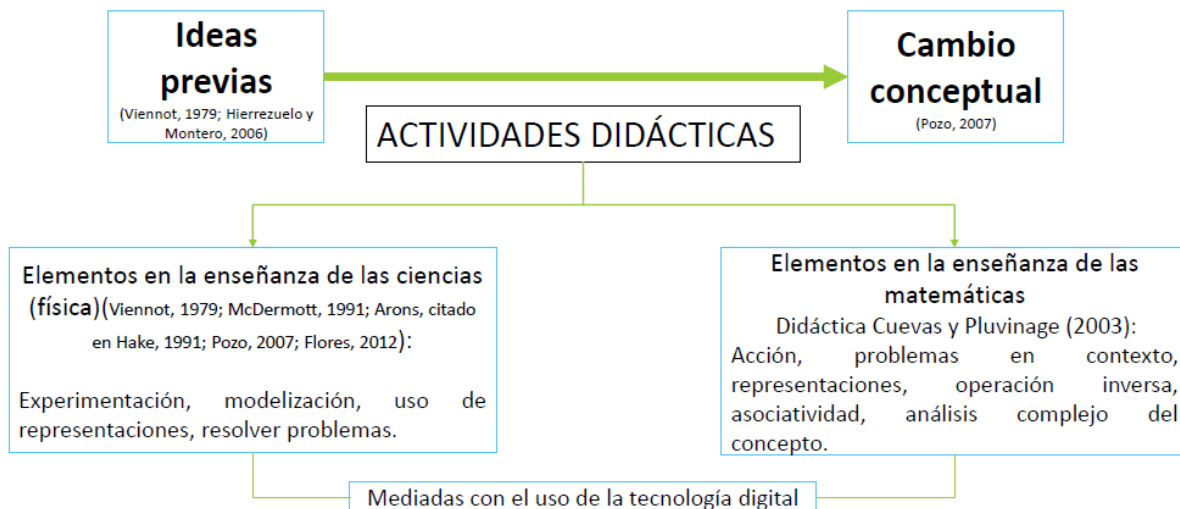
Existen problemas de diseño de currículo, (Guerra, 2012).

Las prácticas de laboratorio en secundaria son en general escasas, se carece del material adecuado, (Candela, Gamboa, Rojano, Sánchez, Carvajal y Alvarado, 2012).

Pregunta de investigación

¿Cómo promover una mejor comprensión de los conceptos físicos y matemáticos, en un nivel de secundaria?

Propuesta general



¡Veamos algunos ejemplos!

8. Un bloque de hierro ha sido lanzado hacia la derecha por una superficie lisa y plana contra un muelle elástico tal y como se representa en los dibujos, considerándose nulo el rozamiento.

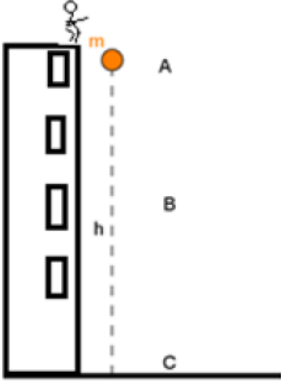


Al chocar, el bloque no se para inmediatamente, sino que sigue moviéndose hacia la derecha durante un tiempo y mientras esto ocurra empujará al muelle:

- a) Cada vez con más fuerza
- b) Cada vez con menos fuerza
- c) Siempre con la misma fuerza.

Tomado de Carrascosa (2005, p. 206)

Una pelota se deja caer desde una azotea a cierta altura, partiendo en A del reposo y llegando a C con determinada velocidad.

 <p style="text-align: center;"><i>Figura 5</i></p>	5.1.) La fuerza que actúa sobre la pelota es: a) Mayor en A b) Mayor en B c) Mayor en C d) Igual en todas e) Ninguna es correcta	Justifica la respuesta:
	5.2.) La energía de la pelota es: a) Mayor en A b) Mayor en B c) Mayor en C d) Igual en todas e) Ninguna es correcta	Justifica la respuesta:

2. Cinco bolas de metal de igual tamaño, pero masas diferentes, se dejan caer sobre un recipiente que contiene arena húmeda. Las alturas desde las que caen cada una de las bolas están indicadas en la Figura 2.

