NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 99, noviembre de 2018, páginas 203-215

Buscando en el baúl y los juegos del verano. Juegos 38

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz (Club Matemático[1]**)**

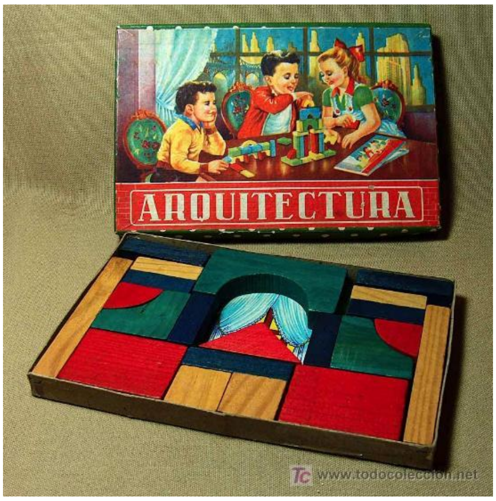
Resumen Exponemos cómo usar las piezas de antiguos juegos de construcción y arquitectura para fabricar puzles prismáticos y planos, con orientaciones didácticas para llevarlo al aula. Entre ellos el llamado "Club Matemático 6x6x6". Explicamos las reglas y estrategias para el juego de cartas SET. Y conectamos con direcciones útiles para cada uno de los aspectos anteriores y acerca de los pasatiempos matemáticos en la prensa.

Palabras clave Puzles cúbicos y prismáticos construidos con juegos de arquitectura. Puzles bidimensionales con piezas de mosaicos. Juego SET. Pasatiempos matemáticos en la prensa.

Abstract We expose how to use the pieces of old building and architecture games to make prismatic and flat puzzles, with didactic orientations to take it to the classroom. Among them the so-called "Club Mathematico 6x6x6". We explain the rules and strategies for the SET card game. And we connect with useful addresses for each of the above aspects and about mathematical pastimes in the press.

Keywords Cubic and prismatic puzzles built with architectural games. Two-dimensional puzzles with mosaic pieces. Game SET. Mathematical pastimes in the press.

1. Introducción



En nuestros anteriores artículos hemos dado un muy amplio repaso al juego del dominó. Y, uno tras otro, hemos llegado al verano, a las vacaciones.

Las actividades veraniegas, las lecturas, las visitas a tiendas de juegos y puzles, las conversaciones con amigos y familiares, las excursiones por las tiendas chinas, etc., constituyen la fuente de inesperados encuentros con juegos y puzles que, aunque de una manera desordenada, nos hace acceder a juegos desconocidos -algunos conocidos, pero olvidados- y, también, a disfrutar de nuevo con juegos que conocemos y nos gustan.

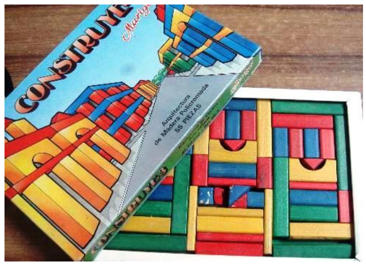
[1]**El Club Matemático** está formado por los profesores **José Antonio Rupérez Padrón** y **Manuel García Déniz**, jubilados del IES de Canarias-Cabrera Pinto (La Laguna) y del IES Tomás de Iriarte (Santa Cruz de Tenerife), respectivamente.jaruperez@gmail.com / mgarciadeniz@gmail.com

En la X Escuela de Verano “Miguel de Guzmán”, celebrada en Julio en la Facultad de Matemáticas de La Laguna tuvimos como visitante ilustre y magnífica ponente a Kaye Stacey quien nos habló de la utilización de un juego muy interesante en las aulas australianas: el Yathzee.

Nos hizo recordar un juego de dados muy usado en los bares de La Laguna cuando éramos estudiantes. El dinero de que disponíamos era muy escaso y se iba muy pronto: la pensión, las comidas, los gastos cotidianos, alguna sesión de cine, … No podíamos dedicar una sola peseta (¡sí, peseta!) a caprichos como ir a media mañana al Alaska, al Carrera y comer un sándwich de jamón con una caña fresquita de acompañamiento, o después de comer al Castillo, donde los comerciantes de la zona se jugaban los cafés a **la generala** mientras se fumaban un puro**,** antes de abrir sus establecimientos. Para nosotros, jóvenes universitarios, la solución encontrada para ir al menos una vez en el mes y conseguir, además, que fuese gratuita era a principios de mes, cuando recibíamos la paga fresca; nos juntábamos cuatro o cinco amigos y nos jugábamos esa consumición a los dados. Los dos que quedaban últimos pagaban el bocadillo y la cerveza de los dos o tres que habían quedado primeros. Pero de estos y otros juegos con dados escribiremos en un próximo artículo. Hablemos hoy de otros juegos y puzles.

