

ENFOQUE CPA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA EL APRENDIZAJE DE FRACCIONES MEDIANTE EL USO DE SOFTWARE MATEMÁTICO

Raúl Alexander Fonseca Palacios

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia

Colegio La Salle; Cúcuta, Colombia

Magister en Prácticas Pedagógicas

Correo electrónico: raulfonseca@ufps.edu.co

Rosa Virginia Hernández

Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia

Magister en Educación Matemática

Correo electrónico: rosavirginia@ufps.edu.co

Luis Fernando Mariño

Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia

Magister en Educación Matemática

Correo electrónico: fernandoml@ufps.edu.co

Resumen

Uno de los grandes retos de las matemáticas radica en implementar estrategias de aprendizaje para la resolución de problemas. Por tanto la presente investigación tuvo como propósito evaluar el enfoque metodológico CPA como estrategia de resolución de problemas hacia el aprendizaje de fracciones, en comparación con la enseñanza tradicional mediante el uso de software matemático. Esta investigación es de naturaleza cuantitativa de tipo Cuasi experimental, la población estuvo conformada por 52 estudiantes de los grados 6A y 6B de Colegio la Salle Cúcuta; para allegar a la información se consideraron los siguientes instrumentos: Prueba Pre Test y Post Test, entre los hallazgos más significativos se presentan al aplicar la experiencia didáctica en los dos grupos, el grupo experimental, reporto un leve avance en su desempeño frente al grupo control, siendo notable que no hubo una diferencia significativa en el rendimiento académico.

Palabras Claves: Enfoque CPA, resolución de problemas, software matemático y actitud hacia las matemáticas

Introducción

La resolución de problemas es una actividad compleja que pone en juego un amplio conjunto de habilidades hacia el aprendizaje de las matemáticas y que incluye elementos de creación debido a que el estudiante carece de procedimientos previamente aprendidos. (Ide Donoso & Ramírez, 2012). Enseñar matemáticas a partir de la

resolución de problemas ha sido una necesidad apremiante en el proceso educativo; sin embargo, algunos profesores dejan para el final de la unidad o programa esta importante formación. (Hernández, 2016).

Actualmente investigadores y docentes se preocupan por encontrar el mejor método de enseñanza hacia las matemáticas,

implementando estrategias metodológicas y didácticas sin dejar a un lado el uso de herramientas tecnológicas (Usaquén Castro, 2016), cuyo principal objetivo es mejorar el ambiente en las aulas y motivar a los estudiantes hacia una actitud positiva de aprendizaje de las matemáticas especialmente hacia la resolución de problemas, permitiendo una formación en competencias que promueva la incorporación hacia el mundo del conocimiento científico. (Lemus & Ursini, 2016)

El Enfoque CPA (Concreto-Abstracto-Pictórico), constituye el soporte teórico del presente documento; fue implementado a partir del año 1992 en el país de Singapur; hoy en día hace parte fundamental en Colombia hacia la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas a partir de este método; ha centrado la atención en el pensamiento, en la comprensión conceptual y en la solución de problemas.

A partir de la aplicación del método en el 75% de sus colegios, el 40% de los alumnos que se midieron demostró estar en el nivel más avanzado en la materia. Este método fue impulsado por Yeap Ban Har quién se educó con la fórmula tradicional de las matemáticas. Sólo cuando estudió para ser maestro aprendió el Método Singapur. Este método ya ha sido exportado a cuarenta y nueve países, entre ellos Estados Unidos, Inglaterra, Holanda, Perú, El Salvador, Paraguay, Brasil, Chile y varios países del sudeste asiático. (Morales, de la Carrera Fol, & Fernández, 2013).

La metodología del Enfoque CPA aplica diferentes tipos de actividades que permite al profesor tener mejores logros con un mejor aprendizaje, así como actividades investigativas en forma atractiva, juegos con

un material concreto en donde el aprender matemática será algo más que cognitivo “aprenderá Jugando”. También involucra a los apoderados, el cual los podrá guiar en su libro de actividades que le permitirá llevar un mejor registro de los logros adquiridos. Lleva a los estudiantes a un gran desafío para lograr la resolución de problemas y así un desarrollo del pensamiento lógico matemático, el docente irá realizando preguntas paso a paso para ir evaluando el proceso de aprendizaje logrado. (Espinoza Arias, 2016).

