NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 99, noviembre de 2018, páginas 173-201

Cincuenta artículos y una aventura increíble
(Problemas Comentados L)

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz (Club Matemático[1])

Resumen Comprender, pensar, ejecutar y responder son cuatro pasos básicos en la resolución de problemas. Algunos problemas y ejercicios son resueltos paso a paso, y otros propuestos, permiten profundizar en estrategias para la resolución de problemas. Este es nuestro artículo 50º, en el 40 aniversario de la creación de la Sociedad Canaria Isaac Newton de Profesores de Matemáticas. También presentamos los ejercicios y problemas propuestos en las dos fases de los Torneos de Matemáticas (Primaria y Secundaria) convocados por la Sociedad

Palabras clave Pasos en resolución de problemas. Estrategias para resolver problemas. Métodos de resolución de problemas. Problemas y ejercicios para Primaria y Secundaria.Torneos de Matemáticas (Primaria y Secundaria)

Abstract Understanding, thinking, executing and responding are four basic steps in problem solving. Some problems and exercises are solved step by step, and others proposed, allow to deepen strategies for solving problems. This is our 50th article, on the 40th anniversary of the creation of the Isaac Newton Canary Society of Mathematics Teachers. We also present the exercises and problems proposed in the two phases of the Mathematics Tournaments (Primary and Secondary) convened by the Society

Keywords Steps in solving problems. Strategies to solve problems. Problem solving methods. Problems and exercises for Primary and Secondary.Mathematics Tournaments (Primary and Secondary)

Con el título de **LOS NUEVOS RETOS** propusimos a nuestros lectores algunos problemas para que los resolviesen durante el verano.

Estas son las soluciones que nosotros hemos encontrado.

Fechas mágicas

El 11 de septiembre de 1999 fue una fecha mágica ya que al escribirlo en la forma "11.9.99", el producto de los dos primeros números es igual al tercer número: 11 x 9 = 99.

Indicad qué otras fechas mágicas han ocurrido desde 1978, año de la fundación de la Sociedad Canaria "Isaac Newton" de Profesores de

---

[1]**El Club Matemático** está formado por los profesores **José Antonio Rupérez Padrón** y **Manuel García Déniz**, jubilados del IES de Canarias-Cabrera Pinto (La Laguna) y del IES Tomás de Iriarte (Santa Cruz de Tenerife), respectivamente.jaruperez@gmail.com / mgarciadeniz@gmail.com

Matemáticas, hasta el año 2000.
¿Y desde el año 2000 hasta hoy?
Explicad cómo habéis hecho para encontrar todas estas fechas.

Proceso de Resolución

Fase I. Comprender

Datos.El 11 de septiembre de 1999 fue una fecha mágica: al escribirlo en la forma "11.9.99", el producto de los dos primeros números es igual al tercer número: 11 x 9 = 99.

Objetivo.Buscar otras fechas mágicas desde 1978 hasta el año 2000.Buscar las habidas desde el año 2000 hasta hoy.

Relación.Las dos cifras últimas del año es múltiplo de las correspondientes al día y al mes.

Diagrama.Tabla.

Fase II. Pensar

Estrategias.

- ENSAYO Y ERROR
- ORGANIZAR LA INFORMACIÓN

Fase III. Ejecutar

Después de entender en qué consiste una "fecha mágica" se podría tratar de encontrar alguna otra fecha mágica mediante un Ensayo y Error no organizado.Esto podría permitir encontrar algunas fechas por parte de los alumnos, pero en ningún caso permitiría encontrar todas las fechas de esas características.

Sería mejor utilizar la de Organizar la Información, mediante la búsqueda de un método que permita preparar un inventario sistemático de fechas mágicas partiendo de la descomposición en factores de los números desde 78 a 99 en productos cuyos factores sean, el primero, de 1 a 28, 29, 30 o 31 días (según el mes de que se trate), y, el segundo, 1 a 12 meses. Así un mes 2 nos limita los días a 28 o 29; los meses 4, 6, 9 y 11, a 30; y los meses 1, 3, 5, 7, 8, 10 y 12, a 31.

Podemos también analizar los factores que tiene cada año de los intervalos pedidos y luego compararlo con las limitaciones del párrafo anterior. Así nos ahorramos filas de valores en la tabla.

78 = 2 · 3 · 13	80 = 2 · 2 · 2 · 2 · 5	81 = 3 · 3 · 3 · 3	82 = 2 · 42	84 = 2 · 2 · 3 · 7
85 = 5 · 13	86 = 2 · 43	87 = 3 · 29	88 = 2 · 2 · 2 · 11	90 = 2 · 3 · 3 · 5
Etc.				

Vemos que para 78 tenemos dos posibles resultados: 6 · 13 y 3 · 26, ya que el tercer producto: 2 · 39 no sería un resultado válido.

Excluiríamos los años que sean primos, y mayores que 12, ya que no pueden ser descompuestos en factores adecuados. Sí tendremos en cuenta aquellos productos que sean correctos también cuando se invierta el orden de los factores.Y, claro está, la posibilidad de que para cada año pueda haber varias descomposiciones posibles y válidas.Al finalizar la exploración todos los productos deberán ser escritos como fechas del calendario.

Utilizaremos unas tablas para realizar una investigación sistemática, en las que hemos coloreado las filas por años y así resultan más alegres y distinguibles.

Año	Factores		Fecha	Nº
	Día	Mes		
78	13	6	13 de junio de 1978	1
78	26	3	26 de marzo de 1978	2
79	primo			
80	16	5	16 de mayo de 1980	3
80	8	10	8 de octubre de 1980	4
80	10	8	10 de agosto de 1980	5
80	20	4	20 de abril de 1980	6
81	9	9	9 de septiembre de 1981	7
81	27	3	27 de marzo de 1981	8
82	41(no válida)	2		
83	primo			
84	21	4	21 de abril de 1984	9
85	13	5	13 de mayo de 1985	10
86	43(no válida)	2		
87	29	3	29 de marzo de 1987	11
88	8	11	8 de noviembre de 1988	12
88	11	8	11 de agosto de 1988	13
88	22	4	22 de abril de 1988	14
89	primo			
90	30	3	30 de marzo de 1990	15
90	18	5	18 de mayo de 1990	16
90	15	6	15 de junio de 1990	17
90	9	10	9 de octubre de 1990	18
90	10	9	10 de septiembre de 1990	19
91	13	7	13 de julio de 1991	20
92	23	4	23 de abril de 1992	21
93	31	3	31 de marzo de 1993	22
94	47(no válida)	2		
95	19	5	19 de mayo de 1995	23
96	24	4	24 de abril de 1996	24
96	16	6	16 de junio de 1996	25
96	12	8	12 de agosto de 1996	26
96	8	12	8 de diciembre de 1996	27
97	primo			
98	14	7	14 de julio de 1998	28
99	11	9	11 de septiembre de 1999	29
99	9	11	9 de noviembre de 1999	30

Encontramos 30 fechas posibles.

Igualmente procederemos para el 2000 en adelante.

Lo vemos en la siguiente tabla:

Año	Producto		Fecha	Nº
	Dia	Mes		
01	1	1	1 de enero de 2001	1
02	1	2	1 de febrero de 2002	2
02	2	1	2 de enero de 2002	3
03	1	3	1 de marzo de 2003	4
03	3	1	3 de enero de 2003	5
04	1	4	1 de abril de 2004	6
04	4	1	4 de enero de 2004	7
04	2	2	2 de febrero de 2004	8
05	1	5	1 de mayo de 2005	9
05	5	1	5 de enero de 2005	10
06	1	6	1 de junio de 2006	11
06	6	1	6 de enero de 2006	12
06	2	3	2 de marzo de 2006	13
06	3	2	3 de febrero de 2006	14
07	1	7	1 de julio de 2007	15
07	7	1	7 de enero de 2007	16
08	1	8	1 de agosto de 2008	17
08	8	1	8 de enero de 2008	18
08	2	4	2 de abril de 2008	19
08	4	2	4 de febrero de 2008	20
09	1	9	1 de septiembre de 2009	21
09	9	1	9 de enero de 2009	22
09	3	3	3 de marzo de 2009	23
10	1	10	1 de octubre de 2010	24
10	10	1	10 de enero de 2010	25
10	2	5	2 de mayo de 2010	26
10	5	2	5 de febrero de 2010	27
11	1	11	1 de noviembre de 2011	28
11	11	1	11 de enero de 2011	29
12	1	12	1 de diciembre de 2012	30
12	12	1	12 de enero de 2012	31
12	2	6	2 de junio de 2012	32
12	6	2	6 de febrero de 2012	33
12	3	4	3 de abril de 2012	34
12	4	3	4 de marzo de 2012	35
13	13	1	13 de enero de 2013	36
14	2	7	2 de julio de 2014	37
14	7	2	7 de febrero de 2014	38
15	3	5	3 de mayo de 2015	39
15	5	3	5 de marzo de 2015	40
16	2	8	2 de agosto de 2016	41
16	8	2	8 de febrero de 2016	42
16	4	4	4 de abril de 2016	43
17	17	1	17 de enero de 2013	44
18	2	9	2 de septiembre de 2018	45
18	9	2	9 de febrero de 2018	46
18	3	6	3 de junio de 2018	47
18	6	3	6 de marzo de 2018	48

Y aquí encontramos otras 48 fechas válidas.

