NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 98, julio de 2018, páginas 19-20

Los libros me dan problemas…

Marta Macho Stadler
(Universidad del País Vasco / Euskal Herriko Unibertsitatea. España)

Resumen En este artículo damos algunos ejemplos de textos literarios que proporcionan bellos problemas de matemáticas para el aula.

Palabras clave literatura, poesía, álgebra, cálculo, combinatoria, topología.

Title **Books give me problems ...**

Abstract In this article we give some examples of literary texts that provide beautiful math problems for the classroom.

Keywords literature, poetry, algebra, calculus, combinatorics, topology.

X ESCUELA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
MIGUEL DE GUZMÁN

1. Introducción

La lectura es una parte esencial del aprendizaje. Nuestra intuición o nuestros conocimientos nos pueden llevar a percibir un mismo texto de diferentes maneras: la reflexión y la fantasía entran en juego para recrear lo que otra persona ha plasmado en esas páginas.

La lectura es también esencial cuando se estudia o se investiga en ciencia. En muchas ocasiones, nuestro alumnado puede llegar a resolver mal un ejercicio o a interpretar erróneamente un argumento porque no ha entendido convenientemente su enunciado. Por ello, en mi opinión, aprender a leer de manera reflexiva es fundamental en cualquier ámbito de nuestras vidas.

La cultura es un todo; engloba tanto a las llamadas “letras” como a las “ciencias”. En este texto proponemos unos pocos problemas para resolver en el aula –o en casa– que surgen de las páginas de libros que pueden encontrarse en cualquier biblioteca.

2. Las sextinas: cómo la poesía puede llevar a plantear un teorema matemático

Según el diccionario de la Real Academia Española[i], una sextina es: *Composición poética que consta de seis estrofas de seis versos endecasílabos cada una, y de otra que sólo se compone de tres. En todas, menos en esta, acaban los versos con las mismas palabras, bien que no ordenadas de igual manera, por haber de concluir con la voz final del último verso de una estrofa el primero de la siguiente. En cada uno de los tres con que se da remate a esta composición entran dos de los seis vocablos repetidos de las estrofas anteriores.*

Figura 1. Sextina *Lo ferm voler qu'el cor m'intra*. Manuscrito conservado en la Biblioteca Ambrosiana de Milán (Wikimedia Commons).

El trovador provenzal Arnaut Daniel (siglos XII-XIII) fue el creador de esta forma poética. La primera sextina de la historia de la literatura es su *Lo ferm voler qu'el cor m'intra*[ii]:

Lo ferm voler qu'el cor m'**intra**
no'm pot ges becs escoissendre ni **ongla**
de lauzengier qui pert per mal dir s'**arma**;
e pus no l'aus batr'ab ram ni **verja**,
sivals a frau, lai on non aurai **oncle**,
jauzirai joi, en vergier o dins **cambra**.

Quan mi sove de la **cambra**
on a mon dan sai que nulhs om non **intra**
-ans me son tug plus que fraire ni **oncle**-
non ai membre no'm fremisca, neis l'**ongla**,
aissi cum fai l'enfas devant la **verja**:
tal paor ai no'l sia prop de l'**arma**.

Del cor li fos, non de l'**arma**,
e cossentis m'a celat dins sa **cambra**,
que plus mi nafra'l cor que colp de **verja**
qu'ar lo sieus sers lai ont ilh es non **intra**:
de lieis serai aisi cum carn e **ongla**
e non creirai castic d'amic ni d'**oncle**.

Anc la seror de mon **oncle**
non amei plus ni tan, per aquest'**arma**,
qu'aitan vezis cum es lo detz de l'**ongla**,

s'a lieis plagues, volgr'esser de sa **cambra**:
de me pot far l'amors qu'ins el cor m'**intra**
miels a son vol c'om fortz de frevol **verja**.

Pus floric la seca **verja**
ni de n'Adam foron nebot e **oncle**
tan fin'amors cum selha qu'el cor m'**intra**
non cug fos anc en cors no neis en **arma**:
on qu'eu estei, fors en plan o dins **cambra**,
mos cors no's part de lieis tan cum ten l'**ongla**.

Aissi s'empren e s'en**ongla**
mos cors en lieis cum l'escors'en la **verja**,
qu'ilh m'es de joi tors e palais e **cambra**;
e non am tan paren, fraire ni **oncle**,
qu'en Paradis n'aura doble joi m'**arma**,
si ja nulhs hom per ben amar lai **intra**.