Según El objetivo del método Enfoque CPA, es posibilitar de una forma más espontánea y lúdica a los niños acorde a la edad a desarrollar habilidades que les ayudaran a enfrentar desafíos en relación a los problemas matemáticos en contextos cotidianos, visualizando y manipulando como vías de aprendizaje situaciones problemas que permitan al cerebro procesar la información a través de los estímulos que pasan a relacionarse con los conocimientos personales para luego ampliar la base cognitiva de cada persona, logran así un aprendizaje significativo.

El método permite a los estudiantes, pasar de una fase manipulativa a una fase de dibujo para gradualmente alcanzar un nivel abstracto. Mientras se enseñan los procesos de las matemáticas, se hace hincapié en la relación de los números y la profundidad de pensamiento.



Figura Nº 1 Diagrama del Método Singapur
Fuente: Morales Espinoza (2015).

Para Esta teoría orienta los principios metodológicos que subyacen al método Singapur: concreto-pictórico-abstracto; los cuales se resumen en el enfoque CPA:

Concreto: mediante actividades con material manipulativo se comienza la comprensión de los conceptos matemáticos.

Pictórico: los alumnos representan las cantidades matemáticas (conocidas y desconocidas) mediante el dibujo de un modelo ilustrado o pictórico, después son comparadas en un problema.

Abstracto: dejamos atrás el material manipulativo y los modelos ilustrados y pictóricos para utilizar signos y símbolos matemáticos.

Al mismo tiempo encontramos que en la actualidad vivimos una era en la que los desarrollos tecnológicos han permeado todas las dimensiones del ser humano, por lo que se hace indispensable analizar algunas situaciones que se presentan en las instituciones educativas frente al uso de estas tecnologías, pues la educación es uno

de los procesos fundamentales de la formación humana (Valencia & Stivel, 2016); sin embargo, muchos profesores desconocen, que la inclusión de las TIC en la educación ha generado nuevas didácticas y potenciado ideales pedagógicos formulado por docentes, ofreciendo al aprendiz libertad en explorar, observar, analizar y construir conocimientos, así mismo llevándolo a experiencias que cautivan su interés (Torres Rodríguez & Recedo Lobo, 2014).

Para (Drijvers, y otros, 2016), una consecuencia importante de la introducción de la tecnología para la educación matemática es que hace posible pensar en la educación matemática de una forma más inductiva; es decir, cuando se trabaja con varias herramientas tecnológicas es necesario aprender algunas características básicas de dichas herramientas, para que los estudiantes conozcan que es posible hacer con cada una de ellas, y tener cierta habilidad en el manejo de éstas. (Aguilar & Sánchez, 2016). Según (De Guzmán, 2007) “Lo verdaderamente importante vendrá a ser su preparación para el diálogo inteligente con las herramientas que ya existen, de las que algunos ya disponen y otros van a disponer en un futuro que ya casi es presente”. (p.28)

La investigación representa un aporte innovador en el campo relacionado con la Didáctica y Enseñanza de la matemática. A pesar, de que esta línea de investigación se ha incrementado en los últimos años, aún no se reportan en las bases de datos académicas y científicas estudios relacionados con la aplicación y evaluación del modelo CPA y especialmente del Software Matemático como uso de herramienta tecnológica dentro del modelo en Latinoamérica y particularmente en Colombia. Los estudios disponibles se basan en enfoques tradicionales relacionados con: Los conocimientos previos

de los estudiantes, rendimiento académico, creencias, percepciones y actitudes de los estudiantes, la interacción del lenguaje y las expresiones matemáticas simbólicas, procesos evaluativos, habilidades metacognitivas y los procesos de interacción social, entre otros.

Preguntas de la Investigación

La orientación y el sentido del planteamiento se basan en la formulación de las siguientes preguntas de investigación: ¿Existen diferencias en la aplicación del enfoque metodológico CPA como estrategia de resolución de problemas hacia el aprendizaje de fracciones, en comparación con la enseñanza tradicional?; ¿Qué efecto tendrá la implementación de la metodología CPA en el desempeño académico de los estudiantes? ¿Cómo es el conocimiento Concreto, Pictórico y Abstracto del Enfoque metodológico CPA hacia el aprendizaje de fracciones en comparación con la enseñanza tradicional?