2. Buscando en el baúl

Nos preguntamos: ¿quién de nosotros no ha tenido entre sus manos las piezas de un juego de construcción o arquitectura? Esas piezas de madera con formas de prismas y cilindros, completos o en partes, con los que se puede construir torres, paredes, vías, etc. y que con algo de imaginación nos sentíamos como arquitectos.



¿Dónde están ahora esos bloques? Si todavía los conservan o pueden hacerse con algún conjunto de estas piezas y con lo que en este artículo les vamos a sugerir, podrán fabricar puzles geométricos con los que los alumnos pueden disfrutar y aprender geometría, realizar cálculos y mediciones para hallar perímetros, áreas o volúmenes, combinatoria y alguna cosa más.

Imágenes extraídas del blog yo fui a EGB

Podemos utilizar algún juego antiguo, en desuso o incompleto, o bien acudir a los más recientemente fabricados y a la venta, con mayor número de figuras diferentes, con ilustraciones y en otros materiales.

Puzles a partir de piezas de un juego de arquitectura, de los sencillos, arrinconado en el fondo de un baúl oscuro y polvoriento.

O comprado para este propósito, porque creemos que merece la pena. Las piezas que usualmente se comercializan son las ilustradas en estas primeras imágenes.

Tomando como unidad el grosor de las piezas podemos encontrar

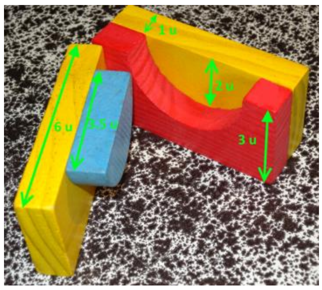


Figura 1

que obtenemos las siguientes dimensiones para cada una de ellas:

- Prismas: Largo 6 uds, Alto 3 uds, Ancho 1 ud.
- Semicírculo: Largo 3.5 uds., Alto 2 uds. y Ancho 1 ud.
- Prisma recortado: se deducen de las otras figuras.

En nuestro caso la unidad mide 14 mm, (fig. 1) pero lo ideal sería que pudiésemos utilizar el centímetro o la pulgada por ejemplo. Normalmente nos encontraremos que las piezas de juegos diferentes tienen unidades y proporciones distintas, lo que las hace difícilmente compatibles.

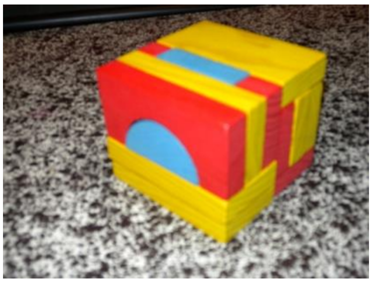


Figura 2

El proceso de elaboración del puzle es “sencillo”. Agrupamos las piezas formando un prisma que puede llegar a ser un cubo y luego las vamos separando de dos en dos manteniendo sus posiciones relativas y las pegamos en esa disposición. Una recomendación: tomen nota de cómo están colocadas las piezas antes de empezar a separarlas, puesto que es fácil que se nos desarme en parte al irlo desmontando o que confundamos u olvidemos las situaciones que ocupaban.