Arnaut tramet son chantar d'**ongl'e** d'**oncle**
a Grant Desiei, qui de sa **verj'a** l'**arma**,
son cledisat qu'apres dins **cambra intra**.

Independientemente del significado del poema, puede observarse que sólo hay seis palabras que generan la rima –son **1**=**intra**, **2**=**ongla**, **3**=**arma**, **4**=**verja**, **5**=**oncle** y **6**=**cambra** en el poema de Arnaut Daniel– que van cambiando de lugar de acuerdo con el siguiente esquema:

123456 – 615243 – 364125 – 532614 – 451362 – 246531 – 531.

En la sextina de Arnaut Daniel, aparecen las seis palabras en los tres versos finales, aunque no sucede siempre en estas composiciones poéticas. Observad que cada una de las seis palabras que riman pasan por todas las posiciones al cambiar de estrofa. El anterior esquema describe lo que en matemáticas se denomina una *permutación* –se alternan las seis palabras al cambiar de estrofa–; pero se trata además de una permutación de orden 6, es decir, cuando se hacen seis iteraciones –y no antes– se reencuentran las palabras de rima en su forma original. Si llamamos σ a esta permutación –e *id* a la ordenación natural (1, 2, 3, 4, 5, 6)– se escribe del modo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 6 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

y se comprueba sin dificultad que $\sigma^6 = id$, pero $\sigma \neq id$, $\sigma^2 \neq id$, $\sigma^3 \neq id$, $\sigma^4 \neq id$ y $\sigma^5 \neq id$.

De otra manera, en cada cambio de estrofa, la palabra que ocupaba el sexto lugar pasa a ocupar el primero, la que se situaba en el primero va a parar al segundo lugar, la que iba en el quinto puesto se traslada al tercero, la que ocupaba la segunda posición pasa a la cuarta, la que estaba en la cuarta va a parar a la quinta y, finalmente, la palabra situada en tercer lugar pasa a ocupar el sexto lugar de la estrofa. De otro modo, podemos colocar los números del 1 al 6 sobre una recta, y pensar σ como una permutación en espiral que, además –como ya hemos comentado–, es una permutación de orden 6:

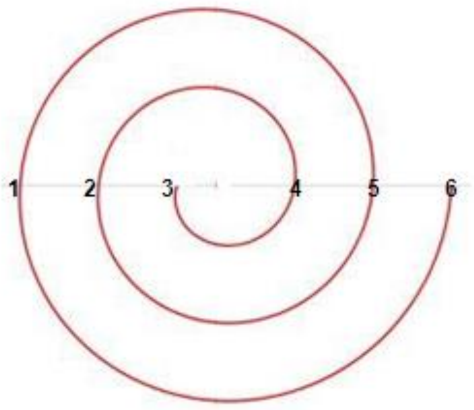

Figura 2. Permutación en espiral.

Las sextinas no son solo un asunto de trovadores; hoy en día se siguen escribiendo sextinas. El bello poemario (Arellano et al., 2011) contiene poesías de este tipo en varias lenguas. Si os animáis a leer algunas de ellas, comprobaréis que son textos líricos de gran belleza y complejidad.

El escritor Raymond Queneau (Roubaud, 2003) se preguntó si era posible generalizar la estructura de la sextina, reemplazando 6 por *n*, para escribir un poema de *n* estrofas, cada una formada por *n* versos, todos terminados por las mismas *n* palabras, intercambiadas por la permutación espiral –es decir, por la permutación definida debajo– y que generaliza la estructura de las sextinas de Arnaut Daniel:

$$\sigma(p) = \begin{cases} 2p & \text{si} \quad p \leq \frac{n}{2} \\ 2(n-p)+1 & \text{si} \quad p > \frac{n}{2} \end{cases} .$$

Como Queneau, nos preguntamos, ¿es posible generalizar las sextinas para cualquier valor de *n*? Dicho de otra manera, la permutación espiral σ definida por Queneau arriba, ¿es siempre una permutación de orden *n*?

La respuesta es negativa. Por ejemplo, para *n*=4, la permutación espiral definida por Queneau es $\sigma(1)=2$, $\sigma(2)=4$, $\sigma(3)=3$ y $\sigma(4)=1$. Pero σ es de orden 3, y no 4 como debería ser ($\sigma \neq$id, $\sigma^2 \neq$id y $\sigma^3=$id), al quedar el número 3 fijo por σ.