Objetivos

Para intentar dar respuesta a las respectivas preguntas de investigación, a continuación se presentan el objetivo:

Evaluar el enfoque metodológico CPA como estrategia de resolución de problemas hacia el aprendizaje de fracciones, en comparación con la enseñanza tradicional mediante el uso de software matemático.

Materiales y Métodos

El estudio se basó fundamentalmente en métodos cuantitativos de Investigación, relacionados principalmente en técnicas y procedimientos de Estadística Descriptiva, Inferencial y Métodos Multivariantes. El diseño central de la investigación es de

naturaleza casi experimental, pues persigue la aplicación de estrategias de enseñanza en la resolución de problemas en dos grupos: uno sometido a la metodología CPA y el otro con didáctica tradicional. Ambos grupos trabajaron GeoGebra como recurso de aprendizaje.

El diseño de la investigación es casi experimental, entre ellas están: se solicitó formalmente a la coordinadora académica del Colegio la Salle Cúcuta, la asignación de dos grupos de estudiantes que cursaran el grado 6, estos grupos son formados al inicio del año durante el proceso de matrícula, de allí que el número de estudiantes en cada grado es muy similar.

Etapas de la Investigación

A continuación, se describen una serie de etapas que se llevaron a cabo, para dar respuesta a los objetivos planteados:

Etapas I: Se aplicó la prueba Pre Test en ambos grupos, con el propósito de evaluar el conocimiento conceptual que se presentaban en estos dos grupos y las estrategias utilizadas por ellos en la resolución de problemas frente a la temática de números fraccionarios. En esta prueba los estudiantes solo tenían permitido el uso de lapicero, lápiz, borrador y sacapuntas; la duración de la prueba fue una hora.

Etapas II: Después de presentar la prueba Pre Test, se situó a los grupos (control y experimental) en las metodologías tradicional y el enfoque CPA. Se aplicaron dos talleres que constaban de 3 problemas iguales para cada grupo, sobre números fraccionarios; encaminados a retomar conceptos sobre el tema y la resolución de los problemas, la diferencia en estos talleres se evidenció mediante la intrusión del enfoque CPA y el uso software GeoGebra

mediante una programación para el grupo experimental; y en el grupo control la aplicación del método tradicional, teniendo presente la resolución de problemas bajo las estrategias planteadas por Polya (1976) y así mismo el uso del software Geogebra bajo otros parámetros.

Etapas III: Luego de la aplicación de estos talleres y la instrucción sobre el software GeoGebra, se aplicó una prueba Post Test, en ambos grupos, a los cuales se les permitió durante la prueba trabajar con el software Geogebra como herramienta tecnológica, y los demás elementos necesarios para la prueba como: Lápiz, lapicero, borrador y sacapuntas.

Población y Muestra

Para el desarrollo de la investigación se tomó en cuenta a dos cursos de sexto grado (6°) de secundaria de colegio la Salle Cúcuta, Norte de Santander 2016. Estos grupos estaban conformados por 54 estudiantes, entre edades comprendidas de (10 -12) años. Los grupos están distribuidos de la siguiente manera; 28 estudiantes de 6A el cual se designó como grupo experimental y 26 estudiantes de 6B como grupo control; el nivel socio económico que presentan los estudiantes es (medio- alto) y se respetó el agrupamiento natural determinado por el colegio. Se tiene presente que para la aplicación del test actitudinal, se vinculó al grado 6C con 25 estudiantes formando un total en la población de 79 estudiantes.

Validez y Confiabilidad

La construcción de estos instrumentos se fundamentó en los Lineamientos Curriculares, Estándares Curriculares, Competencias en TIC emanados del MEN y

libros de sexto grado implementados en Chile, siendo este el único país de Sur América que está implementando el método de Singapur en la actualidad. Los instrumentos aplicados en esta investigación como la prueba Pre Test, los talleres en la experiencia didáctica y la prueba Post Test, fueron sometidos a un proceso de Validación a Juicio de Expertos, en el área de matemáticas y pedagogía. Los expertos hicieron contribuciones sobre varios ítems y se fueron incorporando hasta tener la versión final en la que se alcanzó el acuerdo inter jueces adecuado.