Solución: Desde 1978 hasta el 2000 hay 30 fechas mágicas. Desde el 2000 hasta 2018 hay 48 fechas mágicas.

Fase IV. Responder

Comprobación. La exhaustividad desarrollada en la elaboración de las tablas nos permite asegurar la corrección de las fechas y la garantía de que están todas las posibles.

Análisis Solución múltiple.

Respuesta:

Desde 1978, año de la fundación de la Sociedad Canaria "Isaac Newton" de Profesores de Matemáticas, hasta el año 2000 han sucedido 30 fechas mágicas.Desde el año 2000 hasta hoy han sucedido 48 fechas mágicas.

Este problema obedece a una realidad importante para nuestra sociedad. Aunque la reunión fundacional y los primeros pasos habían sido dados con anterioridad, de manera legal la Sociedad Canaria "Isaac Newton" de Profesores de Matemáticas existe desde el día 20 de septiembre de 1978, por lo que está cumpliendo los cuarenta años de existencia. Cuarenta años de lucha incansable por la mejora de la educación matemática desde todos los frentes posibles, de lucha apasionada por una matemática disfrutada por nuestros alumnos en las aulas y fuera de ellas.

Y esto va a seguir. Nuevas generaciones de profesores vienen a ocupar el puesto de aquellos que, desgraciadamente, ya no están y a empujar con los que aún resisten.

Tiempo de vendimia

En los viñedos del señor Brunello, un día de vendimia, con los racimos cosechados se llenan 18 cestas grandes y 13 medianas. Para el transporte a la bodega, el señor Brunello tiene tres tractores:
- El tractor A puede llevar cargas completas de tres cestas grandes y dos medianas;
- El tractor B puede llevar, a plena carga, dos cestas grandes y una mediana;
- El tractor C puede llevar, a plena carga, una cesta grande y una mediana.
Ese día, el señor Brunello utilizó al menos una vez, todos sus tractores y con la carga completa.
¿Cuántos viajes habría podido hacer el señor Brunello para llevar con cada uno de sus tractores todas las cestas a la bodega?
Describa todos los viajes posibles y explique cómo los encontró.

Proceso de Resolución

Fase I. Comprender

Datos.Un viñedo.Se llenan 18 cestas grandes (G) y 13 medianas (M).

Para el transporte hay tres tractores.

- El tractor A puede llevar cargas completas de tres cestas grandes y dos medianas;
- El tractor B puede llevar, a plena carga, dos cestas grandes y una mediana;
- El tractor C puede llevar, a plena carga, una cesta grande y una mediana.

<u>Objetivo.</u> Cuántos viajes ha podido hacer para llevar con cada uno de sus tractores todas las cestas.Describir todos los viajes posibles.

<u>Relación.</u> Se utilizó, al menos una vez, todos sus tractores y con la carga completa. Juntando la carga de los distintos tractores utilizados debe completarse la cosecha total.

<u>Diagrama.</u> Una tabla

Fase II. Pensar

Si utiliza al menos una vez todos sus tractores, estos cargaron 6 G y 4 M, por lo que nos centramos en ver cómo transportar el resto de cestas: 18 – 6 = 12 G y 13 – 4 = 9 G.

Observemos que 12 y 9 son proporcionales a 4 y 3, así como debemos tener en cuenta sus factorizaciones antes de continuar con la estrategia.

<u>Estrategia</u>

- ORGANIZAR LA INFORMACIÓN de manera sistemática y exhaustiva

Fase III. Ejecutar

Construiremos una tabla que recoja los distintos aspectos de la estructura del problema, pudiendo ser sencilla como esta:

A	3 G + 2 M	B	2 G + 1 M	C	1 G + 1 M	Total	12 G + 9 M

O algo más elaborada, como esta otra:

Caso	**A**	3 G + 2 M		**B**	2 G + 1 M		**C**	1 G + 1 M		Totales		**12 G + 9 M**
		3 G	2 M		2 G	1 M		1 G	1 M	Viajes	Cestas	**Comentario**

Para llenar la tabla tendremos primero que tomar una decisión: ¿por dónde empezamos? Siempre utilizando el tractor que me permita pensar de una manera más sencilla. Y luego transformar el resto utilizando los otros dos.

Por ejemplo, si decidimos empezar llevando todo lo posible con el tractor A, tendremos que en 4 viajes puede llevar 4 x 3 = 12 cestas G y 4 x 2 = 8 cestas M.

A	3 G + 2 M	B	2 G + 1 M	C	1 G + 1 M	Total	18 G + 13 M
4	12 + 8					12 + 9	Sobra 1 M

Pero vamos a continuar con la tabla más elaborada.

Caso	A	3 G + 2 M		B	2 G + 1 M		C	1 G + 1 M		Totales		12 G + 9 M
		3 G	2 M		2 G	1 M		1 G	1 M	Viajes	Cestas	Comentario
1	4	12	8	0	0	0	0	0	0	4	12 G + 8 M	Falta 1 M

Sólo nos queda una cesta mediana por transportar. Eso no completa un viaje en ninguno de los tractores (ha de ser con carga completa).Por tanto, hemos de ir quitando viajes del tractor A y cambiándolos por viajes de B oC.

Si quitamos un viaje de A, sólo hará 3 viajes (9 G + 6 M) y sobran 3 G + 3 M, que pueden ser transportados en tres viajes del tractor C.

Caso	A	3 G + 2 M		B	2 G + 1 M		C	1 G + 1 M		Totales		12 G + 9 M
		3 G	2 M		2 G	1 M		1 G	1 M	Viajes	Cestas	Comentario
1	4	12	8	0	0	0	0	0	0	4	12 G + 8 M	Falta 1 M
2	3	9	6	0	0	0	3	3	3	6	12 G + 9 M	COMPLETO

Y no es posible hacerlo con el tractor B ni combinando el B con el C.Seguiremos con el mismo procedimiento, de manera ordenada y sistemática, para no dejarnos atrás ninguna posibilidad (exhaustividad).

Haciéndolo de una manera sistemática, podemos comenzar con el máximo de viajes del tractor A, sin uso de los tractores B y C, luego vamos disminuyendo los viajes de A y aumentando los de B y de C manteniendo uno de ellos fijo y variando el otro, no relacionando los valores que claramente sobrepasan el total o son deficitarios. Así comprobamos que en el caso 3 faltaría por transportar una cesta mediana y en el caso 4 sobraría una cesta grande.

Con2 viajes del A, sobran 6 G y 5 M. ¿Cómo los podemos transportar con los tractores B y/o C? Solamente con un viaje del tractor B y cuatro del tractor C: 2 G + 1 M y 4 G + 4 M → 6 G + 5 M, lo que comprobamos al calcular sistemáticamente en los casos 5 al 8.

Con un poco de cuidado es posible el ir rellenando la tabla y encontrando las soluciones. Luego haremos los comentarios y conclusiones pertinentes con el alumnado, sobre los resultados obtenidos.