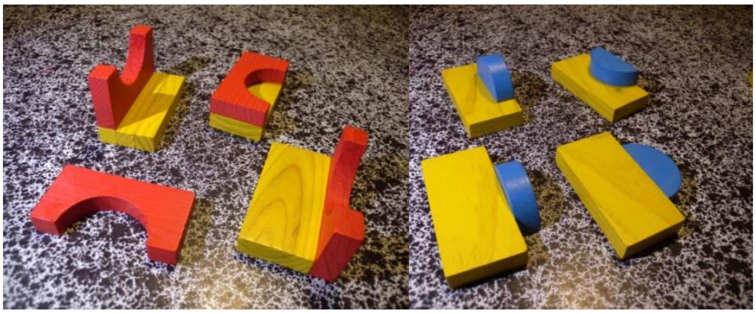


Figura 3

Nosotros hemos construido un prisma de 6x6x5 unidades como el de la figura (fig. 2), y a partir de él hemos encontrado las siguientes piezas (fig. 3)

Y ahora viene el desafío de reconstruir el prisma. ¡Sorpresa! No es tan fácil, y en muchas ocasiones hay que recurrir a la “chuleta” que recomendamos apuntar antes. Pero hay más: ¿es posible construir prismas con otra distribución de las piezas? Pues en la mayoría de los casos así es (fig. 4).

Figura 4

Actividades para los alumnos

Necesitamos un juego de piezas de arquitectura por cada grupo de 3 o 4 alumnos, las mismas para cada agrupamiento del alumnado. Se constituyen los grupos y se repartes las piezas elementales. Actuaríamos así:

1. Constitución de los grupos y reparto de las piezas elementales.
2. Juego libre, en grupos pequeños y de ser posible, un juego de construcción para cada grupo.
3. Reproducir modelos “arquitectónicos” que suelen venir ilustrados en las cajas de estas piezas.
4. Combinar piezas para logra un cubo o un prisma cualquiera, preferiblemente que no difieran en más de una unidad sus dimensiones. Han de comprobar que no quedan huecos en su interior.
5. Anotar cómo están colocadas las piezas haciendo, incluso, un croquis de las mismas, bien por pisos o dibujando las partes externas e identificando cada pieza.

6. Separar, uno de los alumnos, pares de piezas que no necesiten desmontar las otras que intervienen en el prisma, un segundo alumno puede ir encolándolas en la misma posición que se le entregan para formar los elementos del puzle.
7. Una vez han desarmado el prisma original hay que reconstruirlo fundándose en los croquis y el propio poder de observación del grupo.
8. Cada grupo entrega a otro el conjunto de piezas del puzle y le dice qué prisma ha de construir indicando sus dimensiones.
9. Cada grupo intenta reconstruir el puzle que sus compañeros le han propuesto.
10. Ahora podemos tratar de hallar sus superficies laterales, totales, el volumen, dibujar las piezas una a una dimensionándolas.

Actividad con piezas prismáticas de dimensiones 1x2x4 unidades

También son habituales los juegos de piezas prismáticas rectangulares como las de usadas en el puzle de la figura. Para la construcción del puzle procederemos de análoga manera a la explicada anteriormente. Pero esta vez es más fácil conseguir un cubo.

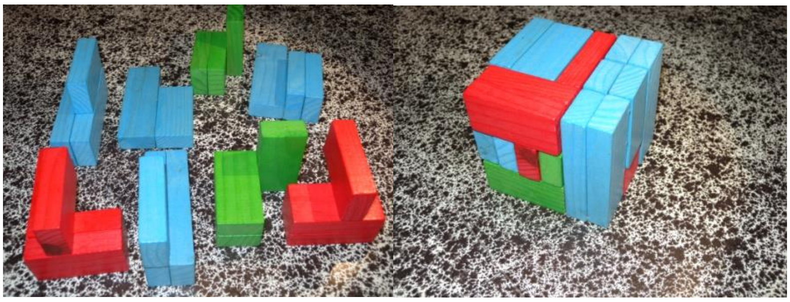


Figura 5

El que aparece en la imagen (fig. 5) tiene de dimensiones 6x6x6 y -¡cómo no!- lo hemos bautizado como cubo *"Club matemático 6x6x6"*. Sus elementos son los que se muestran en la otra figura. Como pueden comprobar hemos usado prismas de proporciones 1x2x4 unidades.

Por supuesto que el número de descomposiciones es muy elevado, y nosotros hemos utilizado tres primas rectangulares para fabricar cada pieza.

Puzles a partir de una caja de piezas de construcción (mosaicos) olvidada

De igual manera se puede tener olvidada en el trastero una caja de piezas geométricas para hacer mosaicos. Tuvo su función, pero ahora nadie toca el juego. Cualquier cosa menos tirarlo.

Podemos idear puzles construidos con algunas de las piezas que encontramos en esa caja para formar puzles planos. Por ejemplo, vamos a pensar en algunos muy sencillitos. Empezamos combinándolos para formar cuadrados.