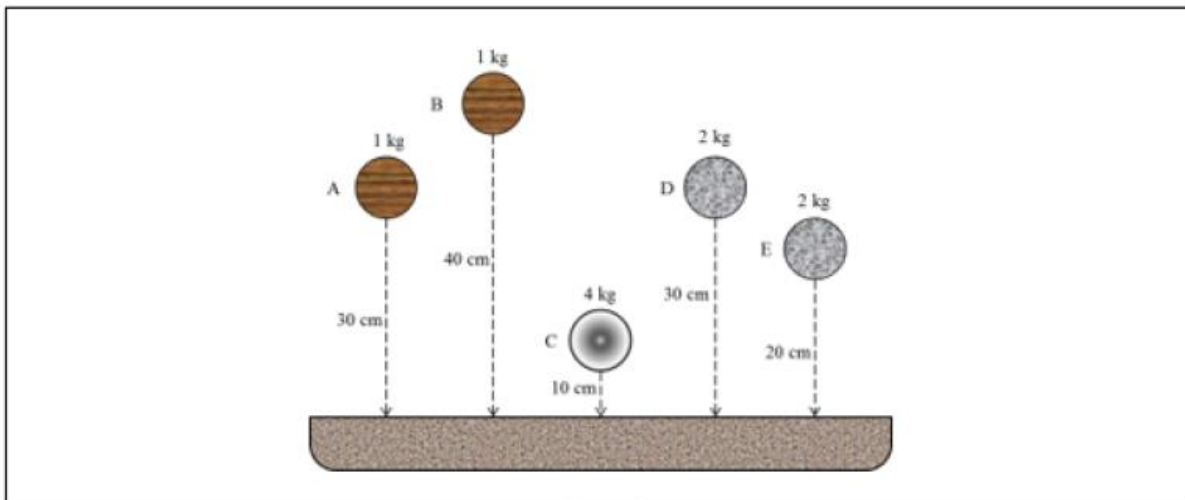
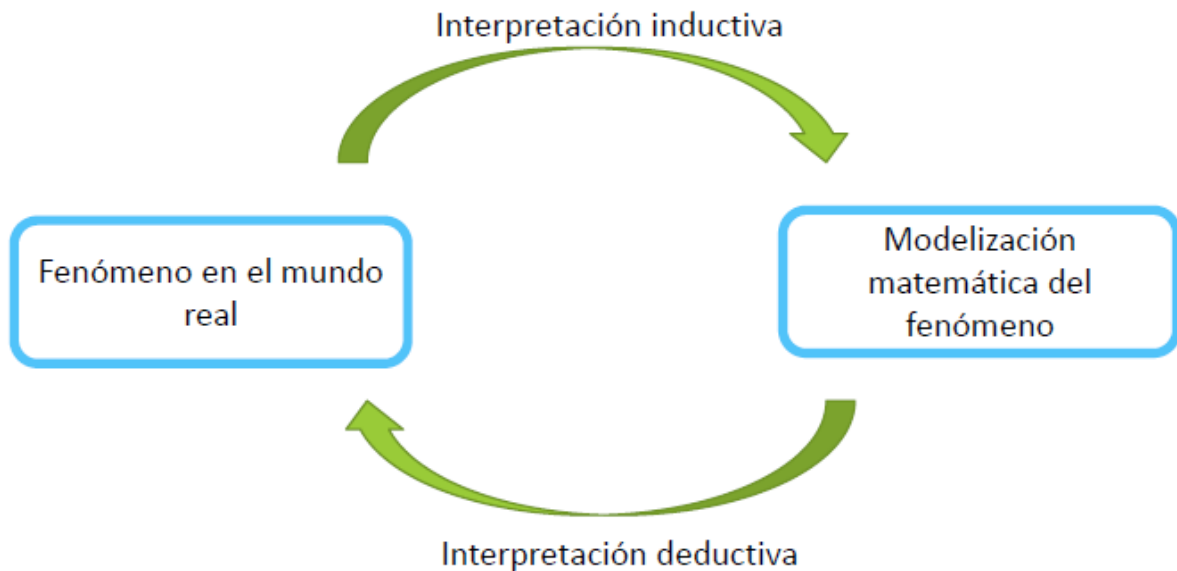


Figura 2

¿Qué bola hará el agujero mayor? ¿Cuál hará el menor agujero? Explica tu respuesta.