Tabla I. DISTRIBUCIÓN DE ÍTEMS POR PROBLEMA Y TIPO DE ELEMENTOS DEL ENFOQUE CPA EN LA PRUEBA PRE TEST Y POST TEST

Problema	Concreto	Pictórico	Abstracto
1 Pre Test		1	1
Post Test		1	1
2 Pre Test	2A, 2B y 2C	2A, 2B y 2C	2A, 2B y 2C
Post Test	2A, 2B y 2C	2A, 2B y 2C	2A, 2B y 2C
3 Pre Test	3A y 3B		3A y 3B
Post Test	3A y 3B	3B	3A y 3B
4 Pre Test	4A y 4B	4A y 4B	4A y 4B
Post Test	4A y 4B	4A y 4B	4A y 4B

Resultados y Análisis

A continuación se relacionan los análisis e interpretación de los resultados obtenidos como producto del proceso de evaluación diseñado durante el ciclo experimental y aplicado posteriormente a la experiencia didáctica.

La Tabla II. Presenta la estructura para cada situación problema aplicada en las pruebas Pre Test y Post Test, en las cuales se diseñaron ítems que medían la resolución de problemas, haciendo uso de los elementos del enfoque CPA

Análisis descriptivo de los resultados de la prueba Pre Test.

Tabla II. ESTRUCTURA DE LA PRUEBA PRE TEST Y POS TEST

SITUACIONES PROBLEMAS	TEMA	ELEMENTO	ACTIVIDAD
Situación 1	Números fraccionarios	Pictórico	Completar el dibujo correspondiente al número fraccionario
		Abstracto	A partir de la gráfica escribe la fracción correspondiente
Situación 2	Fracciones equivalentes	Concreto	2A-2B-2C Aplicación de conceptos división, simplificación y equivalencia
			2A Divide el segmento de recta en 4 partes iguales
			2B Divide el segmento de recta en 10 partes iguales
		Pictórico	2C Divide el segmento de recta en 12 partes iguales
Abstracto	2A Coloca el número fraccionario que corresponde al punto al dividir la unidad en 4 partes.		
	2C Coloca el número fraccionario que corresponde al punto al dividir la unidad en 12 partes.		
Situación 3	Comparación de fracciones	Concreto	3A-3B Aplicar conceptos sobre mayor(>), menor(<), fracciones homogéneas y heterogéneas
		Abstracto	3A Ordena las siguientes fracciones $\frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{8}{8}$ y $\frac{7}{8}$ 3B Ordena las siguientes fracciones $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{3}$ y $\frac{2}{12}$
Situación 4	Resolución de problemas	Identificación de datos y preguntas	Problema 1 y 2: Interpretación de la situación problema,
		Diseño de plan	Pasos establecidos por el estudiante para la resolución de problemas
		Ejecución de estrategias y cálculos	Problema 1 y 2 Procesos y algoritmos para hallar la solución
		Revisión de solución	Verificación del resultado

Se consideraron las puntuaciones de cada ítem por tipo elemento (Concreto, Pictórico y Abstracto), y las estrategias utilizadas en la resolución de problemas por los dos grupos, efectuando un análisis para las pruebas Pre Test y Post Test.

Tabla III. ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS PARA LAS PUNTUACIONES DE LA PRUEBA PRE TEST

		Media	DT	Mediana	Máximo	Mínimo
Total Pictórico	Experimental	6	2	5	11	4
	Control	7	3	5	11	5
Total concreto	Experimental	8	3	7	15	5
	Control	9	3	9	15	5
Total Abstracto	Experimental	11	3	10	17	7
	Control	13	3	15	17	9
Total Pretest	Experimental	39	8	37	57	29
	Control	44	10	41	67	31

Al analizar descriptivamente las puntuaciones obtenidas de a prueba Pre Test de la Tabla III, se observó que la Representación Abstracta tiene una media mayor e igual a 11 puntos con una desviación típica de 3 puntos en ambos grupos. El 50% del grupo obtuvo una puntuación menor a 12 puntos en la Representación Abstracta. La mayor variación en la puntuación (rango) corresponde a la representación pictórica en los dos grupos la cual equivale aproximadamente a 7 puntos. En la puntuación total se observa con claridad una media superior equivalente a 44 puntos del grupo control con relación al grupo experimental (39 puntos). El 50% del grupo experimental obtuvo una puntuación por debajo de 39 puntos. Existe un mayor rango (equivalente a 28 puntos) y puntuaciones en el grupo experimental que oscilan entre los 29 y 57 puntos.