¿Qué dimensión tomar como unitaria? Puede ser el lado más pequeño que encontremos en las figuras, por ejemplo, el cateto de un triángulo rectángulo y que coincidirás con el lado del cuadrado o del rombo, y también con el diámetro de los círculos o con los lados cortos de los rectángulos o de los trapecios.

Imágenes de folletos publicitarios

Al construir el cuadrado los alumnos deben tener en cuenta que los lados de las figuras que forman el lado del cuadrado a construir deben tener las mismas dimensiones, lo que supone combinar los lados equivalentes. ¿Y qué ocurre con los lados que no lo son? Ahí comienzan a darse cuenta de la existencia de la por alguno llamada "constante pitagórica", la raíz cuadrada de 2 ya que hemos tomado como unidad el cateto del triángulo. Comprobarán que si en un lado interviene alguna hipotenusa lo ha de hacer en todos, y que, si la colocan en una línea interior, les desencajará las otras piezas si no lo compensan,

A partir del cuadrado de la izquierda (fig. 6) formado con 22 piezas elementales:

- 10 triángulos
- 4 cuadrados
- 8 rombos

Consideramos la descomposición en 10 piezas de la figura central. Y ahora a reconstruir el cuadrado, lo que sin la "chuleta" puede resultar laborioso, pero tiene la compensación del logro final. Sin dedicarle demasiado tiempo hemos encontrado cuatro soluciones diferentes.

Figura 6

Vemos ahora otro ejemplo. El cuadrado está construido con los mismos elementales de antes, 10 triángulos, 4 cuadrados y 8 rombos pero, la distribución y la formación de las piezas del puzle, a partir de dos elementales (condición restrictiva que hemos adoptado) da lugar a las fotografiadas en la imagen. Para este puzle hemos encontrado 3 soluciones posibles, pero seguramente habrá alguna más.

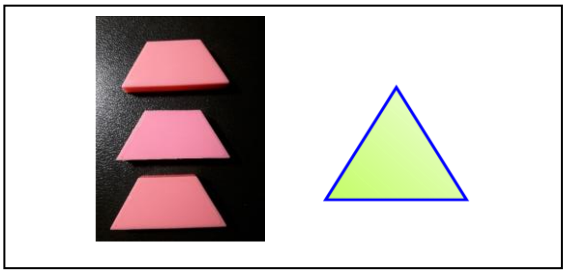
Tanto en el caso anterior como en este (fig. 7 y fig. 8), se puede proceder en la clase siguiendo los pasos expuestos anteriormente.

Figura 7

Figura 8

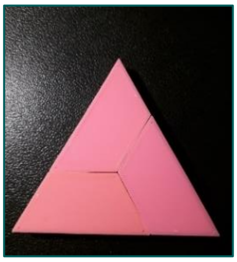
Por otro lado, el desafío puede ser más concreto y sencillo, Para ello usamos piezas de un solo tipo, o como mucho de dos tipos. Podría ser con los trapecios isósceles pues en una caja de mosaicos se pueden encontrar unos cuantos.

Los puzles con trapecios isósceles más elementales son los que nos piden construir un triángulo equilátero o un hexágono regular. Para el primer puzle necesitamos tres trapecios, para el segundo ocho.



Desafío 1. Con tres trapecios isósceles construir un triángulo equilátero

Para resolver el puzle utilizaremos el proceso Newton de resolución de problemas. En la fase de COMPRENDER trataremos de encontrar toda la información y clasificarla. Un trapecio isósceles tiene cuatro lados (paralelos dos a dos) y cuatro ángulos (iguales dos a dos). Un triángulo equilátero tiene tres lados (iguales) y tres ángulos (iguales a 60º). La relación está en que los ángulos del triángulo han de estar contenidos en los trapecios y que los trapecios han de estar acoplados sin huecos pero no superpuestos. El objetivo, formar el triángulo.



En la FASE de pensar elegiremos para trabajar la MODELIZACIÓN (trabajo manipulativo) junto al ENSAYO Y ERROR dirigido o, mejor, la ORGANIZACIÓN DE LA INFORMACIÓN.