En honor a Queneau, las permutaciones espirales de orden *n* –las que permiten crear un poema generalizando a una sextina– se denominan *queninas de orden n* o *n-ninas.* Y se dice en tal caso que *n* es un *número de Queneau.*

No existen *queninas* de cualquier orden; acabamos de comprobar que no existen las de orden *n*=4. Tampoco existen *10-ninas:* en este caso la permutación es de orden 7, no de orden 10.

Es posible caracterizar los números de Queneau en términos combinatorios. En (Dumas, 2008) se enuncia y demuestra el siguiente teorema:

> *Si n es un número de Queneau, entonces 2n+1 es un número primo. Además, si 2n+1 es primo, entonces existe una n-nina si y sólo si 2 es de orden 2n módulo 2n+1 o n es impar y 2 es de orden n módulo 2n+1.*

Recordad que 2 es de orden p módulo m si 2^p-1 es divisible por m, pero 2^k-1 no es divisible por m para $k < p$.

Según este resultado, por ejemplo, n=4 no es un número de Queneau (ya que 2n+1=9 que no es primo), n=8 tampoco (ya que aunque 2n+1=17 es primo, el número 2^8-1 = 255 es divisible por 17) y n=9 es un número de Queneau (ya que 2n+1=19 es primo y 2^{2n}-1 = 2^{18}-1 = 262143 es divisible por 19 y 2^k-1 no es divisible por 19 para k < 18).

Los números de Queneau menores que 1 000 son:

1, 2, 3, 5, 6, 9, 11, 14, 18, 23, 26, 29, 30, 33, 35, 39, 41, 50, 51, 53, 65, 69, 74, 81, 83, 86, 89, 90, 95, 98, 99, 105, 113, 119, 131, 134, 135, 146, 155, 158, 173, 174, 179, 183, 186, 189, 191, 194, 209, 210, 221, 230, 231, 233, 239, 243, 245, 251, 254, 261, 270, 273, 278, 281, 293, 299, 303, 306, 309, 323, 326, 329, 330, 338, 350, 354, 359, 371, 375, 378, 386, 393, 398, 410, 411, 413, 414, 419, 426, 429, 431, 438, 441, 443, 453, 470, 473, 483, 491, 495, 509, 515, 519, 530, 531, 543, 545, 554, 558, 561, 575, 585, 593, 606, 611, 614, 615, 618, 629, 638, 639, 641, 645, 650, 651, 653, 659, 683, 686, 690, 713, 719, 723, 725, 726, 741, 743, 746, 749, 755, 761, 765, 771, 774, 779, 783, 785, 791, 803, 809, 810, 818, 831, 833, 834, 846, 866, 870, 873, 879, 891, 893, 911, 923, 930, 933, 935, 938, 939, 950, 953, 965, 974, 975, 986, 989, 993, 998…

Se conjetura que existen infinitos números de Queneau. Es un bonito reto matemático, que queda por resolver y, sorprendentemente, que procede de un poema de amor de un trovador medieval… ¿Te apetece encontrar los números de Queneau menores que 10 000? ¿Observas alguna tendencia? ¿Hay más pares? ¿Más impares? ¿Serán infinitos?

3. ¡Nunca podré terminar de leerlo!

No abandonamos a Raymond Queneau, que tuvo la idea de escribir *Cent mille milliards de poèmes* (Queneau, 1961) hojeando el libro para niñas y niños *Têtes folles*, una obra encuadernada en espiral con treinta y dos diseños de otros tantos personajes cortados en cabeza, tronco y piernas; estas tiras horizontales podían combinarse para obtener figuras humanas insólitas o cómicas.

En *Cent mille milliards de poèmes –Cien mil millardos de poemas–* su autor escribe diez sonetos, que imprime sobre diez páginas –uno por página–, las encuaderna, y recorta los catorce versos de cada uno de ellos en tiras. De esta manera, puedes abrir el libro y leer el primer verso del séptimo poema, seguido del segundo verso del décimo, del tercero del primero, etc. Son *Cien mil millardos de poemas*, porque hay diez elecciones para el primer verso, diez para el segundo y así hasta el décimo cuarto; por lo tanto son 10^{14} = 100 000×10^9 (cien mil millardos, es decir, cien billones de poemas) de posibilidades de lectura. El propio Queneau estima en el libro el tiempo que le llevaría leer este poemario: si invirtieras 45 segundos en leer un soneto y 15 segundos en cambiar las tiras, si destinaras ocho horas de lectura al día durante doscientos días en un año… precisaría un millón de siglos de lectura.