Analizando los valores medios entre el elemento concreto, pictórico y abstracto en la pruebas Post Test, según la Tabla IV, se observa que las diferencias no presentaron mayores variaciones (en ambas grupos) respecto a números fraccionarios, fracciones equivalentes, comparación de fracción y resolución de problemas.

Tabla IV. ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS PARA LAS PUNTUACIONES LA PRUEBA POST TEST

		Media	D.T.	Mediana	Máximo	Mínimo
Total Pictórico	Grupo Experimental	12	2	11	15	5
	Grupo Control	11	2	11	15	5
Total Concreto	Grupo Experimental	11	2	11	15	5
	Grupo Control	10	3	9	15	5
Total Abstracto	Grupo Experimental	12	2	13	15	7
	Grupo Control	12	3	13	15	5
Total Post Test	Grupo Experimental	58	10	59	74	39
	Grupo Control	49	10	49	71	25

Con respecto a la puntuación total se observa con claridad una media superior equivalente a 58% puntos del grupo experimental con relación al grupo control (49 puntos). El 50% del grupo control obtuvo una puntuación por debajo de 49 puntos. Existe un mayor rango (equivalente a 46 puntos) y puntuaciones en el grupo control que oscilan entre los 25 y 71 puntos

Tabla V. ANOVA DE UN FACTOR PUNTUACIÓN TOTAL DEL PRE TEST Y POST TEST

	Suma de cuadrados	GI	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	6246,500	1	6246,500	38,907	,000
Intra-grupos	16375,96	2	160,549		
Total	22622,46	2	103		

Analizando los resultados de la Tabla V, se tiene que las puntuaciones totales medias en el Pre Test y el Post Test, evidencian diferencias significativas. El p-valor asociado a las variables es menor que el nivel de significación de 5%, esto es $p < 0,05$ y en consecuencia se rechaza la hipótesis de igualdad de medias para cada uno de los grupos evaluados.

Por medio del análisis de la Tabla VI, se verificó comprobar si existían diferencias significativas en las medias entre los dos grupos, el experimental y el control; Los resultados de los análisis de la varianza se muestran a continuación.

Tabla VI. ANOVA DE UN FACTOR PUNTUACIÓN TOTAL POR EXPERIMENTAL-CONTROL

	Suma de cuadrados	GI	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	371,000	1	371,000	1,701	,195
Intra-grupos	22251,461	2	218,152		
Total	22622,462	2	103		

Al evaluar las puntuaciones medias entre los grupos Experimental y Control, encontramos que los p-valores asociados a cada una de las variables son mayores que el nivel de

significación de 5%, esto es $p > 0,05$ y en consecuencia se acepta la hipótesis de igualdad de medias para cada uno de los grupos evaluada el ANOVA, lo que nos conlleva a rechazar la existencia de diferencias significativas en las puntuaciones medias entre los grupos experimental y de control.

La Tabla VII, muestra los resultados de los elementos del enfoque CPA, concreto, pictórico y abstracto como variables dependientes en relación a las pruebas presentadas por los estudiantes al inicio del estudio Pre Test y el final de la mismo Post Test siendo esta la variable independiente (factor), con el propósito de identificar diferencias significativas y validar la hipótesis de la investigación que corresponde a la igualdad de medias entre las puntuaciones de las variables.

Tabla VII. ANOVA DE UN FACTOR PRE TEST-POST TEST POR ELEMENTOS DEL CPA

	Suma de cuadrados	GI	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	5,616	1	5,616	,863	,355
Concreto Intra-grupos	637,744	2	6,508		
Total	643,360	2	103		
Inter-grupos	307,162	1	307,162	50,191	,000
Pictórico Intra-grupos	599,748	2	6,120		
Total	906,910	2	103		
Inter-grupos	26,256	1	26,256	2,928	,090
Abstracto Intra-grupos	878,744	2	8,967		
Total	905,000	2	103		

Al evaluar el valor de $p < 0,005$, se observan diferencias en las operaciones relacionadas con los elementos pictóricos, sin embargo,

en los niveles concretos y abstracto los p- valores son: $p=0,35$ y $p=0,09$; son ambos mayores que $0,05$, lo que conlleva a aceptar la hipótesis de igual de medias en estos niveles.