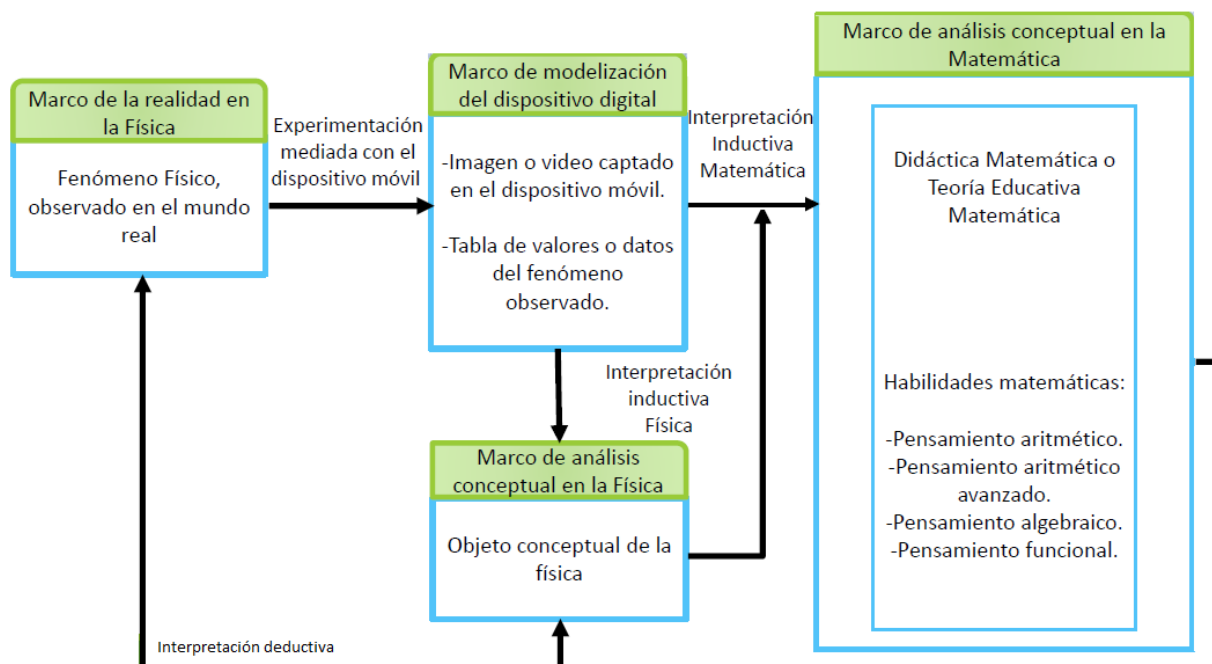
Tomados de Hierrezuelo y Montero, 2006, p.p. 153-154

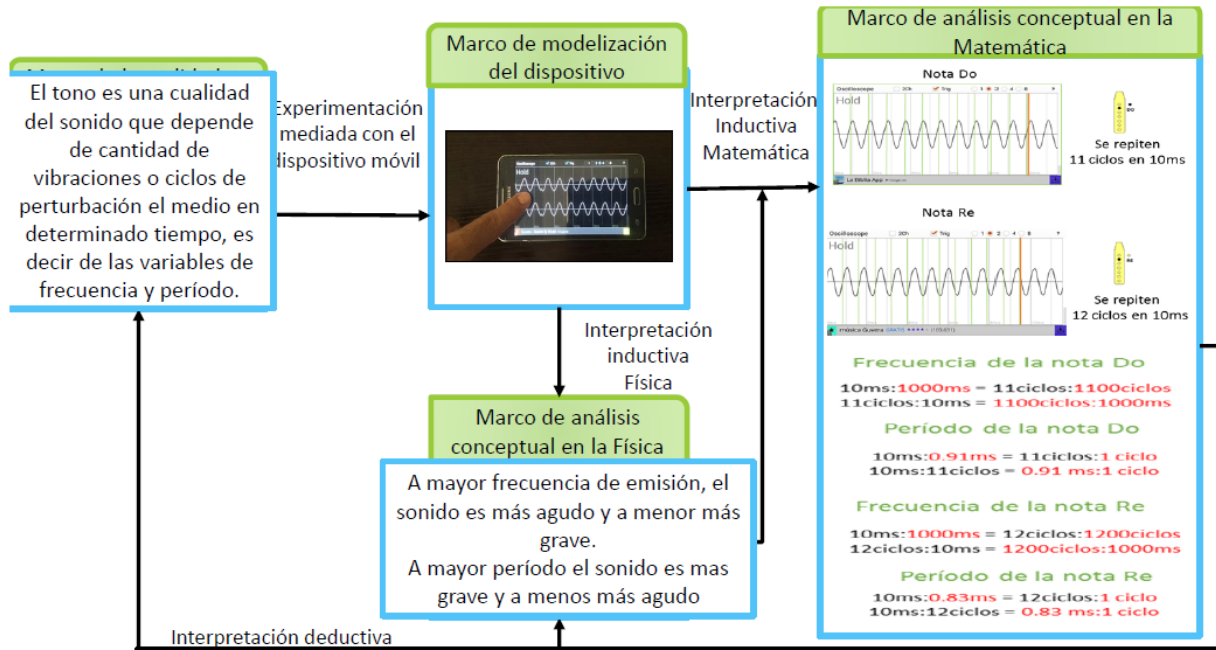
Modelo de interpretación inductiva y deductiva



