RAZONAMIENTO CIENTÍFICO EN CLASE DE GEOMETRÍA

Leonor Camargo, Patricia Perry y Carmen Samper
Universidad Pedagógica Nacional
lcamargo@pedagogica.edu.co, pperryc@yahoo.com.mx, csamper@pedagogica.edu.co

Se presenta y discute una vía para desarrollar razonamiento científico en clase de geometría mediante tareas que promueven la construcción de significado de los objetos geométricos. La vía se ejemplifica con producciones de estudiantes de grado séptimo, que usaron la definición de punto medio producida en la clase, para justificar acciones y aserciones realizadas al solucionar problemas.

En el cursillo ejemplificamos una vía para promover el razonamiento científico en las clases de geometría. Es resultado de un proyecto de desarrollo e investigación adelantado por el grupo *Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría* de la Universidad Pedagógica Nacional en una institución educativa de Cundinamarca, Colombia. Junto con los profesores de matemáticas de la institución implementamos una unidad didáctica diseñada para propiciar razonamiento científico, apoyándonos en un software de geometría dinámica.

En la primera sesión discutimos y ejemplificamos las ideas esbozadas en el siguiente apartado, relacionadas con el diseño de secuencias de enseñanza cuyo propósito es la construcción de significado de objetos geométricos. En la segunda sesión nos centramos en la mediación semiótica del profesor, aspecto determinante de la construcción de significado por parte de los estudiantes.

CONSTRUCCIÓN DE SIGNIFICADO Y RAZONAMIENTO CIENTÍFICO

Por lo regular, los profesores caemos en la trampa de pensar que si un estudiante representa bien un objeto geométrico y repite la definición, entonces tiene un significado personal del objeto muy cercano al significado institucional pretendido. No diferenciamos el significado personal del significado institucional. El primero es subjetivo, parcial y provisional; se constituye a través de ideas que se van formando, reformando, precisando, respecto al objeto, y de los usos que se puedan hacer tanto de su definición como del objeto mismo en contextos diversos. El significado institucional es, en cambio, objetivo e integra consensos de significados que se han construido en el seno de la comunidad profesional del discurso matemático.

Camargo, L., Perry, P. y Samper, C. (2017). Razonamiento científico en clase de geometría. En P. Perry (Ed.), *Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones*, 23 (pp. 35-40). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

Varios autores nos alertan sobre la complejidad de la construcción de significado y advierten que no se da a corto plazo, porque el proceso de lograr compatibilidad entre las ideas que se tienen del objeto y las de la comunidad de referencia necesariamente es gradual (Godino y Llinares, 2000; Radford, 2000; Perry, Camargo, Samper, en evaluación). En la Figura 1 vemos, como ejemplo, sendas representaciones y justificaciones de dos estudiantes de grado séptimo que habían estudiado en clase la definición de punto medio[1].

Enunciado de la tarea: M es un punto del $\overline{KL}$. ¿Es M el punto medio del $\overline{KL}$?

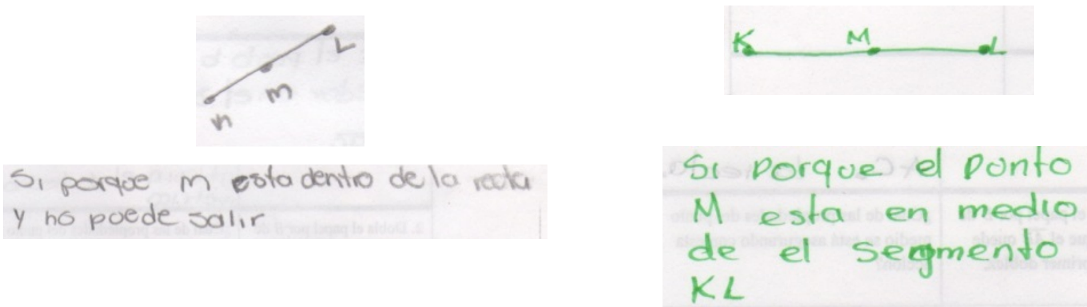

Figura 1. Producciones de dos estudiantes

A juzgar por sus representaciones gráficas, el significado personal de punto medio de ambos estudiantes es cercano al institucional. Pero las justificaciones dadas indican que ambos están lejos de una formulación deseable en lo que respecta al significado institucional. El texto de la izquierda alude a la colinealidad del punto medio con los extremos del segmento mientras que el otro alude a la interestancia. Desde nuestro punto de vista, no necesariamente "estar en medio" es equivalente a "estar en la mitad".

En busca de opciones para promover la construcción de significado en la clase de geometría, hemos puesto el énfasis en el diseño de tareas que favorezcan el desarrollo del razonamiento científico, entendido como el proceso cognitivo y social mediante el cual se aborda un fenómeno o un hecho del campo de las ciencias con miras a entenderlo, explicarlo y hacerlo parte del propio bagaje de conocimientos. De dicho proceso destacamos tres acciones que promueven la construcción de significado: la producción, a partir de evidencia obtenida por exploración empírica, de un enunciado relativo al fenómeno o hecho abordado, en el que se explicita una relación causal o de dependencia; la

[1] El punto C es punto medio del $\overline{AB}$ si se verifica: (i) colinealidad de los puntos A, B y C, (ii) interestancia de C respecto a A y B, término no definido sino interpretado desde su acepción común, y (iii) equidistancia de C a A y a B.

explicación argumentada del asunto que plantea el enunciado; y la obtención de inferencias que van más allá de la experiencia directa.

