

Una propuesta didáctica para la enseñanza del concepto de límite mediante fractales lineales

Jorge L. Gómez G.

j.gomez@gimandes.edu.co

Universidad Nacional de Colombia (estudiante posgrado); Colegio Gimnasio los Andes (Profesor)
Colombia, CO.

Resumen:

El presente trabajo hace parte de una secuencia didáctica diseñada como trabajo final de la maestría en enseñanza de las ciencias exactas y naturales de la Universidad Nacional de Colombia, planteada con la intención de favorecer la comprensión del concepto de límite con estudiantes de grado undécimo 2018 del Gimnasio los Andes, haciendo uso de la geometría de fractales lineales. Las actividades se enfocan en desarrollar por medio de las estructuras fractales el conjunto de obstáculos epistemológicos "horro al infinito" caracterizado por Ana Sierpinska, realizando un breve recorrido histórico-epistemológico del concepto en mención. La propuesta planteada logró que los estudiantes confrontaran implícitamente las ideas de infinito actual y potencial; y así introducir de manera aproximada nociones de convergencia y continuidad por medio de numerosas expresiones y modelos matemáticos como series, sucesiones y funciones.

Palabras clave:

Concepto de límite, geometría fractal, obstáculos epistemológicos, "horror al infinito".

Abstract:

The present work is part of a didactic sequence designed as the final work of the master's degree in teaching of the exact sciences and natural sciences of the National University of Colombia, proposed with the intention of favoring the understanding of the concept of limit with eleventh grade students 2018 of the Los Andes Gym, making use of the geometry of linear fractals. The activities focus on developing through fractal structures the set of epistemological obstacles "horro to infinity" characterized by Ana Sierpinska, making a brief historical-epistemological review of the concept in question. The proposal proposed that the students implicitly confront the ideas of current and potential infinity; and thus introduce in an approximate way notions of convergence and continuity by means of numerous expressions and mathematical models such as series, sequences and functions.

Keywords:

Concept of limit, fractal geometry, epistemological obstacles, "horror to infinity".

Resumo:

O presente trabalho faz parte de uma sequência didática projetada como trabalho final do mestrado em ensino das ciências exatas e naturais da Universidade Nacional da Colômbia, proposta com a intenção de favorecer a compreensão do conceito de limite com estudantes do grau 11 do ano de 2018 da academia os Andes, fazendo uso da geometria dos fractais lineares. As atividades enfocam-se o desenvolvimento através das estruturas fractais do conjunto de obstáculos epistemológicos "horror ao infinito" caracterizados por Ana Sierpinska, fazendo um breve percurso histórico-epistemológico do conceito em questão. A proposta propunha que os alunos confrontassem implícitamente as ideias do infinito atual e potencial; e assim introduzir de forma aproximada noções de convergência e continuidade por meio de numerosas expressões e modelos matemáticos tais como séries, sequências e funções.

Palavras-Chave:

Conceito de limite, geometria fractal, obstáculos epistemológicos, "horror ao infinito"

1 Introducción

A lo largo de los últimos 30 años, el concepto de límite ha sido objeto de estudio e investigación, con la intención de mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje, no sólo en el ámbito de la educación media sino en el nivel universitario. Es por ello, que como bien los expone Blázquez & Ortega (2000), la preocupación didáctica asociada a las dificultades del concepto de límite se justifica desde dos ámbitos esenciales, el primero tiene que ver con su importancia al introducir conceptos como continuidad, derivada e integral; y en segunda medida, para los estudiantes es un concepto demasiado abstracto y que olvidan con facilidad.

En ese sentido, en el ámbito escolar y teniendo en consideración el marco legal propuesto por el MEN, específicamente en los estándares básicos de competencia en Matemáticas y lineamientos curriculares del mismo, se sugiere desarrollar tan solo una aproximación al concepto del límite, más allá de centralizarse en los procesos algorítmicos que intervienen en su evaluación o su definición formal.

Es por ello, que, desde la teoría didáctica, tal y como lo menciona Brousseau (1983), el conocimiento se produce cuando se supera un obstáculo, y más aún cuando éste obstáculo es inherente a su génesis histórica del concepto. Este tipo de dificultades es lo que se denomina como obstáculos epistemológicos.

En consecuencia, teniendo en consideración lo expuesto por Gutiérrez (2005) bajo los planteamientos de Ana Sierpinski relaciona el obstáculo horror al infinito en los siguientes 7 grupos (ver Figura 1)

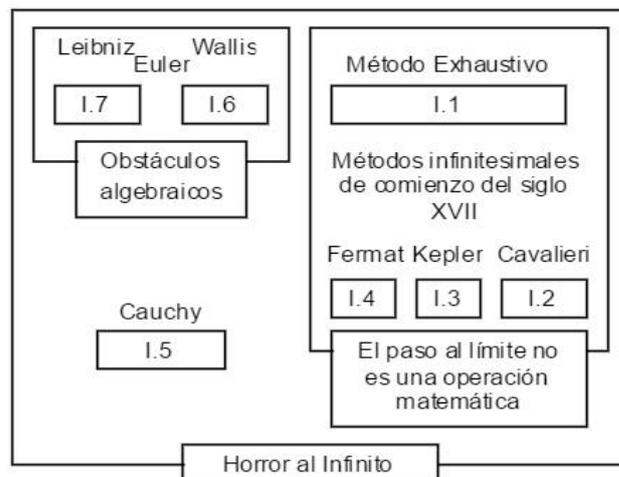


Figura 1. Obstáculos epistemológicos asociados a la noción de límite (Ana Sierpinski). Tomado de Gutiérrez (2005)

de acuerdo a su desarrollo histórico y los problemas abordados que dieron origen a los mismos:

2 Descripción de las actividades

En coherencia con lo anteriormente expuesto y haciendo uso de la historia como recurso didáctico, las actividades se diseñaron con la intención de posibilitar en el aula las diversas concepciones asociadas al concepto del límite, que tienen que ver con el obstáculo epistemológico “horror al infinito”; tal y como se evidenció en la Figura 1, el proceso histórico asociado a la concepción que se tenía.