Modelización matemática en las ciencias (Lesh, 1997; Orange, 1997; Johsua y Dupin, 1999; Martinand, 2002; Touma, 2009).

Modelo CUVIMA





Modelo CUVIMA en actividades para el tono (Cuevas, Villamizar y Martínez, 2017)

Análisis de resultados: actividades la primera experiencia

4.2 ¿Cuántos patrones se observarían en 1000ms (1s), para cada nota musical?

Multiplicamos y (el número de patrones) por 60
 Número de patrones de la nota 1: 1000 Número de patrones de la nota 2: 650

Al número de veces que se repiten estos patrones por cada segundo (1000 ms) se le denomina frecuencia. La unidad de medida de la frecuencia es el Hertz (Hz), que se interpreta como repeticiones de algún suceso por segundo, ciclos/s, etc.

4.3 ¿Cuánto tiempo dura un patrón en cada nota musical?

Tiempo de un patrón de la nota 1: 1 ms Tiempo de un patrón de la nota 2: .65 ms

20ms → 20 patrones 20ms → 73 patrones
 1ms → 1 patrón .65ms → 1 patrón

4.6 Emitte nuevamente ambas notas con tu flauta. ¿Cuál nota se escucha más aguda y cuál más grave? *La nota aguda es la que tiene mayor frecuencia (51)*

4.7 Relaciona cada nota con su respectiva imagen y dibújalas a continuación. Indica con una palomita que nota es más aguda y cuál más grave

Nota Musical	Gráfica	Más aguda	Más grave
Nota 1 Nota musical: <i>Do</i> Frecuencia: _____ Período: _____		<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Nota 2 Nota musical: <i>Re</i> Frecuencia: _____ Período: _____		<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Compara las imágenes capturadas por tu teléfono, y contesta las siguientes preguntas.

4.1 ¿Cuántos patrones identificas en 20 ms (captura de pantalla o screenshot), para cada nota musical?

22-20ms 18-20ms
 1100-1000ms 900-1000ms

Número de patrones de la nota 1: 22 Número de patrones de la nota 2: 18

4.2 ¿Cuántos patrones se observarían en 1000ms (1s), para cada nota musical?

1-1.11% 1-0.99%
 1100-1000ms 900-1000ms

Número de patrones de la nota 1: 1100 Número de patrones de la nota 2: 900

Resuelvan los siguientes ejercicios, y responde al reverso de la hoja:

