

# ESTRATEGIAS DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ALGORITMIA Y GEOMETRÍA A TRAVÉS DE METÁFORAS EN EL CONTEXTO DE LA MÁQUINA DE TURING Y LOS SISTEMAS FORMALES

**Raúl Chaparro y Juan Albornoz**

*Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito*

[raul.chaparro@escuelaing.edu.co](mailto:raul.chaparro@escuelaing.edu.co), [jalbornoz09@gmail.com](mailto:jalbornoz09@gmail.com)

En este cursillo se abre un espacio para la actividad y la reflexión sobre la enseñanza-aprendizaje de conceptos fundamentales y estrategias de solución de problemas de algoritmia y geometría elemental, con base en metáforas y analogías que se construyen en los contextos de la máquina de Turing y de los sistemas formales.

La conceptualización tiene sentido en la medida en que sea significativa para el estudiante. El puente natural entre el mundo del estudiante y los nuevos conceptos y estrategias de solución de problemas lo tienden las analogías y metáforas que favorecen la ilustración de los temas importantes en una actividad de aprendizaje (Hofstadter y Sander, 2013) y además le permiten a la persona ser protagonista de su aprendizaje (Albornoz y Chaparro, 2005).

En este cursillo, se pretende ilustrar un enfoque de solución de problemas basado en la respectiva conexión de metáforas y analogías, y abstracción con la máquina de Turing y los sistemas formales. Este enfoque permite dar sentido al aprendizaje de conceptos y estrategias de solución de problemas en algoritmia y geometría (Albornoz y Chaparro, 2009). En cada actividad se reflexionará sobre los aspectos pedagógicos y didácticos correspondientes, y después de la puesta en común, se obtendrán las conclusiones (Lakoff y Johnson, 2005).

## PROPUESTA PEDAGÓGICA QUE GUÍA EL CURSILLO

Con base en los resultados de pequeños experimentos pedagógicos que hemos realizado durante los últimos cinco años (Albornoz y Chaparro, 2005), creemos viable la creación de ambientes caracterizados por:

- permitir que el estudiante se aproxime gradualmente a los conceptos, los reconstruya y los interiorice (Lakoff y Johnson, 2005).

- proveer el contexto necesario para que el estudiante y el profesor se hagan preguntas (Polya, 1965) acerca de lo que estudian, expongan nuevas ideas, propongan otras problemáticas,
- favorecer la experimentación, la reflexión y la creatividad (Lakoff y Johnson, 2005).

## ACTIVIDADES DEL CURSILLO

El Cuadro 1 presenta el tema y los objetivos de los tres talleres planeados.

|    | Tema del taller   | Objetivo del taller   |
|----|---|---|
| 1. | Metáforas para la solución de problemas ilustrados a través de la máquina de Turing | Conocer qué es una estrategia algorítmica para solucionar un problema (Schoenfeld, 1985).<br>Aprender a conectar una metáfora con la solución problemas (Laurieri, 1989).<br>Comprender la máquina de Turing y las estrategias de solución de problemas de naturaleza algorítmica (Mason, Burton y Stacey, 1992).   |
| 2. | Las metáforas y la modelización con sistemas formales                               | Estudiar y comprender:<br>los sistemas formales y la geometría,<br>los sistemas formales y el razonamiento deductivo (Mason, Burton y Stacey, 1992),<br>los juegos discretos y los sistemas formales,<br>las diferencias entre un modelo visual y un modelo simbólico (Albornoz, Chaparro y Díaz, 2014).<br>Reflexionar sobre explicación vs. demostración. |
| 3. | La formalización y los invariantes  | En el contexto de la solución de problemas, entender qué es un invariante y para qué sirve (Schoenfeld, 1985),<br>encontrar invariantes del problema (Polya, 1965).<br>utilizar el lenguaje de la matemática para demostrar invariantes (Albornoz Chaparro y Díaz, 2014).   |

Cuadro 1. Tema y objetivos de los tres talleres planeados

## ALGO SOBRE EL PRIMER TALLER

La máquina de Turing es un modelo conceptual de lo que es el computador en la actualidad. Fue propuesta en 1936 por el genial matemático inglés Alan Turing (1912-1954), uno de los “padres” de la computación, en su empeño por dar respuesta al problema de decisión (*Entscheidungsproblem*), que hacía parte de la famosa lista de grandes retos de las matemáticas planteados por D. Hilbert (1862-1943), a comienzos del siglo XX. Para desarrollar su máquina, Turing se inspiró en la manera como las personas (los computadores de aquellos días) hacían cálculos algorítmicos. En particular, notó que utilizaban papel para leer y escribir símbolos (de algún alfabeto particular) y que –de acuerdo con lo que leían en alguna parte del papel, y el estado del cómputo (llevado en la cabeza de la persona)– procedían a escribir o cambiar algunos de los símbolos, y así sucesivamente hasta que terminaban su cómputo.

La máquina de Turing consta de: una cinta de lectura y escritura, potencialmente infinita, dividida en celdas; un cabezal móvil que se posiciona en una de las celdas; un indicador del estado; y un conjunto de instrucciones o programa. La Figura 1 da una idea de la máquina, aunque la propuesta de Turing fue un objeto puramente matemático.