La Tabla VIII, muestra el ANOVA de un factor que permite evaluar la existencia de diferencias significativas entre los grupos participantes y los elementos Concreto, Pictórico y Abstracto.

Tabla VIII. ANOVA DE UN FACTOR
GRUPO (EXPERIMENTAL Y CONTROL)
POR ELEMENTOS DEL CPA

		Suma de G	Media	F	Sig.
		cuadrados	I cuadrática		
Concreto	Inter- grupos	2,726	1	2,726	,417 ,520
	Intra- grupos	640,634	98	6,537	
	Total	643,360	99		
Pictórico	Inter- grupos	,672	1	,672	,073 ,788
	Intra- grupos	906,238	98	9,247	
	Total	906,910	99		
Abstracto	Inter- grupos	16,219	1	16,219	1,788 ,184
	Intra- grupos	888,781	98	9,069	
	Total	905,000	99		

Se puede considerar que no existen diferencias significativas en los tres niveles en los grupos experimental y de control con p- valores que alcanzan $0,78$, $0,52$ y $0,18$ todos mayores a $0,05$. En consecuencia, se puede valorar la efectividad de la intervención educativa siguiendo ambos métodos, sin embargo en el plano descriptivo, se observaron puntuaciones más altas en el grupo experimental en la prueba Post Test, que se pueden asociar a los aspectos actitudinales de los estudiantes al abordar el aprendizaje mediante

estrategias que adoptan el método CPA y el uso del software.

Conclusiones

Cabe destacar que se parte del supuesto general de que es posible elaborar una estrategia didáctica que permita implementar el enfoque metodológico CPA mejorando el proceso de enseñanza- aprendizaje mediante la resolución de problemas de números fraccionarios a partir del uso de software matemático GeoGebra en estudiantes de sexto grado.

Para esto se inicia por describir el desempeño académico de los estudiantes, a partir de una prueba Pre Test la cual constituyó un punto de partida importante para el diseño y ejecución del estudio, la cual evidencio dificultades en el tema de números fraccionarios para ambos grupos (Experimental y Control), específicamente en procesos operativos básicos relacionados con: comparar dos fracciones, identificar cuál es la mayor o la menor fracción, representar números fraccionario en la recta numérica e identificar fracciones equivalentes a través de la multiplicación en cruz y del proceso de simplificación.

En los resultados de las pruebas, Pre Test los estudiantes no tuvieron claridad en estrategias o pasos para llegar a una solución satisfactoria en los problemas sobre fracciones, principalmente en comprensión de los conceptos implícitos y en aspectos operacionales como: la identificación de los datos, aplicación de algoritmos, procedimientos y cálculos matemáticos, recurriendo constantemente a una estrategias errónea, que sobrellevó a resultados pocos favorables.

De igual forma los resultados obtenidos en esta prueba Pre Test para ambos grupos (Experimental y Control) presentaron

resultados deficientes, demostrando un rendimiento académico poco satisfactorio, manifestando en esta fase de la investigación una homogeneidad entre los dos grupos participantes; esto se justificó debido a que varios estudiantes argumentaron que les resulta difícil resolver problemas matemáticos y más aún si contienen números fraccionarios; además expresaron que no tienen dominio conceptual ni procedimental hacia un método o estrategia a seguir para la resolución de problemas.