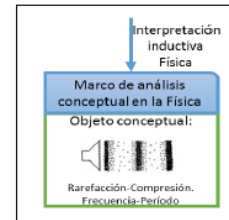
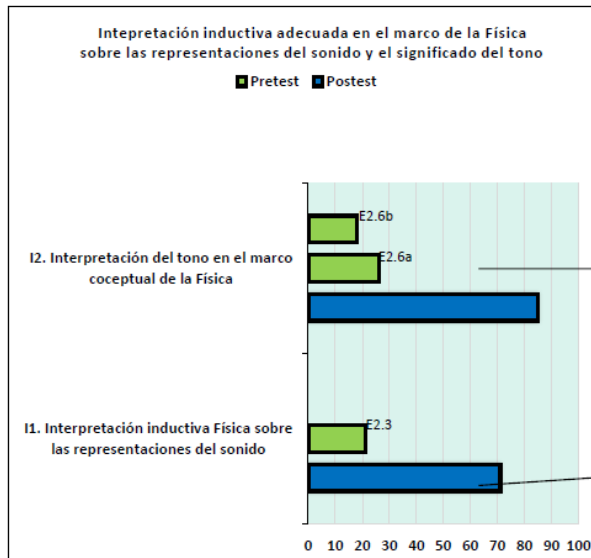
714Hz = 714 *construye un 30%*

714-1000ms
1-1.4ms

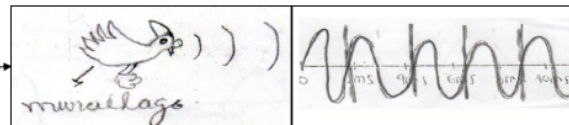
(a) Si una nota musical tiene una frecuencia de 714Hz, ¿cuál es el tiempo correspondiente a una sola forma o patrón repetitivo? *1.40050241*

(b) Dibujen lo que se observarían en el Smartphone, si se captura la imagen correspondiente al sonido de la nota musical de 714Hz (debe especificarse claramente la escala de tiempo) *50-100 patrones lo que es 1x1000=714, lo que es igual a 7.4005...*

Análisis de resultados: S1Análisis de resultados



Un 85% de los estudiantes interpreta el tono como una cualidad del sonido de acuerdo a su significado psicofisiológico, es decir lo definen teniendo en cuenta que este depende de la frecuencia con que se emita



Resultados analizados de 38 estudiantes

Conclusiones

Consideramos que la modelización es una actividad esencial para la enseñanza de las ciencias, en donde subyacen determinados conceptos matemáticos como razones matemáticas, variación, concepto de función, entre otros.

El modelo CUVIMA, propone el proceso de modelización. Para ello, el empleo de dispositivos móviles usados como laboratorio portable, jugó un rol fundamental para obviar situaciones matemáticas relativas a la modelización y visualizar las gráficas que representan el fenómeno físico. Es importante en este modelo el contexto de la física para introducir conceptos matemáticos, para ello, recomendamos que se debe escoger al menos un contexto fundamental que haga parte del currículo.

El modelo CUVIMA propuesto para el diseño de la actividad, integra la matemática, física y las tecnologías digitales, mediante la experimentación y los procesos cognitivos de interpretación inductiva-deductiva. Consideramos que este modelo puede ser aplicado a distintos niveles educativos y para

diferentes conceptos de la física, sin embargo, el grado de profundización debe ir acompañado de actividades enmarcadas en una didáctica para guiar al estudiante en la construcción de los conceptos tanto físicos como matemáticos.

Referencias bibliográficas

Becerra Labra, C., Gras-Martí, A., y Martínez-Torregrosa, J. (2004). Análisis de la resolución de problemas de Física en secundaria y primer curso universitario en Chile. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(2), 275-286.

Candela, A., Carvajal, E., Sánchez, A., y Alvarado, C. (2012). La investigación en las aulas de ciencias y la formación docente. En: F. Flores-Camacho, (ed.), *La enseñanza de la ciencia en la educación básica en México*. México: INEE.

Candela, A., Gamboa, F., Rojano, T., Sánchez, A., Carvajal, E., y Alvarado, C. (2012). Recursos y apoyos didácticos. En: F. Flores-Camacho, (ed.), *La enseñanza de la ciencia en la educación básica en México*. México: INEE.

Cuevas, C.A., y Pluvinage, F. (2003). *Les projets d'action pratique, elements d'une*

ingeniere d'ensigment des mathematiques. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 8, 273-292.

Cuevas C.A., Villamizar, F.Y., y Martínez, A. ("pendiente de publicación, o en prensa"). Aplicaciones de la tecnología digital para actividades didácticas que promuevan una mejor comprensión del tono como cualidad del sonido para cursos tradicionales de física en el nivel básico. *Enseñanza de las Ciencias*.