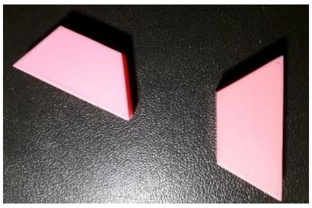


Figura 9

A la hora de EJECUTAR, tomaremos dos trapecios y trataremos de analizar cómo pueden acoplarse para que queden determinados un lado y dos ángulos del triángulo (fig. 9). Teniendo en cuenta que los ángulos han de ser de 60º, tendremos que utilizar para ello los ángulos agudos de los trapecios (fig. 10).

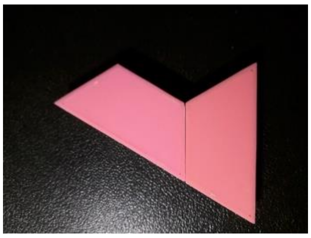


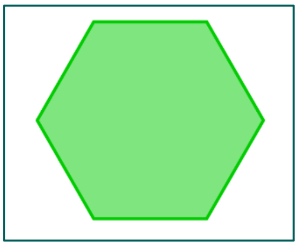
Figura 10

Para completar la figura bastará con coger el tercer trapecio y, mediante desplazamientos y giros, buscar la manera de que el tercer ángulo quede en su sitio.

En la fase de RESPONDER primero comprobaremos que el triángulo obtenido es equilátero, lo cual es muy fácil. Los trapecios de los juegos de mosaicos siempre son muy "regulares" para que el juego tenga viabilidad. Constatar después que no hay otra solución y responder con la figura encontrada.

Desafío 2. Con ocho trapecios isósceles construir un hexágono regular

Para su resolución se procede como en el caso anterior, mediante el proceso Newton, y ya en la fase de EJECUTAR se estudian las posibles maneras diferentes de acoplar dos trapecios entre sí.



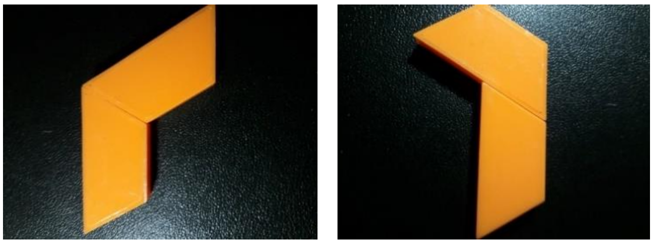


Figura 11

Hay dos. En una, el lado mayor del trapecio constituye el lado del hexágono. En la otra, el lado paralelo al anterior forma parte del lado del hexágono completado con el lado no paralelo (fig. 11).

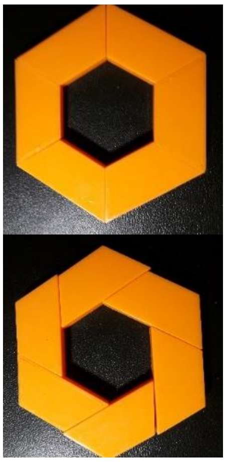


Figura 12

Colocando los trapecios de la manera indicada se cierra el contorno del hexágono, dejando un hueco en el centro (fig. 12).

Bastará ahora con colocar en el centro los dos trapecios restantes y se completan las dos soluciones posibles (fig. 13).

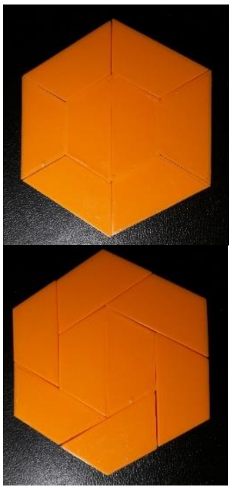


Figura 13

Estos puzles están en el Komando Matemático y se ponen a disposición de niños pequeños sin ningún problema. Los resuelven fácilmente.

Queda ahora explorar el resto de las piezas geométricas de la caja y con imaginación construir algunos puzles más. Ése es un reto posible.

Podemos seguir creando geometría a partir de las otras piezas del conjunto que viene en el juego de alicatamiento: cuadrados, rectángulos, círculos, etc. (Ilust. 1)

Ilustración 1

Figura 14

3. El juego SET

El otro juego interesante del verano es el denominado SET, a partir de una referencia en el grupo de WhatsApp del Seminario Matemáticas Newton Canarias.

Tiene varias modalidades de presentación (fig. 14) y hay en la red abundante información sobre el mismo.