Todos los poemas obtenidos con este sistema tienen sentido porque Queneau los compone siguiendo unas determinadas reglas gramaticales que rigen cada soneto.

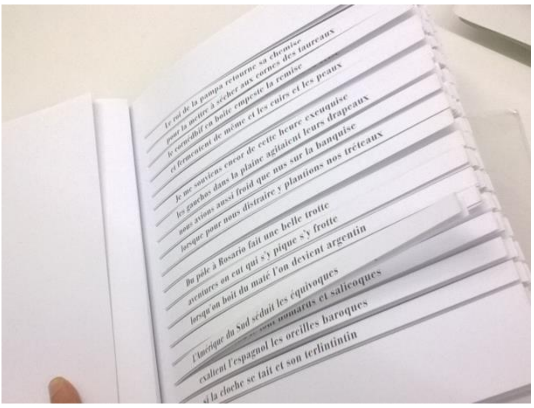

Figura 3. *Cent mille milliards de poèmes* (imagen propia).

En 2011 se publicó *Cien mil millones de poemas*. *Homenaje a Raymond Queneau* (Doce et al., 2011) en honor a *Cent mille milliards de poèmes* en el cincuenta aniversario de su edición. En este caso, diez escritores y escritoras escriben un soneto como contribución a este singular libro: Jordi Doce es el creador del modelo de rima –un soneto en alejandrinos de catorce sílabas con cesura en medio–, y todas y todos los demás sonetistas –Rafael Reig, Fernando Aramburu, Francisco Javier Irazoki, Santiago Auserón, Pilar Adón, Javier Azpeitia, Marta Agudo, Julieta Valero y Vicente Molina Foix– respetan esa rima para crear los 10^{14} poemas. Al igual que el libro de Queneau, en este poemario, cada soneto está dividido en catorce lengüetas, disposición que permite la creación de poemas en cantidad no infinita, pero desde luego imposibles de leer en una vida...

En realidad, *Cien mil millones de poemas* contiene 10^{15} sonetos –mil billones de poemas, observarás que el título es incorrecto, aunque los editores explican el motivo en el prólogo–, porque catorce tiras en blanco esperan al final del libro para que otro soneto –el último, el del lector o lectora– se escriba y aumente aún más el tiempo de lectura.

¿Cuánto tiempo de lectura se necesitaría, por cierto? ¿Puedes rehacer los cálculos de Queneau con más precisión?

4. Multiplicando matrices… de palabras

Continuamos con otra propuesta de Raymond Queneau. En (Queneau, 1966), el autor utiliza las reglas del producto de matrices para generar textos. El pequeño texto de Queneau comienza explicando cómo se multiplican dos matrices, y lo ejemplifica inmediatamente de esta manera[iii]:

$$\begin{pmatrix} \text{el} & \text{ha} & \text{al} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \text{gato} \\ \text{comido} \\ \text{ratón} \end{pmatrix} = \text{el} \times \text{gato} + \text{ha} \times \text{comido} + \text{al} \times \text{ratón}$$

Es decir, *El gato ha comido al ratón*.

Usando la misma técnica matemática, el producto siguiente:

$$\begin{pmatrix} \text{el} & \text{ha} & \text{el} \\ \text{un} & \text{ha} & \text{el} \\ \text{el} & \text{había} & \text{un} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \text{gato} & \text{ratón} & \text{león} \\ \text{comido} & \text{devorado} & \text{degustado} \\ \text{pez} & \text{queso} & \text{turista} \end{pmatrix}$$

proporciona el “texto-producto”:

> El gato ha comido el pez; el ratón ha devorado el queso; el león ha degustado el turista.
> Un gato ha comido el pez; un ratón ha devorado el queso; un león ha degustado el turista.
> El gato había comido un pez. El ratón había devorado un queso. El león había degustado un turista.