Caso	A	3 G + 2 M		B	2 G + 1 M		C	1 G + 1 M		Totales		12 G + 9 M
		3 G	2 M		2 G	1 M		1 G	1 M	Viajes	Cestas	Comentario
1	4	12	8	0	0	0	0	0	0	4	12 G + 8 M	Falta 1 M
2	3	9	6	0	0	0	3	3	3	6	12 G + 9 M	COMPLETO
3	3	9	6	1	2	1	1	1	1	5	12 G + 8 M	Falta 1 M
4	3	9	6	2	4	2	0	0	0	6	13 G + 9 M	Sobra 1 G
5	2	6	4	0	0	0	6	6	6	8	12 G + 10 M	Sobran 2 M
6	2	6	4	1	2	1	4	4	4	7	12 G + 9 M	COMPLETO
7	2	6	4	2	4	2	2	2	2	6	12 G + 8 M	Falta 1 M
8	2	6	4	3	6	3	0	0	0	5	12 G + 7 M	Faltan 2 M
9	1	3	2	0	0	0	9	9	9	10	12 G + 11 M	Sobran 3 M
10	1	3	2	1	2	1	7	7	7	9	12 G + 10 M	Sobran 2 M
11	1	3	2	2	4	2	5	5	5	8	12 G + 9 M	COMPLETO
12	1	3	2	3	6	3	3	3	3	7	12 G + 8 M	Falta 1 M
13	1	3	2	4	8	4	1	1	1	6	12 G + 7 M	Faltan 2 M

14	**0**	0	0	**0**	0	0	**12**	12	12	**12**	12 G + 12 M	**Sobran 3 M**
15	**0**	0	0	**1**	2	1	**10**	10	10	**11**	12 G + 11 M	**Sobran 2 M**
16	**0**	0	0	**2**	4	2	**8**	8	8	**10**	12 G + 10 M	**Sobran 2 M**
17	**0**	0	0	**3**	6	3	**6**	6	6	**9**	12 G + 9 M	**COMPLETO**
18	**0**	0	0	**4**	8	4	**4**	4	4	**8**	12 G + 8 M	**Falta 1 M**

Comentarios:

Si pretendemos dar más viajes con el tractor B, entonces quedará siempre diferente cantidad de cestas grandes y de cestas medianas lo que impide el uso del tractor C. Por eso conviene disminuir el número de viajes del tractor A, luego mantener B e ir variando C.

Se observa un patrón claro de crecimiento de los viajes del tractor B de manera simultánea a un decrecimiento de los viajes del tractor C.

Una conclusión evidente es que con un tractor solo no se puede llevar la cosecha a la bodega. Siempre se necesitan dos o tres tractores. Como observación que puede provenir de los alumnos, están la relativa a la regularidad que se aprecia en algunas de las columnas, profundizando luego en el porqué. En la primera columna, la que numera los casos tenemos el número de casos que estudiamos; en la columna A el número de cestas se repite, en la B aumenta de 1 en 1 y en la C disminuyen de 2 en 2.

Solución.Hay cuatro maneras diferentes de llevar la cosecha a la bodega cumpliendo las condiciones.

Fase IV. Responder

Comprobación. Verificar, de nuevo, que los cálculos realizados para cada caso son correctos.

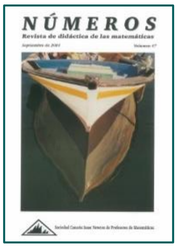
Análisis. Solución múltiple. Todas válidas pero económicamente diferentes. Un análisis de las circunstancias económicas y laborales (tiempo, coste, número total de viajes, etc.) podría servir para decidirse por una al ser mejor que las otras.

Respuesta

Hay cuatro maneras diferentes de utilizar los tractores:

4 viajes con el tractor A, 1 con el B, 4 con el C. En total 9 viajes. (3, 0, 3)
3 viajes con el tractor A, 2 con el B, 5 con el C. En total 10 viajes. (2, 1, 4)
2 viajes con el tractor A, 3 con el B, 6 con el C. En total 11 viajes. (1,2, 5)
1 viaje con el tractor A, 4 con el B, 7 con el C. En total 12 viajes. (0, 3, 6)

Para nosotros el ejemplar de la revista que estás leyendo es también una celebración. Este artículo de la sección Problemas Comentados es el número 50 (L) desde que la empezamos en septiembre del 2001 (NÚMEROS 47).



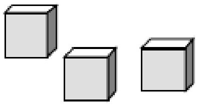
¡Quién lo iba a decir!

Hemos contado con el beneplácito de los diferentes directores de la revista y Juntas Directivas de la Sociedad, esperamos, también con la confianza de nuestros lectores. Hemos echado de menos más cartas, comentarios o resoluciones por parte de ustedes. Pero mientras sigamos teniendo la confianza de nuestro Director ahí estaremos puntualmente. Es nuestra intención el publicar la colección de problemas con sus orientaciones y soluciones en un futuro próximo para que ustedes lo aprovechen en su diario quehacer didáctico.

Naturalmente, también están los artículos de la sección de Juegos y los que hemos publicado de forma independiente, fuera de las secciones. Pero esa es otra historia. La dejamos para cuando cumplamos los 100.

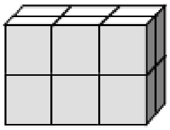
Recordarán también que les propusimos resolver los problemas del **TORNEOS DE PRIMARIA 2018.** Comprueben que sus soluciones coinciden con las nuestras.

1.- Construcción de ladrillos

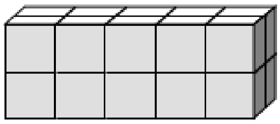


Dispones de 150 cubos, todos de este tipo:
Con la ayuda de estos cubos, debes construir ladrillos de uno u otro de estos dos modelos:

Modelo MINI



Modelo MAXI



Hay que probar a utilizar el mayor número posible de tus 150 cubos.
¿Cuántos ladrillos completos de cada modelo deberías construir para que te sobren los menos cubos posibles sin utilizar?
Explica tus respuestas e indica cuántos cubos te quedan sin utilizar.

Proceso de Resolución

Fase I. Comprender

Datos. 150 cubos. Dos tipos de ladrillos: con 12 cubos o con 20 cubos

Objetivo. Cuántos ladrillos completos de cada modelo deberías construir para que te sobren los menos cubos posibles sin utilizar

relación. El total de cubos utilizados entre los dos modelos ha de ser igual o inferior a 150

Diagrama. Una tabla sistemática

Fase II. Pensar

Estrategias. ENSAYO Y ERRORORGANIZAR LA información

Factorizaciones:

150 = 2 x 3 x 5 x 5 20 = 2 x 2 x 5 12 = 2 x 2 x 3

Luego no es posible con un solo modelo consumir los 150 ladrillos (en un modelo no aparece el factor 5 y en el otro no aparece el factor 3); pero tampoco combinándolos en ambos modelos pues dividiendo 150 entre 20 nos deja un resto no divisible por 12, y dividiéndolo por 12 nos deja un resto no divisible por 20, como era de esperar.

150/20 = 7 (resto 10)   150/12 = 12 (resto 6)

Fase III. Ejecutar

Por ensayo y error se puede encontrar alguna solución, pero es difícil encontrarlas todas.

Es mucho más interesante organizar la información de manera sistemática y exhaustiva, mediante el uso de una tabla.

MAXI (M)	**Cubos usados (M x 20)**	**MINI (m)**	**Cubos usados (m x 12)**	**Total**	**Sobran**
A	A x 20	B	B x 12	suma	resta

Empezamos a probar a partir de la formación de la mayor cantidad posible de ladrillos.

Maxi: 20x7 = 140 (restan10)   mini: 12x12 = 144 (restan 6)

MAXI (M)	**Cubos usados (M x 20)**	**MINI (m)**	**Cubos usados (m x 12)**	**Total**	**Sobran**
7	7 · 20 = 140	0	0	140	10

Prosiguiendo el proceso y disminuyendo de 1 en 1 la cantidad de ladrillos MAXI y aumentando progresivamente la cantidad de ladrillos MINI rellenamos toda la tabla.

MAXI	Cubos usados	Sobran	MINI	Cubos usados	Total	Sobran
7	7 x 20 = 140	10	0	0	140	10
6	6 x 20 = 120	30	2	2 x 12 = 24	144	6
5	5 x 20 = 100	50	4	4 x 12 = 48	148	**2**
4	4 x 20 = 80	70	5	5 x 12 = 60	140	10
3	3 x 20 = 60	90	7	7 x 12 = 84	144	6
2	2 x 20 = 40	110	9	9 x 12 = 108	148	**2**
1	1 x 20 = 20	130	10	10 x 12 = 120	140	10
0	0	150	12	12 x 12 = 144	144	6

Encontramos dos soluciones donde sobra una cantidad mínima de ladrillos.