Se trata de un juego de cartas. Cada carta presenta un dibujo sobre fondo blanco y presenta cuatro atributos: la forma de los dibujos (óvalos, ondas o rombos); los colores (rojo, verde o morado); el número (uno, dos o tres); el fondo (sólido, rayado o hueco).

Cada carta es una combinación que contiene todos los atributos, pero uno, y sólo uno, de cada uno de ellos.

Una carta podría ser: 2 rombos de color verde sólido (número, forma, color, fondo) como la primera que se ve en la caja que hemos comprado este Club Matemático.

Habrá pues $3^4 = 81$ cartas distintas en el mazo del SET.

Un SET es un grupo de tres cartas en las cuales los cuatro atributos presentes en ellas son todos iguales o todos diferentes en las tres. Esto se debe analizar atributo por atributo.

Veamos algunos ejemplos:

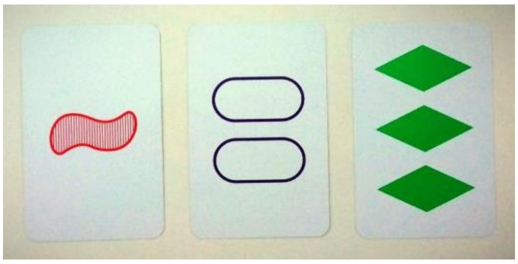


Figura 15

Estas tres cartas (fig. 13) tienen: los tres números diferentes (1, 2, 3), las tres formas diferentes (onda, óvalo, rombo), los tres colores distintos (rojo, morado, verde) y los fondos también diversos (rayado, hueco, sólido).

Estos otros dos grupos de cartas (fig. 14) también forman SET.

En el primero, las tres cartas tienen diferentes formas (óvalo, onda, rombo) y colores (rojo, morado, verde), mientras que tienen el mismo número, tres, y el mismo fondo, sólido.

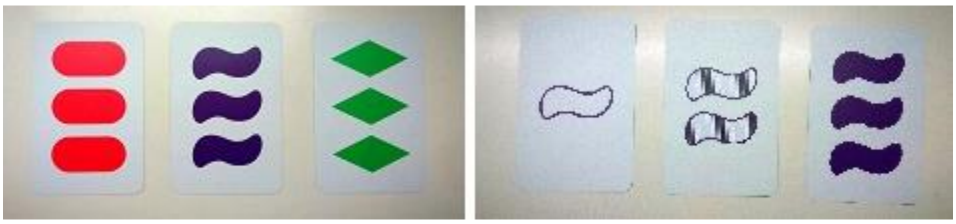


Figura 16

¿Puedes explicar por qué el segundo grupo también es un SET?

Veamos ahora ejemplos de grupos de cartas (fig. 15) que no forman un SET:

En el primero, aunque las tres cartas tienen el mismo número y forma, y todas tienen distinto color, sin embargo, el fondo es igual en dos de ellas, sólido, y diferente en la tercera, rayado.

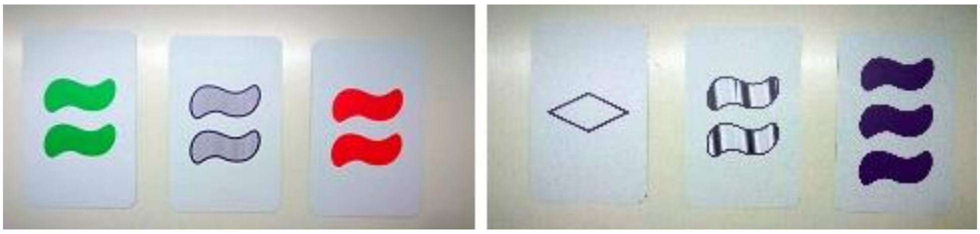


Figura 17

¿Por qué no es un SET el segundo grupo?

Está claro que si consideramos dos cartas cualesquiera podremos decidir cuál es la tercera carta que forma un SET con ellas dos.

Cada uno de los cuatro atributos presentes o ausentes en ambas determina si el atributo que falta (tercera carta) debe estar también presente a ausente. Dadas dos cartas cualesquiera, existe exactamente una carta que junto a las dos anteriores forma un SET.

Con las 81 cartas del juego se pueden obtener 1.080 tríos distintos que conforman un SET.

¿Cómo lo averiguamos?