Queneau da aún otro ejemplo, un poco más complicado, para finalizar con su extraña lección de teoría de matrices:

$$\begin{pmatrix} \text{El} & 1 & \text{de} & \text{la} & \text{se} & \text{al} & \text{de} & \text{la} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \text{sol} & \text{sherpa} & \text{socorrista} & \text{sicario} \\ \text{negro} & \text{tibetano} & \text{fornido} & \text{enamorado} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ \text{melancolía} & \text{expedición} & \text{playa} & \text{marquesa} \\ \text{levantaba} & \text{aferraba} & \text{bañaba} & \text{escondía} \\ \text{final} & \text{pico} & \text{borde} & \text{lado} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ \text{autopista} & \text{montaña} & \text{costa} & \text{almena} \end{pmatrix}$$

Esta multiplicación de matrices –en el que el 1, como sabemos, no altera el producto final– se transforma entonces en:

> El sol negro de la melancolía se levantaba al final de la autopista.
> El sherpa tibetano de la expedición se aferraba al pico de la montaña.
> El socorrista fornido de la playa se bañaba al borde de la costa.
> El sicario enamorado de la marquesa se escondía al lado de la almena.

¿Te atreves a generar tus propios textos usando esta técnica? ¡Se ahorra mucha tinta!

5. Estimando, estimando… para saber cuánta comida preparar

Debajo aparece parte de una escena del acto primero de *Romeo y Julieta* de William Shakespeare (Shakespeare, 2001, p. 40):

> \- Criado: Buenos días. ¿Sabéis leer, hidalgo?
> \- Romeo: Ciertamente que sí.
> \- Criado: ¡Raro alarde! ¿Sabéis leer sin haberlo aprendido? ¿Sabréis leer lo que ahí dice?
> \- Romeo: Si el concepto es claro y la letra también.
> \- Criado: ¿De verdad? Dios os guarde.
> \- Romeo: Espera, que probaré a leerlo. “El señor Martín, y su mujer e hijas, el conde Anselmo y sus hermanas, la viuda de Viturbio, el señor Plasencio y sus sobrinas, Mercutio y su

> hermano Valentín, mi tío Capuleto con su mujer e hijas, Rosalía mi sobrina, Livia, Valencio y su primo Teobaldo, Lucía y la hermosa Elena” ¡Lucida reunión! ¿Y dónde es la fiesta?
> - Criado: Allí.

¿Podemos estimar cuantas personas acudirán a esta fiesta? Si I es el conjunto de todas las personas invitadas, es la unión –A– de las que llegan solas, –B–de las que llegan acompañadas por otra persona y –C– las que llegan acompañadas por varias personas. La siguiente tabla nos ayuda a aclarar lo que sucede:

Conjunto	Personas invitadas	Número invitadas/os
A	La viuda de Viturbio La sobrina Rosalía Livia	1 1 1
B	Mercutio y su hermano Valentín Valencio y su primo Teobaldo Lucía y la hermosa Elena	2 2 2
C	El conde Anselmo y sus hermanas El señor Plasencio y sus sobrinas El señor Martín, su mujer y sus hijas El tío Capuleto, su mujer y sus hijas	≥ 3 ≥ 3 ≥ 4 ≥ 4

I unión es disjunta de los conjuntos A, B y C. El cardinal de A es 3, el de B 6, y el de C es mayor o igual a 14. Así que, aunque no sabemos cuántos invitados acudirán a la fiesta, la cantidad mínima de asistentes a esta ‘lucida reunión’ será de 23.

Repasa todas las nociones de teoría de conjuntos introducidas en este pequeño fragmento –unión, unión disjunta, cardinal de un conjunto, etc.–, y busca otros textos en los que puedas aplicar lo aprendido.

6. Cambiando vales… ¡por biblias!

En *Las aventuras de Tom Sawyer* se puede leer el siguiente texto (Twain, 1876, cap. IV):

> Cuando llegó el momento de dar las lecciones, ninguno se las sabía bien y había que irles apuntando durante todo el trayecto. Sin embargo, fueron saliendo trabajosamente del paso, y a cada uno se le recompensaba con vales azules, en los que estaban impresos pasajes de las Escrituras. Cada vale azul era el precio de recitar dos versículos; diez vales azules equivalían a uno rojo, y podían cambiarse por uno de éstos; diez rojos equivalían a uno amarillo, y por diez vales amarillos el superintendente regalaba una Biblia, modestamente encuadernada (valía cuarenta centavos en aquellos tiempos felices), al alumno. […]
>
> Y entonces, cuando había muerto toda esperanza, Tom Sawyer se adelantó con nueve vales amarillos, nueve vales rojos y diez azules, y solicitó una Biblia. Fue un rayo cayendo de un cielo despejado. Walters no esperaba una petición semejante, de tal persona, en los próximos diez años.