La aplicación del enfoque CPA a partir de la utilización del software matemático GeoGebra, ha tenido resultado satisfactorios, dado que se logró que el grupo experimental en pocas secciones de trabajo incrementara las puntuaciones en el rendimiento académico en comparación a las del grupo control, al mismo tiempo se mejoró en los dos grupos, la aplicación de estrategias de resolución de problemas matemáticos en los estudiantes a partir de los talleres de didácticos propuestos para la resolución de problemas, afirmaciones que se confirman a través de los análisis estadísticos realizados en la prueba Post Test, aplicada a los dos grupos participante, la cual apuntan hacia la utilización de estrategias y procesos hacia la resolución de problemas matemáticos y por tanto a la validación de la hipótesis de estudio. Como se puede evidenciar estos resultados corroboran los planteamientos teóricos sostenidos durante todo el estudio en concordancia con lo expresado por los autores Bruner, (1985) y Polya (1976) sobre estrategias de aprendizaje en la resolución de problemas. La presente investigación viene a confirmar que el simple hecho de que los estudiantes hayan culminado su nivel en educación primaria, no significa que posean estrategias de aprendizaje en resolución de problemas en números fraccionarios ya

establecidas, siendo este un tema desarrollado durante 3 años en este nivel; es evidente la necesidad de entrenar metodologías que faciliten la incorporación de aprendizajes adecuados a la resolución de problemas matemáticos, como se ha manifestado en esta investigación a partir de los elementos Concretos, Pictórico y Abstracto quienes emanan del enfoque CPA, en el grupo experimental y las estrategias de resolución de problema de Polya en el grupo control.

Referencias Bibliográficas

- Aguilar, K. L., & Sánchez, J. A. (2016). Educación matemática y tecnologías empleadas para la enseñanza de las matemáticas. *Revista Electrónica de Investigación e Innovación Educativa*, vol (1), Num (2), 56.
- De Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 19-58.
- Drijvers, P., Ball, L., Barzel, B., Heid, M. K., Cao, Y., & Maschietto, M. (2016). Uses of Technology in Lower Secondary Mathematics Education. *In Uses of Technology in Lower Secondary Mathematics Education*. Springer International Publishing., 1-34.
- Espinoza Arias, A. M. (Enero de 2016). *El Método Singapur en el aprendizaje de las ecuaciones lineales de primer grado: una propuesta metodológica para la enseñanza de la matemática*. Obtenido de Univeersidad Del Bío-Bío. Facultad de Educación y Humanidades. Escuela Pedagógica en Educacion Matemática: http://repopib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/1810/1/Villalobos_Valdes_Ana.pdf
- Hernández, R. (2016). Errores matemáticos en el conocimiento procedimental al resolver problemas de

superficies cuadráticas. *Revista Logos, Ciencia & Tecnología*, 67-76.

Ide Donoso, C., & Ramírez, M. (Marzo de 2012). *Mejorar rendimiento de los alumnos(as) del primer año básico en el ámbito "resolución de problemas"*.

Recuperado el 2015, de Universidad Académica Urbanismo Cristiano:
<http://bibliotecadigital.academia.cl/handle/123456789/1834?locale-attribute=en>

Lemus, M., & Ursini, S. (2016). Creencias y actitudes hacia las matemáticas. Un estudio con alumnos de bachillerato. *Universidad de los Andes*, 315-323.

Morales, P. P., de la Carrera Fol, R., & Fernández, A. M. (2013). *Método Singapur Singapore method*. 3ºB Educación Infantil. Obtenido de
<http://sites.cardenalcisneros.es/omardelacruz/wp-content/uploads/2013/12/comparacion-singapur.pdf>

Torres Rodríguez, C. A., & Recedo Lobo, D. M. (2014). *Estrategia didáctica mediada por el software Geogebra para fortalecer la enseñanza-aprendizaje de la geometría en Estudiantes de 9º de Básica Secundaria*. Recuperado el 15 de Enero de 2016, de Universidad de la Costa Repositorio Digital. Maestría en Educación:
<http://hdl.handle.net/11323/451>

Usaquén Castro, X. D. (2016). *Aplicación de TICs en la enseñanza de las matemáticas en el grado 702 de la institución educativa Municipal la Granja De Zipaquirá*. Recuperado el 20 de Febrero de 2016, de Universidad de la Sabana. Tesis de Licenciatura:
<https://intellectum.unisabana.edu.co/handle/10818/27936>

Valencia, H., & Stivel, D. (Junio de 2016). *Articulación de las TIC al método Singapur*

en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Obtenido de Universidad Católica de Manizales:
<http://repositorio.ucm.edu.co:8080/jspui/handle/10839/140>