Se puede jugar al SET en solitario, tanto físicamente como online. Pero la modalidad interesante es aquella en que lo hacen varios jugadores, físicamente utilizando un mazo de cartas como las descritas.Se recomienda a partir de los 6 años.

Para empezar a jugar se toma el mazo de cartas y se baraja para sacar a continuación doce cartas que se colocan boca arriba sobre la mesa y a la vista de todos los jugadores, formando un rectángulo 4 x 3.

En este juego no existen turnos para jugar, sino que los jugadores buscan un SET y el primero en localizarlo debe gritar "SET", momento en el que se interrumpe el juego. Se comprueba por parte de todos que efectivamente es un SET, en cuyo caso dicho jugador se guarda las tres cartas y se colocan otras tres cartas del mazo en su lugar, completando las 12 sobre la mesa, y se continúa el juego. Si el SET no fuese correcto, el jugador devolverá las tres cartas a su sitio, y perderá tres de sus cartas ganadas anteriormente.

Si en algún momento de la partida todos los jugadores coinciden en que es imposible realizar un SET, se añaden 3 cartas más, teniendo 15 sobre la mesa, y en el momento que se retiren tres cartas por un nuevo SET no se reemplazarán para que vuelva a haber 12 sobre la mesa. Si con 15 cartas no se pudiese tampoco formar un SET se volverían a añadir tres cartas más, así hasta que sea posible realizar uno. El juego continúa hasta que se acaban las cartas del mazo.

Gana el jugador que al final de la partida haya conseguido más cartas.

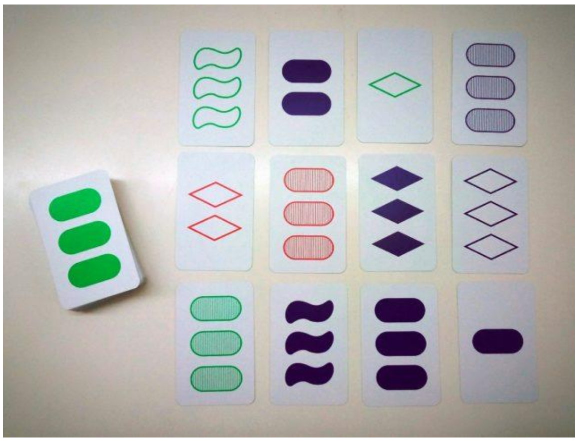


Figura 18

Este (fig. 18) sería el aspecto que tendría la mesa en cualquier momento del juego.

El juego de cartas SET fue diseñado por la genetista Marsha J. Falco en 1974 y comercializado en 1991 a través de la empresa SET Enterprises.

La empresa SET Enterprises ha comercializado camisetas con 12 cartas del juego sobre las que hay que buscar los 6 SET.

Las cartas guardan un cierto parecido con las cartas Zener para experimentos PES y también con los atributos de los Bloques Lógicos de Dienes.

El juego tiene mucho de análisis probabilístico y ha sido objeto de múltiples artículos sobre estos aspectos.

¿Qué probabilidad hay de que no se pueda formar un SET con las 12 cartas de la mesa?

¿Cuál es el número mínimo de cartas que debe de haber sobre la mesa para poder asegurar que siempre es posible formar un SET?