A partir de la idea de razonamiento científico y con la meta de aportar a la construcción de significado, promovemos un acercamiento que implica un proceso gradual de delimitar ideas, refinarlas, precisarlas, con la meta de construir definiciones y representaciones de objetos geométricos en la resolución de problemas. Pero la construcción de significado va más allá. Implica el uso de las definiciones en procesos de descubrimiento y justificación de propiedades y relaciones geométricas de otros objetos geométricos para ir edificando un corpus teórico. Por ello, las tareas diseñadas para promover la construcción de significado deben propender por la comprensión de las propiedades mencionadas en las definiciones, favorecer el uso de las definiciones, e impulsar el establecimiento de relaciones entre definiciones y propiedades y relaciones de otros objetos geométricos.

En el cursillo ejemplificamos las ideas anteriores con el objeto *punto medio de un segmento*. Lo escogimos para destacar que cualquier objeto geométrico, por elemental e intuitivo que parezca, puede ser aprovechado en la enseñanza para promover aprendizaje con significado.

Diseñamos una secuencia de enseñanza formada por tres bloques de actividad (B1, B2 y B3): las tareas de B1 promueven la producción de la definición de punto medio, mediante el examen de ejemplos y no ejemplos, y poniendo en juego los tres aspectos de la definición en la resolución de problemas. En las tareas de B2 se usa la definición como herramienta para conectar los pasos de una construcción con los atributos a los que alude la definición y para justificar afirmaciones. En las dos tareas de B3, la definición de punto medio es herramienta para explorar situaciones y descubrir hechos geométricos.

En la Figura 2 se muestra una de las tareas de B1. Junto con esta, las demás se proponen en el Cursillo para su resolución y discusión. También damos ejemplos de respuestas de estudiantes de grado séptimo.

En la Figura 3 incluimos una de las tareas de B2 que se discutirá en el Cursillo. Los estudiantes deben imaginar distintas representaciones y reconocer cuándo se puede responder afirmativamente la pregunta. Requiere una aplicación directa de la definición de punto medio para representar la situación pero no para responder la pregunta. Para hacerlo, se necesita un proceso de razonamiento deductivo a partir de la definición.

Examinar y explicar el comportamiento del punto rojo en 5 segmentos representados en un archivo de GeoGebra grabado previamente en la tableta o en el computador .

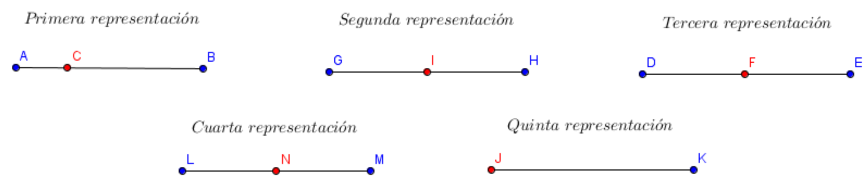

Figura 2. Ejemplo de tarea de B1

J es el punto medio del $\overline{HI}$. E y F son dos puntos que **No** están en la $\overleftrightarrow{HI}$. J también es el punto medio del $\overline{EF}$. ¿La distancia de E a J es igual a la distancia de H a J?

Figura 3. Ejemplo de tareas en las que se pone en juego la definición de punto medio

Con las tareas de B1 y B2 se buscaba generar elementos teóricos para apoyar el razonamiento científico, e impulsar el desarrollo de actitudes imprescindibles para este. Es en el proceso de resolución de las dos últimas tareas de la secuencia (B3) donde se esperaba que se conjugaran procesos y conocimientos para realizar actividad matemática amplia: explorar, descubrir, formular conjeturas y proveer justificaciones teóricas. Este proceso requiere la mediación semiótica del profesor (Figura 4).

Con GeoGebra, representa cualquier ΔABC. Sea D punto medio del $\overline{AB}$ y E punto medio del $\overline{AC}$. Construye el $\overline{DE}$. Busca una relación especial entre DE y BC. Describe cómo la encontraste. Escribe cuál es la relación que existe.

¿Existe un punto F en $\overline{BC}$ tal que el perímetro del ΔDEF sea la mitad del perímetro del ΔABC? Justifica tu repuesta. (Para responder, recuerda la siguiente definición: El perímetro de un triángulo es la suma de las medidas de las longitudes de los lados del triángulo.)

Figura 4. Enunciados de tareas de B3

MEDIACIÓN SEMIÓTICA DEL PROFESOR

Con *mediación semiótica del profesor* designamos las acciones interpretativas y deliberadas que realiza el profesor con el propósito de que la tarea puesta a los estudiantes contribuya a la convergencia de sus significados personales hacia los significados institucionales pretendidos.