¿Realmente merece Tom una Biblia? Vamos a hacer las cuentas. Si llamamos A al número de puntos amarillos, R al de puntos rojos y B al de puntos azules, los puntos que tiene Tom son justamente 9A + 9R + 10B. Y como: 1A = 10R= 100B, Tom tiene realmente:

900B + 90B + 10B = 1 000B = 10 A = 1 biblia.

¡Una cuenta muy bien hecha! ¡Busca otros textos con operaciones similares!

7. Calculando distancias… contando postes

La siguiente cita pertenece al relato *Estrella de Plata* (Conan Doyle, 2010, p. 2):

> Y así fue como, una hora más tarde aproximadamente, me encontraba en la esquina de un compartimento de primera, *en route* hacia Exeter a toda velocidad, mientras Sherlock Holmes, con su rostro aguileño e inquieto enmarcado por el gorro de viaje con orejeras, se sumía en el montón de nuevos periódicos que se había procurado en Paddington. Lejos quedaba ya Reading, cuando dejó el último a un lado y me ofreció la petaca.
>
> - Vamos bien –dijo–. La velocidad es de cincuenta y tres millas y media por hora.
>
> - No me he fijado en los indicadores de distancia –dije.
>
> - Yo tampoco, pero en esta línea los postes de telégrafos están situados cada sesenta yardas; lo demás es un cálculo fácil. Supongo que usted habrá pensado ya sobre este asunto del asesinato de John Straker y la desaparición del *Estrella de Plata*.
>
> - He leído lo que viene en el *Telegraph* y el *Chronicle*.
>
> - Es este uno de esos casos en los que el pensador debiera aplicar su ingenio más al examen de los detalles que a la adquisición de nuevas pruebas. La tragedia ha sido tan insólita, tan completa y tiene tal importancia personal para tanta gente, que padecemos una avalancha de suposiciones, conjeturas e hipótesis. La dificultad estriba en deslindar los hechos, los hechos absolutos e innegables, de los aderezos que aportan los teóricos y los periodistas. Partiendo de esta sólida base, nuestra obligación es ver qué conclusiones podemos sacar y cuáles son los puntos especiales sobre los que gira todo el misterio.

Una pregunta razonable, tras leer este texto, podría ser: ¿cuántos postes ha contado Holmes en esa hora de recorrido? Hagamos la cuenta: la distancia entre los postes es de 60 yardas y en una hora han recorrido 53,5 millas, es decir –1 milla equivale a 1 760 yardas– 94 160 yardas. Esto significa que Holmes ha contado unos 1 569 postes (94 160 = 1 569 x 60 + 20) en la hora que llevaban en el tren... o 523 en 20 minutos...

Además de hacer el cálculo anterior, podríamos preguntarnos: ¿cuántos metros equivalen a una milla?, ¿por qué se usan estas unidades en Gran Bretaña?, ¿cuál es la definición actual de ‘metro’? Las respuestas a todas estas preguntas forman parte de la apasionante historia de la metrología.

8. Geometría perfecta

En *La muy horrible vida del gran Gargantúa, padre de Pantagruel* de François Rabelais, Gargantúa funda la abadía de Thelema para su amigo el monje, edificio ‘que no tiene muros para evitar murmullos, envidias y conspiraciones’. La abadía está inscrita en un hexágono formado por seis torres (Rabelais, 2015, p. 234-235):

> La construcción se realizó a base de figuras hexagonales, de modo que en cada ángulo se levantó una gran torre redonda de sesenta pasos de diámetro, siendo en grosor y aspecto iguales las unas a las otras. El río Loira corría del lado del septentrión y, al borde de su ribera, se asentaba una de las torres, llamada Ártica; en dirección al Oriente había otra, llamada de Calaire; la siguiente, Anatolia; la siguiente, Mesembrina; la siguiente, Hesperia; y la última, Cryera. Entre cada torre