También podemos tabular las cantidades de cubos necesarios para construir entre 1 y el máximo de ladrillos de cada clase y ver, cogiendo un valor de cada fila, cuando logramos sumas lo más cercanas posibles a 150. Es un método más breve.

	Nº ladrillos		**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**
Nº cubos	MINI x 12		12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156
	MAXI x 20		20	40	60	80	100	120	140	160					

De esta manera vemos que las soluciones son las mismas que por el razonamiento anterior, menos mecánica y que precisa un mayor análisis.

Solución.5 MAXI y 4 MINI o 2 MAXI y 9 MINI

Fase IV. Responder

Comprobación. Las tablas nos permiten la comprobación directa y, además, la seguridad de que no hay otras.

Análisis. Dos soluciones, ambas coherentes, correctas y posibles.

Respuesta:

Para que sobren los menos cubos posibles sin utilizar, debemos construir 5 ladrillos MAXI y 4 ladrillos MINI, o bien, 2 ladrillos MAXI y 9 ladrillos MINI, sobrando en ambos casos 2 cubos solamente sin utilizar.

2.- La partida de cartas

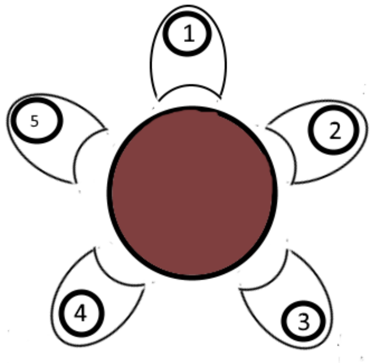
Cinco personas juegan a las cartas, en una mesa redonda.
La señora Díaz está sentada entre el señor Núñez y la señora Pérez.
Francisco está sentado entre Juan y la señora López.
El señor Núñez está entre Francisco y María.
Alicia tiene al señor Ramos a su izquierda y la señora Pérez a su derecha.
Le toca jugar a Luisa.
Colocar las cinco personas alrededor de la mesa y anotad para cada uno su nombre y su apellido.

Proceso de Resolución

Fase I. Comprender

Datos

- Nombres de señores: Francisco, Juan;
- Nombres de de señoras: María, Alicia, Luisa.
- Apellidos de señores: Ramos, Núñez;
- Apellidos de señoras: Pérez, López y Díaz.
- Género de los jugadores: hombres y mujeres.
- Una mesa redonda



Objetivo. Colocar las cinco personas alrededor de la mesa y anotad para cada uno su nombre y su apellido.

Relación. Las cinco relaciones:

1. La señora Díaz está sentada entre el señor Núñez y la señora Pérez.
2. Francisco está sentado entre Juan y la señora López.

3. El señor Núñez está entre Francisco y María.
4. Alicia tiene al señor Ramos a su izquierda y la señora Pérez a su derecha.
5. Le toca jugar a Luisa.

Relación. Posicional derecha e izquierda en una mesa redonda, donde la ordenación es indefinida.

Diagrama. Tabla sobre un círculo

Fase II. Pensar

Estrategias.

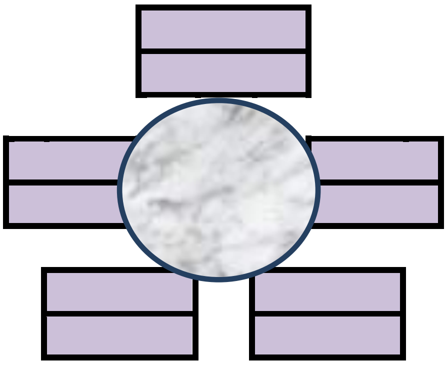
- ENSAYO Y ERROR
- ELIMINAR
- ORGANIZAR LA INFORMACIÓN

Fase III. Ejecutar

OBSERVANDO Y DEDUCIENDO:

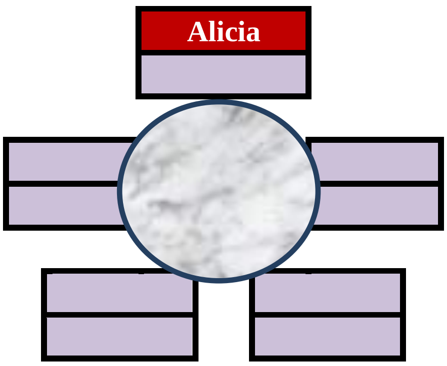
- Nombres y apellidos de los señores: Francisco; Juan; Ramos; Núñez. (no necesariamente en este orden)
- Nombres y apellidos de las señoras: María; Luisa; Alicia; Díaz; Pérez; López. (no necesariamente en este orden)
- Hay pues dos hombres y tres mujeres.
- Debemos conocer dos cuestiones:
  - Qué apellidos corresponde a cada nombre
  - Cómo se distribuyen alrededor de la mesa.
- Veamos si es posible conectar nombres y apellidos.
  - Por 3, el señor Núñez no es Francisco, luego los varones se llaman: Francisco Ramos y Juan Núñez.
  - La última pista sirve para conocer el nombre de la tercera Sra.: Luisa. No aporta otra cosa.
  - Por 2, la señora López está junto a Francisco. Y Francisco y Juan están contiguos.
  - Luego las tres señoras están contiguas.
- Las anteriores consideraciones y alguna más, pueden ser deducidas y discutidas en una primera toma de contacto de los alumnos con el problema. Los argumentos por los que se llega a cada conclusión enriquecen el razonamiento lógico, la dialéctica bien llevada, el uso de argumentos y contraargumentos, el ordenar los pensamientos, etc.

Mediante ensayo y error se puede encontrar la solución, pero resulta muy fatigoso y puede conducir al abandono del problema por parte de los alumnos.Es mejor utilizar la estrategia de eliminar, propia de los problemas de lógica, ayudándonos de organizar la información y utilizando para ello unas fichas o etiquetas con los nombres y apellidos, y un tablero donde dispuestas alrededor de un círculo haya cinco grupos de dos casillas. Numeraremos cada pareja de casillas, empezando por la superior y en sentido horario.



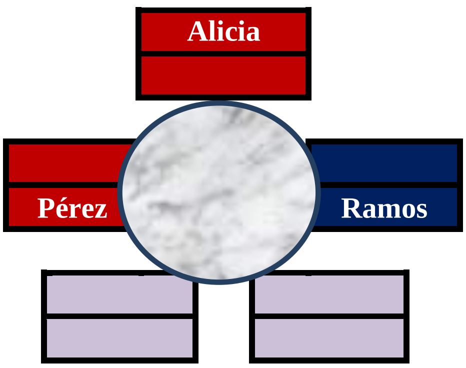
Francisco	**Juan**	**María**	**Alicia**	**Luisa**
Ramos	**Núñez**	**López**	**Pérez**	**Díaz**

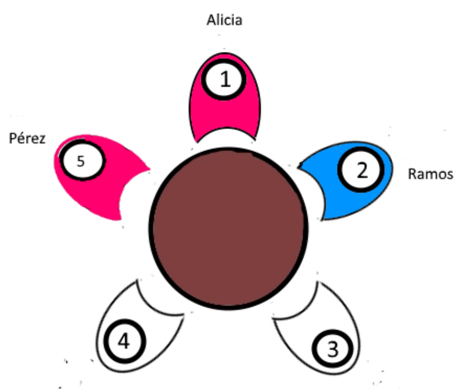
Procederíamos a rellenar la parte superior de cada casilla coloreada con el nombre y la parte inferior con el apellido. Colocaremos a Alicia en la casilla que está al comienzo del diagrama (posición 1). Utilizaremos las relaciones en orden. Si la información que posee es segura la situamos en su sitio. En caso contrario pasaremos a la siguiente. Al final, retomaremos las que hayan quedado atrás sin utilizar. También con el color de las casillas indicaremos el género de sus ocupantes, aunque no sepamos el dato de su nombre o de su apellido.



4.- Alicia tiene al señor Ramos a su izquierda y la señora Pérez a su derecha.

