

ALFABETIZACIÓN ALGEBRAICA A PARTIR DE 3 AÑOS: EL CASO DE LOS PATRONES

Algebraic literacy from 3 years: The case of patterns

Acosta, Y.^a y Alsina, À.^a

^aUniversitat de Girona

Resumen

En los últimos años los currículos de matemáticas de diversos países, como por ejemplo Estados Unidos, han empezado a incorporar la enseñanza del álgebra a partir de los 3 años. Desde este prisma, se ha realizado una investigación basada en el diseño con 24 alumnos de 3-4 años para analizar sus conocimientos acerca de los patrones, a partir de una trayectoria de aprendizaje que contempla diversos contextos de enseñanza-aprendizaje: situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos, juegos, recursos literarios (cuentos), recursos tecnológicos y recursos gráficos. Los resultados obtenidos indican que los participantes en el estudio son capaces de identificar, reconocer y representar patrones que siguen una estructura simple en estos contextos de enseñanza, reforzando de esta manera la base de una futura alfabetización algebraica. Se concluye que la trayectoria de aprendizaje diseñada puede favorecer la orientación y el tratamiento de los patrones al profesorado de Educación Infantil, con el propósito de que puedan llevar a cabo una intervención educativa especializada que permita fomentar la iniciación del pensamiento algebraico.

Palabras clave: educación matemática infantil, alfabetización algebraica, trayectoria de aprendizaje, patrones.

Abstract

Over the last few years, the mathematics curriculums from several countries, such as the United States, have begun to incorporate the teaching of algebra at the age of 3. From this perspective a study has been created with 24, 3-4 year old, students to analyze their knowledge about patterns, based on a learning trajectory that includes different teaching-learning contexts: daily life situations, manipulative materials, games, literary (stories), technological and graphical resources. The obtained results indicate that the participants are able to identify, recognize and represent patterns that follow a simple structure in these teaching contexts, reinforcing the basic algebra knowledge in the future. It is concluded that the designed learning process can favor the orientation and the treatment of the patterns of early childhood teachers, with the intent of them constructing an educational intervention, focused on fomenting the initiation of algebraic thinking.

Keywords: infant mathematics education, algebraic literacy, learning trajectory, patterns.

INTRODUCCIÓN

La investigación sobre los patrones como una forma de pensamiento que contribuye al desarrollo de habilidades matemáticas sigue siendo una temática poco tratada, sobre todo en la primera infancia (Perry y Dockett, 2008; Clements y Sarama, 2015), a pesar de que configuran la base para el comienzo de la representación algebraica (Clements y Sarama, 2015).

Desde este prisma, se realiza una investigación basada en el diseño con 24 alumnos de 3-4 años para analizar sus conocimientos acerca de los patrones, a partir de una trayectoria de aprendizaje que contempla diversos contextos de enseñanza-aprendizaje. Con ello, se pretenden ofrecer

orientaciones didácticas y disciplinares al profesorado de Educación Infantil sobre el tratamiento de los patrones, con el propósito de que puedan favorecer que los alumnos de las primeras edades se inicien en el pensamiento algebraico.

El pensamiento algebraico y los patrones en Educación Infantil

Como se ha indicado, existe poca investigación sobre el pensamiento algebraico infantil en general y los patrones en particular, razón por la cual la presencia de este tipo de conocimientos en el currículo es todavía escasa. Kaput (2000) ya hace alusión a este aspecto cuando propone una "algebraización del currículo" desde edades tempranas y el *National Council of Teachers of Mathematics* [NCTM] (2003) apuesta por una introducción temprana del álgebra a partir de los 3 años. La finalidad que se persigue es construir una base sólida de aprendizajes que favorezca la adquisición y tratamiento de un conocimiento más sofisticado del álgebra en niveles posteriores del proceso de enseñanza-aprendizaje.

El pensamiento algebraico temprano se desarrolla a través de la conciencia estructural de los patrones y más tarde en la estructura de la aritmética (Carraher, Schliemann, Brizuela y Earnest 2006; Mason, Stephens y Watson, 2009). Además, este tipo de pensamiento permite "[...] analizar las relaciones entre cantidades, ser consciente de la estructura, estudiar el cambio, generalizar, resolver problemas, modelar, justificar, probar y predecir" (Kieran, 2004, p. 149).

En esta línea, la exploración de patrones se puede considerar como una especie de trampolín útil para promover la generalización, la anticipación, la conjetura, la justificación, la representación y el inicio del uso preciso del lenguaje matemático. De acuerdo con Rittle-Johnson, Zippert y Boice (2018), los alumnos primero aprenden a trabajar con patrones simples del tipo AB y luego aprenden a identificar patrones con tres y cuatro unidades (patrones ABB y AABB). Desde este prisma, compartimos la idea de que "crear patrones es buscar regularidades y estructuras matemáticas [...] los patrones son más que un contenido: son un proceso, un dominio de estudio y un hábito de la mente" (Clements y Sarama, 2015, p. 304).

Basándonos en estos precedentes, es imprescindible articular un tratamiento minucioso del pensamiento algebraico durante los primeros años, para que a partir de buenas preguntas y propuestas adecuadas con patrones, se pueda ayudar a los alumnos a iniciar una alfabetización algebraica. En este sentido las trayectorias de aprendizaje conforman una estrategia idónea para vehicular el proceso de enseñanza-aprendizaje de los patrones.