No obstante, cabe resaltar la importancia de incluir como pretexto las *estructuras fractales*, particularmente el uso de algunos fractales lineales muy conocidos. Es por estas razones, que como lo expone

78

Obstáculo	Concepción ¹	Actividad	Fractal
El paso al límite no es una operación matemática.	Geométrica.	Desarrollar una idea intuitiva de infinito potencial. Método de exhaustión área.	Triángulo de Sierpinski.
	Heurística-Rigurosa.		
	Método Exhaustivo.		
	Geométrica y algebraica.	Comparar áreas y volúmenes, nuevas ideas de infinitésimos.	Esponja de Menger
Algebraico	Heurística de aproximación finita.		
	Cavalieri, Kepler-Fermat	“Estar cada vez más cerca de”	Curva de Koch
	Númerica dinámica infinitésima. Cauchy	Perímetro	
	Aritmética heurística. Wallis.	Representación gráfica, reflexión infinito potencial.	Copo de Nieve
	Algorítmica algebraica. Euler.	Privilegiar las fórmulas y los algoritmos. Reflexión intuitiva infinito potencial.	
	Metafísica algebraica infinitesimal. Leibniz	Hacia el principio de continuidad, ideas primarias de infinito actual. Comprobaciones y algoritmos generales	Rectificación de curvas

Tabla 1: Secuencia de actividades



Rubiano (2009) dentro de la naturaleza de los fractales se hace explícito su autosimilitud y semejanza se encuentra explícito el proceso al infinito.

3 Reflexiones finales

Las estructuras fractales y las actividades planteadas permitieron desarrollar con los estudiantes diversas confrontaciones en torno a la idea de infinito por medio de procesos geométricos intuitivo y por ende al concepto de límite; generando así diversas reflexiones asociadas a los nuevos tipos de razonamientos surgidos con la resolución de problemas y situaciones propuestas.

Asimismo, la propuesta planteada logró que los estudiantes comprobaran implícitamente las ideas de infinito actual y potencial; y así introducir de manera aproximada nociones de convergencia y continuidad por medio de numerosas expresiones y modelos matemáticos como series, sucesiones y funciones.

La estrategia didáctica posibilitó ambientar en el aula las diferentes concepciones que se dieron a lo largo de la historia en relación al concepto de límite, fomentando desde un ámbito escolar la vivencia y abordaje de las principales características del obstáculo epistemológico “horror al infinito”.

Finalmente, los recursos histórico-epistemológicos del concepto de límite proporcionaron una

guía metodológica para desarrollar la secuencia didáctica; logrando contrastar las concepciones históricas con las diferentes problemáticas y/o dificultades entorno a la comprensión del objeto de referencia.

4 Referencias Bibliográficas

- Blázquez, S. y Ortega, T. (2000). El concepto de límite en la educación secundaria. En *El futuro del cálculo infinitesimal*. Grupo Editorial Iberoamérica. S.A. de C.V. ISBN: 970625-246-0, 1-13. Disponible en http://www4.uva.es/didamatva/investigacion/Publicaciones/concept_limite_educ_secund.pdf
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles epistemologiques et les problemes en mathematiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2): 165-198.
- Gutiérrez, L. (2005). *El concepto de límite: Imagen, definición y algoritmos relacionados* (tesis de Maestría). Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.
- Medina, A. C. (2001). *Concepciones del concepto de límite en estudiantes universitarios* (tesis de Maestría). Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.
- Rubiano, G. (2009). *Iteración y fractales* (con Mathematica®). Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Universidad Nacional de Colombia.
- Sierpinska, A. (1985). Obstacles epistemologiques relatifs a la notion de limite. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 6(1), 5-67.

Como citar este artículo:

Gómez G., J. L., (2018) Una propuesta didáctica para la enseñanza del concepto de límite mediante fractales lineales. *RECME-Revista Colombiana de Matemática Educativa*. 3 (1), pp. 77-79.

Presentado: 15/Abril/2018
Aprobado: 15/Mayo/2018
Publicado: 30/Noviembre/2018

RECONOCIMIENTOS

En primer lugar, deseo agradecer a la Universidad Nacional de Colombia, al Dr. Herbert Alonso Dueñas Ruiz, coordinador del programa de la Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, y director del trabajo final por acompañamiento constante y colaboración. A la Dra. Clara Helena Sánchez Botero docente de la Universidad Nacional, por su gran inspiración en el ámbito didáctico, histórico-epistemológico del trabajo. En especial, al Gimnasio los Andes, estudiantes y jefe de departamento de Matemáticas Jovanny González los cuales contribuyeron con agrado en la aplicación de la propuesta didáctica.