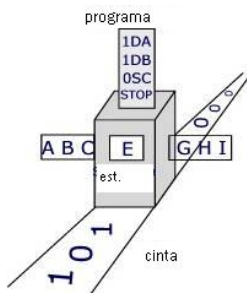


Figura 1. Dibujo conceptual de una máquina de Turing



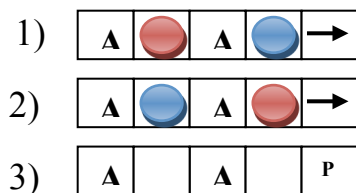
Figura 2. Modelo físico de la máquina de Turing

En el cursillo entregamos a cada participante un ejemplar de un modelo físico de la máquina, diseñado y construido por nosotros (Figura 5), para que programe con las manos, de la misma manera que con cualquier juego de fichas. Un problema para resolver con la máquina de Turing es un reto en el que se especifica una configuración inicial de la cinta y el cabezal, y la

condición en que debe quedar la cinta al final. Para realizar esto hay que construir el conjunto de instrucciones correspondientes que garantice que el cabezal se mueva y la cinta cambie hasta llegar a la condición deseada.

## Ejemplo

Dado que en la cinta se tienen como entrada celdas de colores azul y rojo, hacer un programa que cambie cada azul por rojo y cada rojo por azul. Una solución es el programa conformado por las siguientes instrucciones



*Reto 1.* En la entrada se tienen solo celdas azules. Se quiere determinar si el número de celdas es par o impar. Si es par, hay que escribir el color rojo al final a la derecha, y si es impar, el color amarillo.

*Reto 2.* Encontrar la mitad. Se tiene una cinta con una cantidad impar de celdas de color azul. Interesa encontrar la ficha de la mitad y colorearla de rojo.

*Reto 3.* La bandera colombiana. Este reto es una versión propia del famoso problema de la bandera holandesa, planteado y resuelto de manera magistral por E. W. Dijkstra (1930-2002), uno de los pioneros de la ciencia de la computación. La bandera colombiana consta de los colores amarillo, azul y rojo, en ese orden. Supóngase que como entrada se tiene una cinta con fichas de estos colores, dispuestas al azar. No se sabe cuántas fichas hay ni en qué orden están. Entonces hay que dejar la cinta final con las fichas amarillas a la izquierda, luego las rojas y al final las azules, manteniendo la cantidad original de fichas de cada color.

*Reto 4.* Triángulo de Sierpinski. Este reto es para el modelo virtual bidimensional de la máquina de Turing que hemos desarrollado. Se trata de elaborar en esta el famoso fractal de Sierpinski (1882-1969).

## ALGUNAS PREGUNTAS QUE SE PODRÍAN CONSIDERAR

- En el contexto de la máquina de Turing y los sistemas formales, ¿cómo da sentido el enfoque de metáforas y analogías, al aprendizaje de la modelización y al estudio y generalización de las soluciones a problemas?
- ¿Cuál es la importancia de la identificación de invariantes en la solución de problemas complejos?
- En el contexto de la máquina de Turing y los sistemas formales, ¿cuáles ventajas trae el enfoque de aprendizaje basado en metáforas y analogías a la solución de problemas en geometría e informática?

## REFERENCIAS

- Albornoz, J. y Chaparro, R. (2005). The learning of fundamental concepts and problem solving strategies in informatics, through the experimentation and classroom research with physical and virtual models of the Turing machine. En *6th International Conference on Information technology based higher education and training* (pp. 100-105). doi 10.1109/ITHET.2005.1560295.
- Albornoz, J. y Chaparro, R. (2009). La computación a través de los juegos discretos. *Revista de la Escuela Colombiana de Ingeniería*, 1(3), 159-173.
- Albornoz, J., Chaparro, R. y Díaz, M. (2014). *Un modelo para la creación de escenarios de aprendizaje en informática*. Ponencia presentada en Encuentro Internacional de Educación en Ingeniería. Disponible en:  
<https://www.acofipapers.org/index.php/acofipapers/2013/paper/view/127>
- Hofstadter, D. y Sander, E. (2013). *Surfaces and essences: Analogy as the fuel and fire of thinking*. New York, EUA: Basic Books.
- Lakoff, G. y Johnson, M. (2005). *Metáforas de la vida cotidiana* (José Millán y Susana Narotzky, Trs.). España: Cátedra (primera edición en inglés, 1980).
- Laurière, J.-L. (1989). *Problem solving and artificial intelligence* (Jack Howlett, Tr.). New York, EUA: Prentice Hall.
- Mason, J., Burton, L. y Stacey, K. (1988). *Pensar matemáticamente* (Mariano Martínez Pérez, Tr.). Barcelona, España: Centro de Publicaciones del MEC - Editorial Labor (primera edición en inglés, 1982).
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas* (Julián Zugazagoitia, Tr.). México D.F., México: Editorial Trillas (primera edición en inglés, 1945).
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, EUA: Academic Press.