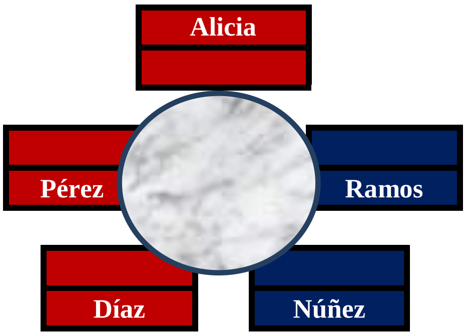
(Seguiremos usando el tablero de la izquierda, más operativo que el de la derecha)



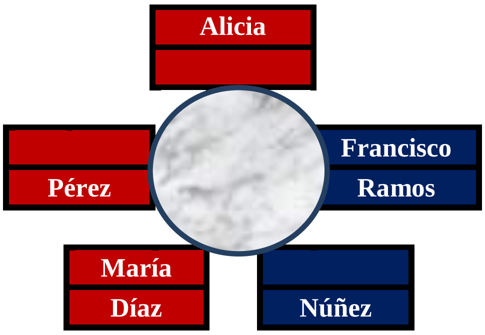


1.- La señora Díaz está sentada entre el señor Núñez y la señora Pérez.

(Ya sabemos qué lugares ocupan las señoras y cuáles los caballeros)



3.- El señor Núñez está entre Francisco y María.

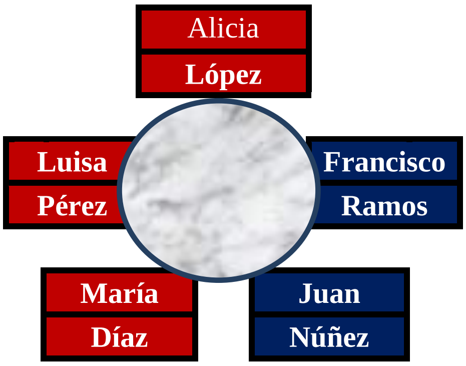


2.- Francisco está sentado entre Juan y la señora López.

5.- Le toca jugar a Luisa.

Consiguiendo así rellenar completamente el diagrama y tener la solución al problema.

Solución.



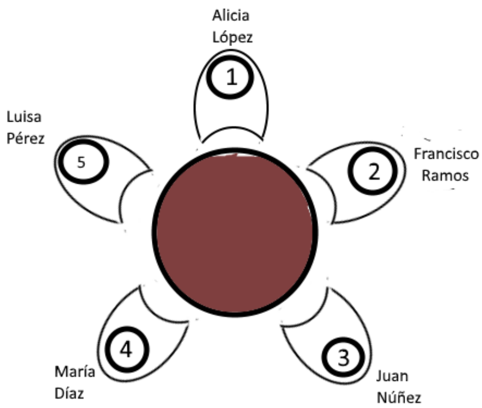
Fase IV. Responder

Comprobación. Verificar que todas las relaciones se satisfacen con la solución encontrada.

Análisis. Solución única.

Respuesta:

Las cinco personas, a partir de Alicia y en el sentido de las agujas del reloj, están sentadas en el siguiente orden: Sra. Alicia López, Sr. Francisco Ramos, Sr. Juan Núñez, Sra. María Díaz y Sra. Luisa Pérez, alrededor de la mesa.



3.- Números consecutivos

34 es la suma de cuatro números naturales consecutivos: 34 = 7 + 8 + 9 + 10.
Encuentra otros dos números, entre 40 y 50, que sean también la suma de cuatro números naturales consecutivos.
Explica tu respuesta.

Proceso de Resolución

Fase I. Comprender

Datos.Cuatro números naturales consecutivos: 7, 8, 9 y 10. Su suma es 34

Objetivo.Encontrar otros dos números, entre 40 y 50, que sean también la suma de cuatro números naturales consecutivos.

relación.Dos números naturales son consecutivos cuando se diferencian en una unidad: a y b son consecutivos si a = b + 1

Diagrama.Tabla

Fase II. Pensar

Estrategias.

- MODELIZACIÓN
- ENSAYO Y ERROR
- ORGANIZAR LA INFORMACIÓN

Fase III. Ejecutar

Siempre se pueden buscar esos cuatro números mediante ensayo y error. En este caso no sería demasiado difícil. Tampoco sería difícil modelizar los cuatro números dados mediante regletas y añadir una regleta unidad a cada uno para conseguir pasar de 40 sin llegar a 50.Pero también resulta fácil explorar o razonar a partir de los cuatro números dados.Podemos hacer una exploración a partir de los cuatro números consecutivos que disponemos:

7	8	9	10	11	12	13	14	15	Suma
x	x	x	x						34
	x	x	x	x					38
		x	x	x	x				42
			x	x	x	x			46
				x	x	x	x		50

Obtenemos de manera rápida las dos soluciones del problema.

Podríamos razonar a partir del valor de la suma de los cuatro números dados, 34. Como sabemos, al sustituir esos cuatro números por sus consecutivos añadimos una unidad en cada uno, es decir, cuatro unidades.

Los valores posibles de las siguientes sumas son, pues:

34 + 4 = 3838 + 4 = 4242 + 4 = 4646 + 4 = 50

Los únicos valores que cumplen la relación son: 40 < 42, 46 < 50, que se obtienen al sumar 2 y 3, respectivamente, a los cuatro primeros números.

Por tanto, 7 + 2 = 9 → 9 + 10 + 11 + 12 = 42; 7 + 3 = 10 → 10 + 11 + 12 + 13 = 46.

Solución. Los números son 42 y 46.

Fase IV. Responder

Comprobación.42 = 9 + 10 + 11 + 1246 = 10 + 11 + 12 + 13

Análisis.Dos soluciones.

Es un ejemplo bien sencillo del tipo de resolución -de la estrategia- utilizado.

Respuesta:

Los dos números, entre 40 y 50, que son también la suma de cuatro números naturales consecutivos son 42 = 9 + 10 + 11 + 12 y 46 = 10 + 11 + 12 + 13.

4.- Compra

Si a la cantidad de dinero que tengo le añadiese su cuarta parte más los 5 € que tú me has prestado, podría comprarme la tablet que quiero y que cuesta 255 €. Entonces, **¿cuánto dinero tengo?** Explica cómo lo has razonado.

Proceso de Resolución

Fase I. Comprender

Datos.Una tablet cuesta 255 euros. Me prestan 5 euros.

Objetivo.Cuánto dinero tengo.

Relación.Si a la cantidad de dinero que tengo le añadiese su cuarta parte más lo que me han prestado obtengo el valor de la tablet.

Diagrama.

- Modelo
- Tabla
- Partes/Todo

Fase II. Pensar

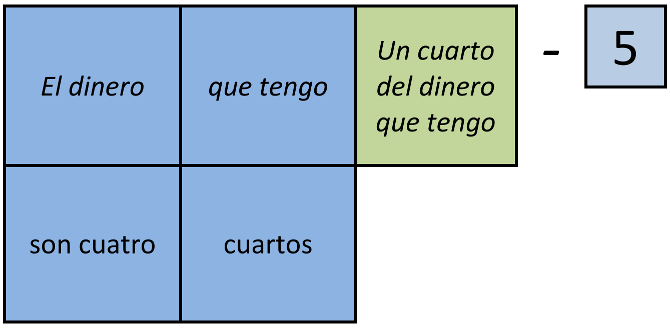
Estrategias.

- MODELIZACIÓN;
- ENSAYO Y ERROR;
- ORGANIZAR LA INFORMACIÓN (mediante técnicas aritméticas o algebraicas)

Fase III. Ejecutar

Por **Modelización**: El modelo estaría constituido por cinco tarjetas iguales, donde cuatro de ellas se corresponden con el dinero que tiene y la quinta con la cuarta parte de él, más 255 objetos que representan los euros que cuesta la tablet. Para esta última cantidad podemos utilizar también moneda figurada para minimizar la cantidad de objetos.

Comenzamos por separar del total los 5 euros prestados.



A continuación, repartimos el resto del dinero entre las cinco tarjetas. En una cualquiera de ellas identificamos la cuarta parte del dinero que se tiene. Las otras cuatro juntas representan la solución del problema: 200 euros.

Mediante **Ensayo y Error**: Diseñamos una tabla que contemple las variables del problema.