> había un espacio de trescientos doce pasos. La construcción era de seis pisos, contando el de las cavas entre ellos, aunque estaba construido bajo tierra. El segundo aparecía abovedado, con tirantes en forma de asa de cesto, y a los restantes los habían estucado con yeso de Flandes, dándoles forma de culo de lámpara en la parte central de cada uno. La techumbre, recubierta de fina pizarra, se remataba con pequeñas figurillas de plomo, representando hombres y animales, todo bien dorado y acabado; los canalones que sobresalían de la muralla, entre las ventanas, iban adornados con un dibujo diagonal, en oro y azur, hasta llegar a tierra, dando allí en unos grandes desagües que, por debajo de la construcción, llegaban hasta el río. [...] Entre las torres, y en medio de cada cuerpo, había una escalera de caracol con sus rellanos, cuyos escalones eran: unos, de pórfido, otros, de piedra numídica, y otros de mármol veteado, teniendo veintidós pies de ancho cada uno; [...]. Desde la torre Ártica hasta Cryera se alineaban hermosas y grandes estanterías, con libros en griego, latín, hebreo, francés, toscano y español, situados en los distintos pisos según las lenguas. En el centro había otra maravillosa escalera de caracol, a la que se accedía por la parte exterior del edificio, atravesando un arco de seis toesas de ancho; estando construida con tal capacidad y simetría que podían subir por ella hasta el piso más alto seis caballeros, uno al lado del otro, armados con sus lanzas. Desde la torre Anatolia hasta la Mesembrina había unas soberbias y amplias galerías, enteramente decoradas con pinturas que representaban las antiguas historias y proezas, así como diversas descripciones del mundo. [...] Los alojamientos de las damas iban desde la torre Ártica hasta la puerta Mesembrina, ocupando los hombres todo el resto.

Esta detallada descripción puede motivar diferentes preguntas sobre la abadía. Por ejemplo, ¿qué distancia separa –a vuelo de pájaro– la torre Ártica de la Mesembrina? Vamos a releer con calma el texto y pensar un poco: según narra Rabelais, la situación de las torres es la de la figura 4, donde denotamos A a la torre Ártica, B a la Calaire, C a la Anatolia, D a la Mesembrina, E a la Hesperia y F a la Cryera.

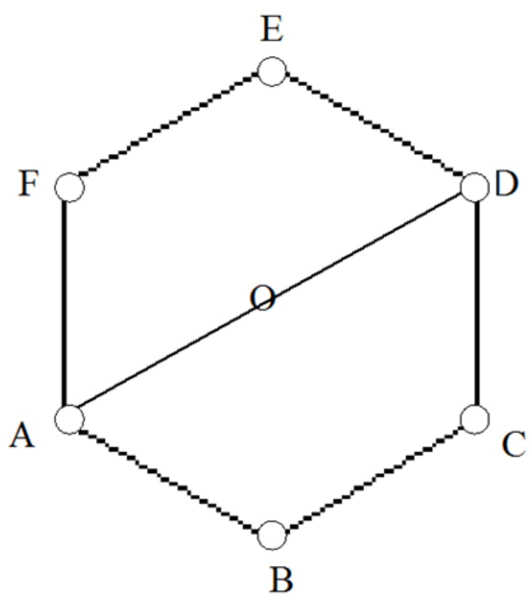

Figura 4. Configuración de la abadía.

La distancia AB es la suma del radio de la torre Ártica, de la distancia entre ambas torres y del radio de la torre Calaire, es decir, 372 pasos (30 + 312 + 30 pasos). Según el texto, todas las torres son similares y distan lo mismo entre dos consecutivas, con lo que el hexágono que forman es regular y se puede inscribir en un círculo de centro O, de radio OA con longitud AB –el lado de un hexágono regular coincide con el radio del círculo en el que está inscrito–. Así las torres Ártica y Mesembrina distan 684 pasos: el diámetro del círculo 744 menos dos veces los 30 pasos correspondientes al radio de cada torre.

¿Puedes plantear más problemas geométricos relacionados con esta abadía de tan especial forma?

8. Matemáticas retorcidas… topología “de Möbius”

En (Oulipo, 1973, p.265-271), Luc Étienne propone diversos ‘poemas con metamorfosis para bandas de Möbius’, en las que experimenta con textos que se transforman radicalmente tras aplicarles diversas transformaciones.

En el ejemplo que vamos a dar, Étienne utiliza las siguientes dos propiedades de la banda de Möbius: se trata de una superficie con una única cara y además es no orientable[iv].