En el momento de planear la enseñanza y crear o seleccionar tareas para promover la construcción de significado, el profesor no debe perder de vista que los enunciados de las tareas son parte de su mediación semiótica. Por ello, debería considerar qué efecto podrían tener en las interpretaciones que hagan los estudiantes. Y cuando ellos resuelvan la tarea, tendría que estudiar el efecto logrado y apoyarlo semióticamente al interactuar con sus estudiantes.

Nuestro interés por la mediación semiótica de los enunciados escritos de las tareas asignadas tiene su origen en nuestra convicción de la necesidad de prestar más atención, en los ámbitos educativos e investigativos, al diseño y gestión de tareas pues, como señalan algunos investigadores, diferencias menores en la formulación de los enunciados, o en la intervención del profesor pueden tener efectos significativos en el aprendizaje (Simon y Tzur, 2004; Hoyles, Noss, Vahey y Roschelle, 2013; Watson y Ohtani, 2015).

La primera tarea de B3 promueve la exploración empírica con geometría dinámica para llegar a enunciar el hecho geométrico *Puntos medios en triángulo*[2]*,* que se acepta como resultado de dicha exploración, pero sin una justificación teórica, porque no se cuenta con el contenido geométrico necesario. La segunda tarea posibilita generar una conjetura y justificarla deductivamente usando el hecho geométrico descubierto anteriormente.

En el Cursillo presentamos el análisis de la mediación semiótica de una profesora (PI), cuando interactuó con un estudiante del curso, Andrew. Un apartado del diálogo, relativo al intercambio para mediar semióticamente la formulación de la relación entre las medidas DE y BC, en el que PI busca que Andrew reconozca la generalidad de lo que descubre, es el siguiente:

> Se tomó un triángulo[3] Se tomó un triángulo y se buscó la ¿Se tomó un triángulo cualquiera o uno especial? Un triángulo… ABC No hablemos del triángulo ABC. Se tomó un triángulo cualquiera, no tenía condiciones especiales ¿o sí? Un triángulo cualquiera… ¿y? Se buscó la relación… se ubicaron los puntos medios Ajá. Se ubicaron los puntos medios… de dos de los lados de dos de los lados. Y luego se unieron, se hizo un segmento Se construyó el segmento de extremos esos puntos medios esos puntos medios y luego se buscó… eee, las… ay, se me olvidó la palabra ¿La relación? la relación entre ese segmento y el segmento… uno de los segmentos. ¿Uno de los segmentos o uno de los lados? Uno de los lados. ¿Cualquiera de los lados? No. ¿Cuál? El de abajo… Pero,

[2] Si un segmento tiene extremos en los puntos medios de dos lados del triángulo, entonces su longitud es la mitad de la longitud del tercer lado.

[3] El texto en azul corresponde a las intervenciones de PI y el texto en negro, a las de Andrew.

> ¿tiene que estar abajo o podría estar de ladito a veces? Sí, puede estar de lado. Ah, entonces, no te sirve decir debajo o de lado porque… El lado *BC*. (…) Pero si no has dicho nada de letras…

Al examinar el diálogo se reconoce que PI interviene principalmente a partir de los aportes de Andrew, y cuando este parece requerir de su ayuda. Así, ella completa información dada por él, lo parafrasea pretendiendo expresar su idea en términos más apropiados, hace preguntas para que el estudiante precise la información haciendo el cambio pertinente, pone objeciones invitando al niño a modificar lo que ha dicho. Respecto a Andrew, es posible reconocer que pudo sostener el diálogo con la profesora y, algo muy importante, hacer buena parte de su relato sin recurrir a la designación. Aún le falta poder referirse al lado del triángulo implicado en la relación descubierta, sin designarlo.

El análisis realizado a las tareas de B3 nos lleva a identificar como posible ruta para favorecer la enunciación de un hecho geométrico, una de las acciones clave en la construcción de significado, la siguiente:

> promover el descubrimiento de una relación → impulsar la toma de conciencia de la generalidad y la genericidad → estructurar el discurso de los elementos que intervienen vía la reconstrucción de un procedimiento → estructurar el discurso de los elementos que intervienen vía la explicitación del formato si-entonces (Perry, Camargo y Samper, en evaluación).

Referencias

Godino, J. y Llinares, S. (2000). El interaccionismo simbólico en Educación Matemática. *Revista Educación Matemática*, *12*(1), pp. 70-92.

Hoyles, C., Noss, R., Vahey, P. y Roschelle, J. (2013). Cornerstone mathematics: Designing digital technology for teacher adaptation and scaling. *ZDM – International Journal on Mathematics Education, 45*(7), (1057-1070).

Perry, P., Camargo, L. y Samper, C. (en evaluación). *Puntos medios en un triángulo: un caso de construcción de significado y mediación semiótica*.

Radford, L. (2000). Sujeto, objeto, cultura y la formación del conocimiento. *Revista Educación Matemática* (número especial), *12*(1), pp. 51-69.

Simon, M. A. y Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning, 6*(2), 91-10.

Watson, A. y Ohtani, M. (Eds.) (2015). *Task design in mathematics education. The 22nd ICMI study* (New ICMI study series). New York, EUA: Springer.