Dinero que tengo	La cuarta parte	Lo prestado	Precio de la tablet

En ella hacemos los ensayos pertinentes en la primera columna. Esos ensayos pueden ser al azar, pero debemos hacerlos dirigidos. Para ello es necesario reflexionar sobre el primer ensayo; debe ser una cantidad grande y debe ser múltiplo de 4. Por ejemplo, 80 euros.

Dinero que tengo	La cuarta parte	Lo prestado	Precio de la tablet
80	80 : 4 = 20	5	80 + 20 + 5 = 105 < 255

Analizamos lo ocurrido y apreciamos que la cantidad final ha quedado muy alejada del precio real de la Tablet. Debemos, pues, aumentar considerablemente el ensayo sobre el dinero que tengo, pero manteniendo el ser múltiplo de 4.

Dinero que tengo	La cuarta parte	Lo prestado	Precio de la tablet
80	80 : 4 = 20	5	80 + 20 + 5 = 105 < 255
120	120 : 4 = 30	5	120 + 30 + 5 = 155 < 255

Más cerca pero aún insuficiente. Volvemos a ensayar aumentando la cantidad inicial.

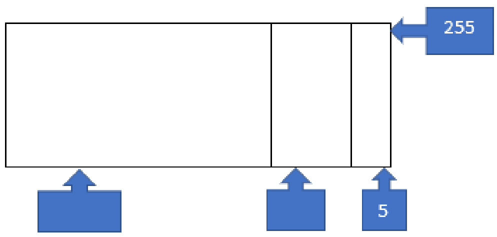
Dinero que tengo	La cuarta parte	Lo prestado	Precio de la tablet
80	80 : 4 = 20	5	80 + 20 + 5 = 105 < 255
120	120 : 4 = 30	5	120 + 30 + 5 = 155 < 255
240	240 : 4 = 60	5	240 + 60 + 5 = 305 > 255

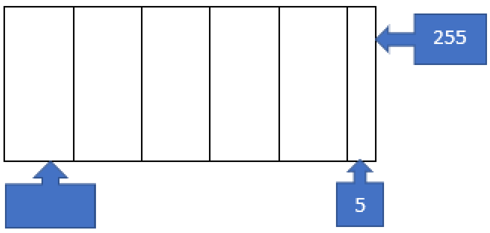
Nos hemos pasado del precio de la Tablet. Ahora disminuiremos el valor del ensayo pero manteniéndolo por encima de 120.

Dinero que tengo	La cuarta parte	Lo prestado	Precio de la tablet
80	80 : 4 = 20	5	80 + 20 + 5 = 105 < 255
120	120 : 4 = 30	5	120 + 30 + 5 = 155 < 255
240	240 : 4 = 60	5	240 + 60 + 5 = 305 > 255
200	**200 : 4 = 50**	**5**	**200 + 50 + 5 = 255**

Ensayo correcto. La solución del problema es 200 euros.

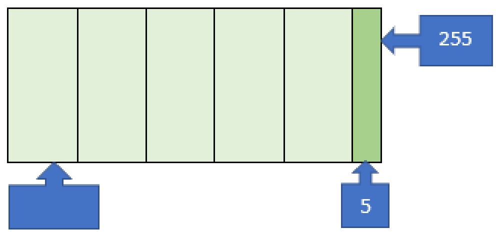
Organizando la Información mediante la **técnica aritmética** de Partes/Todo: Preparamos un diagrama Partes/Todo donde se aprecien las distintas partes del dinero necesario para comprar la tablet que sería el todo.

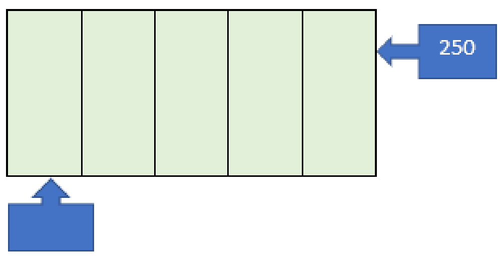




No conocemos dos de las etiquetas, pero por la relación sabemos que la más pequeña es la cuarta parte de la mayor. Si dividimos ésta en cuatro partes iguales obtenemos un nuevo diagrama.

Este diagrama representa una estructura mixta, aditiva y multiplicativa.





Utilizamos primero la aditiva, considerando que sólo hay dos partes diferentes: el dinero que pongo y el que me prestan. Así, la parte desconocida se obtendrá mediante una resta ya que es un problema inverso:

$$255 - 5 = 250$$

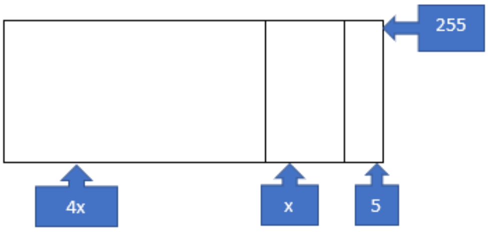
Tenemos ahora un diagrama simplificado de estructura multiplicativa.

Como también es un problema inverso, buscaremos la etiqueta desconocida mediante una división.

$$250 : 5 = 50$$

Es el valor de cada una de las cinco partes. Cuatro de ellas constituyen la cantidad de dinero que se tiene 50 x 4 = 200 euros, que es la solución del problema.

Organizando la Información mediante la **técnica algebraica** con Partes/Todo: Utilizaremos el mismo diagrama Partes/Todo que con la técnica anterior.



Pero ahora utilizaremos etiquetas algebraicas. Llamamos x a la más pequeña de las dos y sabemos que la mayor es cuatro veces mayor y, por tanto, la representamos con 4x.

Utilizando la estructura aditiva como problema directo, planteamos la ecuación:

$$4x + x + 5 = 255$$

Al resolverla obtenemos:

$$4x + x = 255 – 5 \rightarrow \quad 5x = 250 \quad \rightarrow \quad x = 250 / 5 \quad \rightarrow \quad x = 50$$

El valor de la parte pequeña es 50 y el de la parte mayor será 50 x 4 = 200 euros, que constituye la solución del problema.

<u>Solución.</u>200 euros

Fase IV. Responder

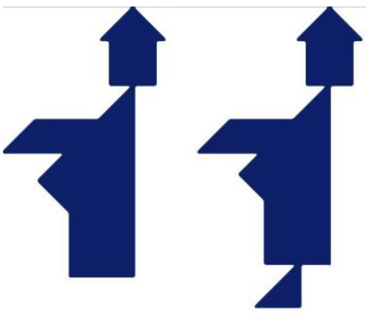
<u>Comprobación.</u>200 : 4 = 50200 + 50 + 5 = 255

<u>Análisis.</u>Solución única.

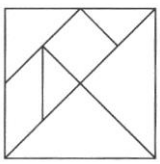
<u>Respuesta:</u>**Tengo 200 euros para comprar la tablet.**

5.- Tangram

Aquí tienes dos figuras construidas con el tangram chino. Cada figura se construye con un tangram completo. No sobran piezas.
Recorta las piezas del tangram que te damos en la hoja anexa, forma estas figuras y pega la solución en la página siguiente.

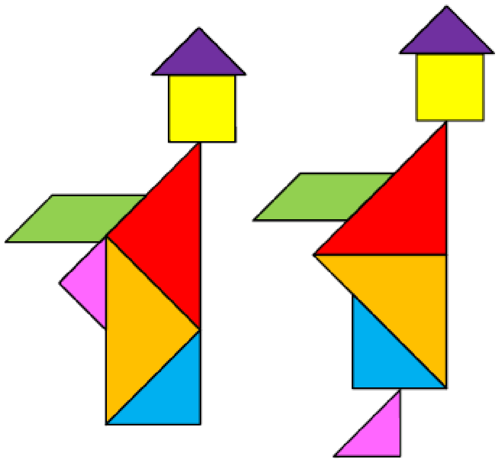


Anexo



Este último ítem es la parte manipulativa de la prueba y que cierra el protocolo. Los alumnos tienen un tiempo limitado para realizarla.

Las soluciones son:



A los ganadores del torneo los premios se conceden sin distinción de categoría.