Para ello hay que seguir las instrucciones que explica cuidadosamente:

En la primera cara de una banda de papel rectangular (al menos 10 veces más larga que ancha) se escribe la mitad de la poesía[v]:

Trabajar, trabajar sin cesar,
para mi es obligación
no puedo flaquear
pues amo mi profesión...

Se gira esta tira de papel sobre su lado más largo (es esencial), y se escribe la segunda mitad del poema:

Es realmente un tostón
perder el tiempo,
y grande es mi sufrimiento,
cuando estoy de vacación.

El autor explica a continuación que debe pegarse esta tira por los dos lados más cortos girando uno de ellos 180 grados antes de realizar la operación. Como esperábamos, hemos obtenido una banda de Möbius.

Figura 3. El poema final (imagen propia).

Y sobre esa banda de Möbius puede leerse ahora un problema sobre una única cara:

Trabajar, trabajar sin cesar, es realmente un tostón
para mi es obligación perder el tiempo
no puedo flaquear y grande es mi sufrimiento,
pues amo mi profesión... cuando estoy de vacación.

¡Dos poesías de personas adictas al trabajo, se convierten al leerlas sobre una banda de Möbius en un único poema, que es la consigna de un haragán! Piensa un poco en lo que ha sucedido, en la manera que hemos leído finalmente cada verso.

Las personas que nos dedicamos a la topología bromeamos, al argumentar que el cambio se ha producido porque la banda de Möbius… ¡es no orientable!

¿Te animas a crear otros poemas de Möbius? Recuerda un poquito sus propiedades –nunca está de más estudiar un poco de topología–, experimenta… y sobre todo disfruta, ¡leyendo y haciendo matemáticas!

Bibliografía

Arellano, C., Munárriz J. y Rhei S. (2011). *Sextinas. Pasado y presente de una forma poética*. Madrid: Hiperión.

Conan Doyle, A. (2010). *Estrella de Plata* en *Las memorias de Sherlock Holmes*. Biblioteca Virtual Universal. En http://www.biblioteca.org.ar/libros/88738.pdf

Doce, J. et al. (2011). *Cien mil millones de poemas*. *Homenaje a Raymond Queneau*. Madrid: Demipage.

Dumas, J-G. (2008). Caractérisation des quenines et leur représentation spirale. *Mathematics and Social Sciences*, 184 (4), 9-23.

Oulipo. (1988). *Atlas de littérature potentielle*. Paris. Gallimard.Gallimard

Queneau, R. (1961). *Cent mille milliards de poèmes*. Paris. Gallimard.

Queneau, R. (1966). *Meccano, ou l'Analyse matricielle du langage*. Milan, Tosi e Bellasich.

Rabelais, F. (2015). *La muy horrible vida del gran Gargantúa, padre de Pantagruel*. Barleona: Acantilado.

Roubaud, J. (2003). N-ine, autrement dit quenine (encore). *La bibliothèque oulipienne VI*, Le Castor Astral : Paris

Shakespeare, W. (2001). *Romeo y Julieta*. Biblioteca Virtual Universal. En http://www.biblioteca.org.ar/libros/88738.pdf

Twain, M. (1876). *Las aventuras de Tom Sawyer*. Wikisource. En https://es.wikisource.org/wiki/Las_aventuras_de_Tom_Sawyer

Marta Macho Stadler. Universidad del País Vasco (UPV/EHU) en Leioa (Bizkaia). Nacida en Bilbao (1962). Doctora en Matemáticas por la Universidad Claude Bernard de Lyon (Francia). Profesora del Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencia y Tecnología (UPV/EHU). Editora del blog *Mujeres con ciencia* de la Cátedra de Cultura Científica de la UPV/EHU. Responsable de las secciones de Literatura y Teatro del portal DivulgaMAT. Medalla de la Real Sociedad Matemática Española en 2015. Premio Emakunde 2016.
Email: marta.macho@ehu.eus

[i] Consultada online en: http://dle.rae.es/

[ii] Puede leerse su traducción al castellano en: https://es.wikipedia.org/wiki/Arnaut_Daniel

[iii] Las traducciones son de la autora del texto.

[iv] Para saber un poco más sobre la banda de Möbius, puede leerse, por ejemplo: Macho Stadler, M. (2009). *Listing, Möbius y su famosa banda*. En *Un Paseo por la Geometría* 2008/2009, 59-78. En: http://www.ehu.eus/~mtwmastm/PG-08-09-Macho.pdf

[v] Las traducciones son de la autora del texto.