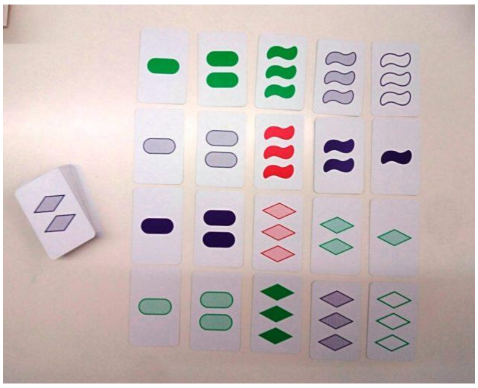


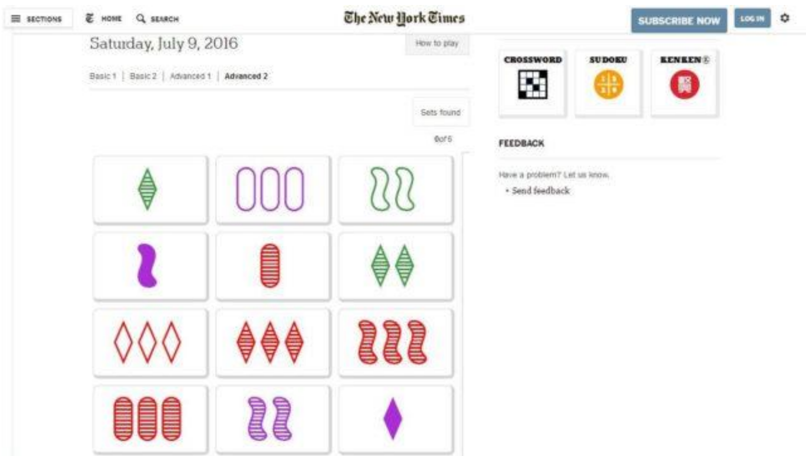
Figura 19

Con estas 20 cartas (fig. 19) no es posible realizar un SET.

La empresa SET Enterprises ha comercializado una versión mini para viaje, que consiste en las 27 cartas que se obtienen al considerar solo tres características, color, número y forma.

Existen varias páginas web para jugar al SET solitario online.

Una es la página de pasatiempos del New York Times
https://www.nytimes.com/crosswords/game/set/?page=set&difficulty=&_r=0



Página oficial del juego: https://www.setgame.com/
Y un tutorial en YOUTUBE: https://www.youtube.com/watch?v=zurpOBPt4LI
Raúl Ibáñez (UPV) ha escrito mucho sobre este juego:
https://culturacientifica.com/2016/06/15/matematicas-juego-cartas-set-1/https://culturacientifica.com/2016/07/13/matematicas-juego-cartas-set-2/

En la revista PI IN THE SKY podemos encontrar un artículo y más referencias sobre el juego SET.
http://www.pims.math.ca/resources/publications/pi-sky
Es una revista del Pacific Institute for the Mathematical Sciences, Vancouver, British Columbia, Canada,

Instrucciones originales del juego:

Como han podido apreciar, los juegos y puzles que hemos explicado son muy aplicables en clase. Son sencillos, tienen azar y estrategia. Mucho pensamiento lógico. Y, especialmente, son capaces de promover pequeñas (o grandes) investigaciones matemáticas.

Además, no olvidemos que el segundo es una recomendación de Raúl Ibáñez.

Los pasatiempos en la prensa

Cuando conocimos que el New York Times disponía en su publicación diaria de problemas basados en el juego SET, nos quedamos muy sorprendidos. Pero también en España, la prensa ha tenido siempre la inclusión de pasatiempos en sus páginas. Primero con aquellos que se basan en el uso del lenguaje: crucigramas, sopa de letras, etc. Más tarde incluyendo otros juegos de ingenio: jeroglíficos, crucinúmeros, etc. Luego vino la invasión de los sudokus y derivados. Pero también muchos problemas de ingenio.

Algunos periódicos pusieron estas secciones de pasatiempos en manos de matemáticos y expertos en juegos y puzles. Ejemplos muy interesantes de esta actividad fueron (y son) El Correo Español-El Pueblo Vasco (con Frabetti) o El País (El juego del Verano, con Fonseca, El Pequeño País, Los concursos de El País Digital, Verne…).

Nuestros amigos del Grupo Alquerque han dedicado mucho de su tiempo a recopilar este tipo de pasatiempos publicados en la prensa, elaborando varios artículos muy interesantes sobre su posible uso en la escuela y, también, elaborando juegos manipulativos a partir de ellos para ser usados en las Ferias de la Ciencia realizadas en Andalucía y, de manera particular, en Sevilla.

Aquí les dejamos tres direcciones web donde podrán encontrar algunos de sus trabajos:

http://www.grupoalquerque.es/
http://www.grupoalquerque.es/recursos/pasatiempos/index.htm
http://pasatiemposmatematicosdelaprensa.blogspot.com/

Y, bueno, hasta aquí todo por esta vez. Pero recuerden que esperamos sus ideas y sugerencias, sus preguntas y aportaciones. Sin eso, este artículo no está completo.

¡Ah! Y de nuevo hemos deslizado alguna errata para que nuestros avispados lectores nos la comuniquen y así puedan recibir un obsequio como reconocimiento y recuerdo.

Hasta el próximo **NÚMEROS** Revista de Didáctica de las Matemáticas

Un saludo.

Club Matemático