Feynman, R. (1964/2008). La conferencia perdida de Feynman. El movimiento de los planetas alrededor del Sol. Barcelona: Tusquets editores.

Freudenthal, H. (1983/2001). Razón y proporcionalidad. En L. Puig (traductor), *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. Textos seleccionados.* (p.p. 1-40). México: Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV. Disponible en línea <http://www.uv.es/puigl/cap6razon.pdf>.

Gingras, Y. (2001). What did mathematics do to physics? *History of Science*. 39, 383-416.

Guerra, M. T. (2012). El currículo oficial de ciencias para la educación básica y sus reformas recientes: retórica y vicisitudes. En: F. Flores-Camacho, (ed.), *La enseñanza de la ciencia en la educación básica en México*. México: INEE.

Hawking, S. W. (2003). *A hombros de gigantes*. Barcelona: Editorial Crítica.

Hestenes, D. (2003). Oersted Medal Lecture 2002: Reforming the mathematical language of physics. *American Journal of Physics*. 71 (2), 104-121. DOI: 10.1119/1.1522700.

Hierrezuelo, J., y Montero, A. (2006). La ciencia de los alumnos. Su utilización en la didáctica de la física y la química. México: Fontamara.

Johsua, S. y Dupin, J.J. (1999), *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques* (2a ed.). Paris : PUF.

Karam, R. (2015). Introduction of the Thematic Issue on the Interplay of Physics and Mathematics. *Science & Education*.

24(5), 487-494. DOI: 10.1007/s11191-015-9763-9.

Karam, R., Pietrocola, M., Pospiech, G. (2012). The complex road to mathematization in physics instruction. En C. Bruguière; A. Tieberghien, A. y P. Clément (Eds). *E-Book Proceedings of the ESERA 2011 Conference, Lyon, France. Science learning and Citizenship. Strand 13*, 112-117.

Kjeldsen, T. H., y Lützen, J. (2015). Interactions between Mathematics and Physics: The History of the Concept of Function Teaching with and About Nature of Mathematics. *Science & Education*. 24(5), 543-559. DOI: 10.1007/s11191-015-9746-x.

Kline, M. (1981). *Mathematics and the physical world*. New York: Dover.

Lesh, R. 1997. *Matematización: La Necesidad real de la fluidez en las representaciones*. *Enseñanza de Las Ciencias*. 15 (3), 377-391.

Martinand, J.L. (2002), *Apprendre à modéliser*. In R. Toussaint. *Changement conceptuel et apprentissage des sciences*. Montréal (47-68). Québec: Éditions Logiques.

Orange, C. (1997), *Problèmes et modélisation en biologie*. Paris: PUF.

Pluvinage, F., y Cuevas, C. (2006). Un acercamiento didáctico a la noción de función. En Filloy, E. (Ed), *Matemática Educativa, treinta años. Una mirada fugaz, una mirada externa y comprensiva, una mirada actual*, (p.p. 141-167). México: Santillana y DME del CINVESTAV.

Poincaré, H. (1907). *The value of science*. New York: The Science Press.

Pozo, J. (2007). Ni cambio ni conceptual: la reconstrucción del conocimiento científico como un cambio representacional. En Pozo, J. y F. Flores (eds.). *Cambio conceptual y representacional en la enseñanza de la ciencia* (p.p. 73-89). Madrid: A. Machado libros y cátedra UNESCO de educación científica para América Latina y el Caribe.

Rojano, T. (2003). Incorporación de entornos tecnológicos de aprendizaje a la cultura escolar: proyecto de innovación

educativa en matemáticas y ciencias en escuelas secundarias públicas de México. Revista Iberoamericana de Educación, 33, 135-165.

Serres, M. (2014). Pulgarcita. México: Fondo de Cultura Económica.

Tuminaro, J. y Redish, E. F. (2007). Elements of a cognitive model of physics problem solving: Epistemic games. Physical Review Special Topics-Physics Education Research. 3(2), 020101-1, 020101-22. DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.3.020101>.

Uhden, O., Karam, R., Pietrocola, M., y Pospiech, G. (2012). Modelling Mathematical Reasoning in Physics Education. Science & Education. 20(4), 485-506.

Viennot, L. (1979). Le raisonnement spontané en dynamique élémentaire. París: Hermann.