XXIV TORNEO DE MATEMÁTICAS 2018

También se celebró el Torneo de Secundaria en dos fases. Estos son los problemas propuestos en ellas. Los dejamos para que nuestros lectores se entretengan un rato con ellos o los propongan a sus alumnos. En el próximo ejemplar de la revista analizaremos sus soluciones y, si podemos, pondremos alguna solución de uno de los alumnos ganadores o algún comentario significativo de los mismos por parte de estos estupendos resolutores.

Propuestos en la Primera Fase del Torneo de Secundaria:

1. Pensiones que suben y bajan

Mi abuela recibe una pensión desde el año 2016. Ordena de mejor a peor con cuál de las siguientes modificaciones de su paga, la pensión actual sería más alta:

a) En 2017 disminuye un 2% y en 2018 sube un 4%
b) La pensión "se congela" en 2017 y sube un 2% en 2018
c) En 2017 se incrementa un 4% y baja en 2018 un 2%
d) La pensión aumenta un 1% en 2017 y otro 1% en 2018

2. Modificando un dado

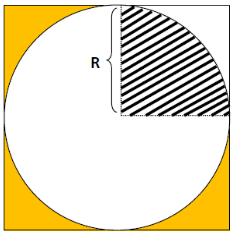
En las caras de un determinado dado aparecen los siguientes números enteros:

-2	-1	0	+1	+2	+3

Si lo tiras 2 veces y multiplicas los números obtenidos:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el resultado de la multiplicación sea cero?
b) ¿Esta probabilidad es mayor o menor de que salga un número negativo al multiplicar?

3. Comparando áreas



La imagen adjunta representa un círculo de radio **"R"** que hemos inscrito en un cuadrado.

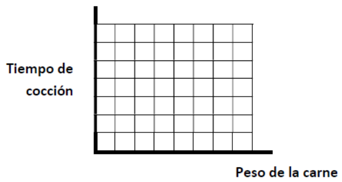
a) Averigua el área del sector circular determinado por un ángulo recto, que se encuentra señalado con líneas gruesas.
b) Calcula el área de la superficie determinada por las tres zonas sombreadas limitadas por el cuadrado y el círculo.
c) Compara las áreas calculadas en los apartados **(a)** y **(b).**

4. Las matemáticas de los fogones

Para asar carne en un libro de cocina se dan las siguientes instrucciones:

"Se ha de poner al horno durante 15 minutos, a esto hay que añadir 10 minutos más por cada 100 gramos de carne de cocinamos."

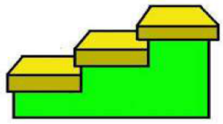
Representa esta relación entre el peso de la carne y el tiempo de cocción en una gráfica de este tipo:



5. Números escalera

Definimos como ***"números escalera"*** a aquellos constituidos por cifras consecutivas, sin importar el orden en el que aparecen. Además se considera que el cero es la cifra consecutiva al nueve.

Algunos ejemplos de *números escalera* son: 132, 901, 534, 5876, 5364, 8091, 354261,...



a) Obtener todos los *números escalera* comprendidos entre 1000 y 2000. ¿Cuántos hay?

b) ¿Entre 5000 y 6000 cuál es el menor *número escalera*? ¿Y el mayor?

6. El detallazo

El último día de curso los alumnos de la profesora de matemáticas Mª de la Nieves, estábamos encantados de haber aprendido tanto en sus clases. Al enterarnos de que se jubilaba ese día, decidimos que, en señal de agradecimiento, íbamos a regalarle una placa.

La placa que elegimos costaba 240 €. Todos decidimos colaborar y aportar el mismo dinero. Al dividir el precio entre todos resultó tratarse de un número entero.

Cuando juntamos toda la recaudación descubrimos que faltaban 8 familias que no habían venido ese día. Para completar el precio de la placa, cada uno puso un euro más y conseguimos así los 240 € justos.

¿Cuántos alumnos pusieron dinero para comprar la placa?

Problemas propuestos en la segunda fase del Torneo.

1. El número enmascarado

Averigua el número comprendido entre 2 y 50, que reúne las siguientes características:

- Es par
- No es divisible ni por 4 ni por 5
- Posee tres divisores primos distintos

2. De Gregoriano a Musulmán

Como sabemos, la manera de medir el tiempo es diferente en cada cultura. Por estos lares usamos el Calendario Gregoriano, según el cual estamos en el año 2018. Si consultamos "calendario musulmán" en Wikipedia encontramos la siguiente información:

> *El calendario musulmán o islámico es un calendario lunar. Comienza en el año 622 de la era cristiana, año en que Mahoma, profeta del Islam, tuvo que huir de la ciudad de La Meca hacia Medina por la persecución de sus adversarios.*
>
> *El calendario musulmán se basa en ciclos lunares de 30 años (360 lunaciones, de tradición sumeria). Los 30 años del ciclo se dividen en 19 años de 354 días y 11 años de 355 días. Los años de 354 días se llaman años simples y se dividen en seis meses de 30 días y otros seis meses de 29 días. Los años de 355 días se llaman intercalares y se dividen en siete meses de 30 días y otros cinco de 29 días. Años y meses van alternándose de manera que 33 años musulmanes equivalen a 32 años gregorianos.*

En este artículo hay mucha información, no la necesitas toda para contestar a las siguientes cuestiones:

a) Dentro de unos meses se celebra el año nuevo musulmán. ¿Qué año será?

b) Más difícil todavía. Escribe una expresión algebraica (función, formula,…) qué se pueda usar para calcular el año del calendario musulmán a partir del año del calendario Gregoriano.

3. Recorriendo el teclado

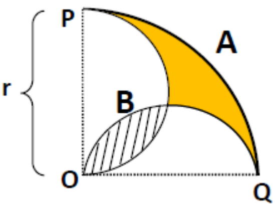
Las teclas de un teléfono se encuentran distribuidas como se ve en la foto, siendo las distancias entre los centros de teclas adyacentes de 2 cm. (tanto vertical como horizontalmente).

Para llamar a mi prima madrileña puedo usar cualquiera de estos dos números de contacto:

- 914160192
- 681924827

¿Al marcar, ¿en cuál de ellos mi dedo índice recorre una longitud menor?

4. Muchas superficies curvas



Sobre el cuadrante de círculo **OPQ** de radio **r** dibujamos las semicircunferencias de diámetro **OP** y **OQ**.

Llamamos **A** al área sombreada y **B** a la señalada con líneas.

1. ¿Cuánto vale **A**?
2. ¿Cuál es el valor de **B**?
3. ¿Cuál es mayor **A** ó **B**?

5. Campeones infantiles

En el Torneo Internacional 2017 de Arona de equipos de fútbol infantil resultó ganador el F.C Barcelona. Jugaron el campeonato 4 equipos entre los que se estableció una liguilla en la que todos jugaron contra todos y cada partido ganado equivalía a 2 puntos.

Curiosamente se dio el caso de que ningún resultado de partido se repitió y la clasificación final fue:

	Partidos ganados	Empates	Partidos perdidos	Goles a favor	Goles en contra	Puntos
Barcelona	2	0	1	5	1	4
Valencia	2	0	1	3	5	4
Español	1	0	2	5	6	2
Real Madrid	1	0	2	4	5	2

¿Cuál es el resultado de cada partido?

Aquí también se propone a los alumnos una prueba de tipo práctico.

GEOMETRIX: **Al adosar estas cinco piezas**

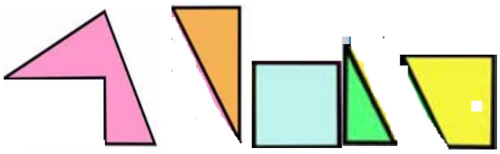


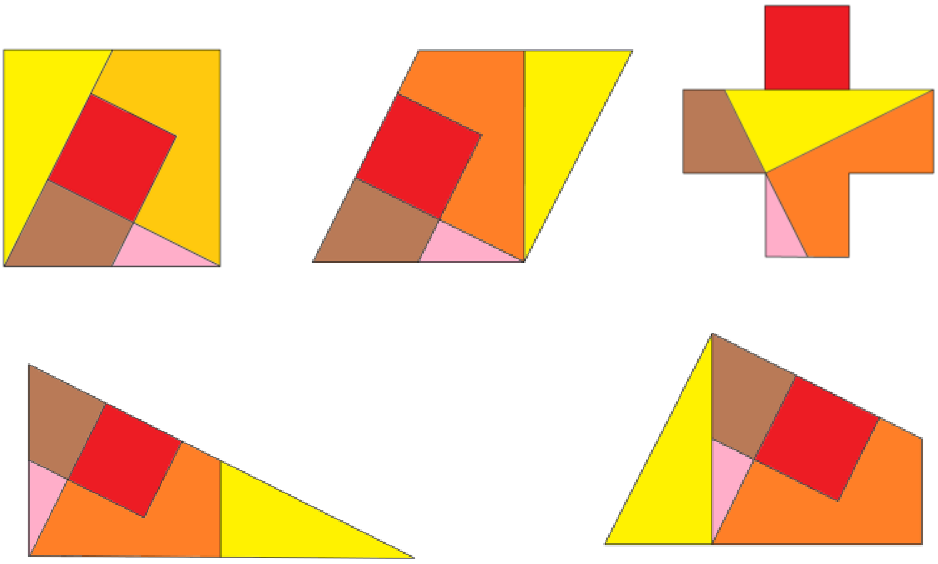
		Figura	Área	Perímetro
Se pueden formar estas figuras:	Cuadrado			
	Romboide			
	Cruz griega			
	Triángulo			
	Trapezoide			

- **Constrúyelas** y calcula las **áreas** y los **perímetros** de cada una de las cinco, considerando que **la pieza cuadrada** mide **2 cm^2**.
- **Dibuja** las **soluciones** en la hoja adjunta que se te facilita.

PS. Puedes dejar las operaciones indicadas, si consideras que no te dará tiempo, pero se valorará positivamente el tener las operaciones resueltas.

Tienes **30 minutos** para este ejercicio.

Estas son las soluciones gráficas:



En la pregunta referida a las áreas está claro que todas las figuras tienen la misma. En cuanto a su valor, es fácil, a partir de la construcción de la cruz griega, que es cinco veces el valor de la medida del cuadrado, es decir, $5 \times 2 = 10$ cm^2.

En cuanto a los perímetros, aunque no es una pregunta difícil, se necesitan unos cuantos cálculos para conseguir los de todas las figuras. El más sencillo también es el de la cruz griega. Como el lado del cuadrado es $\sqrt{2}$ cm, su perímetro es $12\sqrt{2}$ cm.

Este último cálculo nos permite determinar con sencillez algunas medidas de los lados de las diferentes piezas y determinar así todos los perímetros pedidos.

En verano hay cosas que no desaparecen de los hábitos del profesorado: la lectura de libros interesantes y apropiados para entresacar ideas para las clases del próximo curso, búsqueda de juegos y rompecabezas para aplicar en las aulas, imágenes y fotos interesantes, etc. Todo ello compartido a través de los grupos de WhatsApp establecidos con los equipos de compañeros de colegio, de seminario o de grupo de trabajo.

Por nuestra parte les daremos dos de nuestras lecturas de este verano, sencillas, baratas y motivantes, relacionadas ambas, como es natural, con la resolución de problemas.

Carlo Frabetti-"El diablillo de Einstein y otros enigmas perturbadores"–Alianza Editorial, 2017

Thomas Byrne y Tom Cassidy – "Cómo ganar a la ruleta rusa y otros problemas endiablados de lógica" – Alianza Editorial, 2013

De ellos hemos extraído estos problemas clásicos para una posible utilización en clase.

Una pesada cadena

Tienes una gruesa cadena de trece eslabones que pesan un kilo cada uno, lo que los hace idóneos para usarlos como pesas en una balanza de brazos iguales.
¿Cuántos eslabones tiene que abrir para poder pesar cualquier número exacto de kilos comprendido entre 1 y 13 (ambos inclusive)?
Razona adecuadamente y explica cómo harás cada una de las pesadas solicitadas.

La garrafa de leche

La noche de Fin de Año, tres familias necesitadas reciben como regalo una garrafa que contiene doce litros de leche. Quieren repartírsela a partes iguales y para ello disponen de una jarra de cinco litros de capacidad y otra de tres.
¿Cómo pueden hacer el reparto sin que se desperdicie nada de leche y con el menor número de operaciones posible?
Justifica adecuadamente todos los pasos de tu resolución.

El hotel de las cien puertas

Un hotel dispone de 100 habitaciones y 100 camareros. Los camareros tienen la costumbre siguiente, más bien simple:
Un primer camarero cierra las puertas de todas las habitaciones.
Un segundo abre las puertas de las habitaciones pares.
Un tercero cambia de posición todas las puertas que son múltiplos de 3.
Un cuarto cambia todas las que son múltiplos de 4...
Así hasta que ha pasado el último camarero.
¿Qué puertas quedarán CERRADAS al final?

Cruzando el barranco

Cuatro amigos deben cruzar un barranco muy profundo y peligroso que sólo se puede atravesar por un viejo y desvencijado puente de cuerda. Además, faltan muchas de las lamas de madera del puente, así que es imposible cruzarlo con seguridad sin mirar donde poner los pies.

Por desgracia ha caído la noche, así que necesitarán una luz para guiarse y sólo hay una linterna en el grupo.
Para colmo de males, el puente es endeble y como máximo aguanta el peso de dos personas al mismo tiempo. Además, es un puente largo, muy largo.
Los cuatro amigos son perseguidos por una banda criminal que tardará 15 minutos en alcanzarlos. Por si fuera poco, los miembros del grupo tienen ciertas limitaciones para cruzar el puente debido a la carga que acarrean:

- Andrés es conocido por su agilidad de cabra montesa, puede atravesar veloz el puente en tan solo un minuto.
- Blas también es bastante rápido, pero lleva un montón de carga, de manera que tardará dos minutos.
- Carlos también va muy cargado pero es capaz de moverse a un ritmo bastante bueno y será capaz de cruzar en tan solo cinco minutos.
- Darío, finalmente, aunque es el menos cargado, no es capaz de cruzar el puente en menos de ocho minutos por temor a perder su carga.

¿Cómo conseguir que los cuatro amigos consigan pasar ilesos al otro lado del puente en tan solo quince minutos, de forma que puedan prenderle fuego al puente antes de tener encima a la banda de criminales?

Intervención quirúrgica

Una persona pesa 300 kg, con un 99 % de grasa. Se somete a una intervención para resolver su problema. En la primera revisión seguía teniendo una cantidad total de grasa del 98 %.
¿Podríamos decir que fue un fracaso la intervención?Razona tu respuesta.

La parcela triangular

En una parcela limitada por tres tramos rectilíneos de carretera de la misma longitud, y con la misma densidad de tráfico, **¿dónde tenemos que construir una casa para que la suma de las distancias a las tres carreteras sea la máxima?**

Justifica tu respuesta.

En algunos de estos problemas hemos hecho modificaciones en la redacción para eliminar las situaciones y frases que pudiesen ser políticamente incorrectas, facilitando así su propuesta a nuestros alumnos. Quedan para resolver.

Aunque el ejemplar anterior de la revista NÚMEROS ofreció una cumplida información sobre la celebración en Tenerife de la X Escuela de Verano Miguel de Guzmán, no está de más que hagamos una referencia visual del éxito de asistencia que supuso y también de calidad con la presencia, entre otros, de Kaye Stacey.

Fotografías de Paco Aguiar

Y hasta aquí llegamos. Terminamos con nuestra manera particular: resuelvan los problemas, singulares y alejados de los cotidianos; utilícenlos con los alumnos y, sobre todo, aporten sus comentarios a la revista, sus soluciones e, incluso, nuevas propuestas. O, simplemente, cuéntennos lo sucedido en el transcurso de la clase en que probaron el problema. Queremos pensar que nuestras propuestas tienen uso en el aula. Eso nos alegraría mucho y también al resto de lectores. Nos repetimos: vamos, anímense… ¡Si es **divertido**!

¡Ah!, y seguimos dejando algún error en el artículo para que nuestros avispados lectores nos lo comuniquen y así recibir el regalo prometido. El lector que se llevó el regalo por descubrir las erratas del último artículo es Domingo Lorenzo Benítez, de la isla de La Palma (Canarias), que nos ha confirmado haber recibido este preciosos puzle. ¡Enhorabuena!

Como siempre, aguardamos sus noticias a la espera de la próxima edición de la revista.

NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas

Un saludo afectuoso del **Club Matemático.**