Clements y Sarama (2015) proponen construir trayectorias de aprendizaje que "[...] describen las metas del aprendizaje, los procesos de pensamiento y aprendizaje de los niños en diferentes niveles, y las actividades de aprendizaje en las que ellos podrían participar" (p. 12). Para estos autores, las metas del aprendizaje son las grandes ideas matemáticas que incluyen agrupaciones de conceptos y capacidades matemáticas primordiales que fomentan el pensamiento de los niños y que construyen las bases idóneas para el aprendizaje futuro, mientras que los procesos de pensamiento y aprendizaje se refieren a los niveles de pensamiento que vehicular el logro de la meta matemática, es decir, "[...] la progresión del desarrollo describe una ruta típica que los niños siguen durante el desarrollo del entendimiento y las habilidades necesarias en torno al tema matemático" (Clements y Sarama, 2015, p. 11). Finalmente, las actividades de aprendizaje son un conjunto de tareas instructivas diseñadas para ayudar a los niños a adquirir ideas y habilidades necesarias, para así promover el desarrollo del pensamiento desde un nivel particular a otro superior. Por tanto, es imprescindible adquirir el compromiso de diseñar propuestas que sean coherentes con el proceso natural de desarrollo del aprendizaje de las matemáticas, en las que se potencie el uso del contexto con finalidades didácticas. Todos estos condicionantes facilitan la concreción y creación de itinerarios didácticos.

La palabra itinerario invita a pensar y a plantear la enseñanza de las matemáticas en infantil como una secuencia, un recorrido de lo concreto hacia lo abstracto en el que se usan diversos contextos de aprendizaje. (Alsina, 2015, p. 13)

En este sentido, se asume la secuencia didáctica propuesta por Alsina (2010) para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades. Este autor plantea un diagrama piramidal en el que indica de forma sencilla el tipo de contextos de enseñanza-aprendizaje necesarios para desarrollar el pensamiento matemático y su frecuencia de uso más recomendable: en la base se encuentran las situaciones de vida cotidiana, los materiales manipulativos y los juegos; en un nivel intermedio los recursos literarios (cuentos) y tecnológicos; y en el último nivel los recursos gráficos. Posteriormente, este mismo autor establece itinerarios de adquisición en los que secuencia los contextos desde la parte inferior a la superior de la pirámide (Alsina, 2011).

Se considera a su vez la visión del NCTM sobre la necesidad de articular "[...] contextos que promuevan la resolución de problemas, el razonamiento, la comunicación, las conexiones, y el diseño y análisis de representaciones" (NCTM, 2006, p. 12). Desde este prisma, nuestro itinerario didáctico pretende potenciar la enseñanza-aprendizaje de los patrones a través de los procesos matemáticos propuestos por el NCTM (2003, 2006).

Considerando estos antecedentes, nos formulamos la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo planificar y gestionar la enseñanza de los patrones para fomentar el desarrollo del pensamiento algebraico en alumnos de 3-4 años?

De esta pregunta derivan los objetivos de nuestro estudio:

1. Diseñar una trayectoria de aprendizaje y un itinerario didáctico de los patrones para alumnos de 3-4 años.
2. Aplicar la trayectoria de aprendizaje y el itinerario didáctico en un grupo de 24 alumnos de 3-4 años.

MÉTODO

Nuestro estudio sigue las líneas de una investigación basada en el diseño (*Design-based research* [DBR]), que se trata de un método metodológico emergente, con carácter básicamente cualitativo, que persigue la comprensión y mejora de la realidad educativa a partir del estudio de la complejidad y singularidad de contextos naturales de aprendizaje (Molina, Castro, Molina y Castro, 2011; *Design-Based Research Collective*, 2003). Núñez del Río, de Castro, del Pozo, Mendoza y Pastor (2010) constatan que dicho método es capaz de promover el diseño de innovaciones curriculares fundamentadas en teorías que, mediante un ciclo reflexivo de análisis, implementación y rediseño, aportan un enriquecimiento al proceso de enseñanza y aprendizaje.

Desde la perspectiva de *Design-Based Research Collective* (2003), Reeves (2006) y los antecedentes teóricos expuestos, presentamos el siguiente diagrama de flujo que refleja el proceso metodológico que enmarca nuestro estudio.

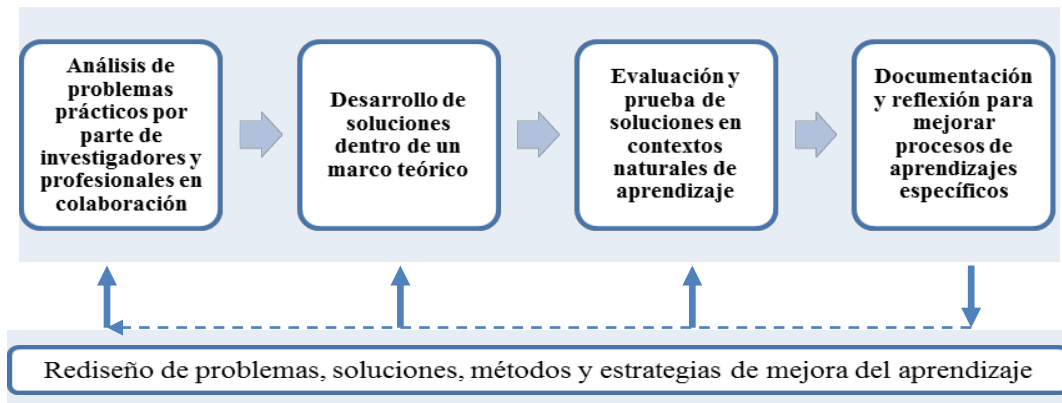


Figura 1. Diagrama de flujo sobre la línea metodológica DBR que orienta la investigación

Siguiendo el diagrama de flujo anterior, se ha diseñado una trayectoria de aprendizaje inspirada en las aportaciones de Clements y Sarama (2015) que consta de dos apartados donde se especifica por un lado la progresión del aprendizaje, y por otro, las finalidades que se pretenden alcanzar. Desde esta óptica, se ha optado por concretar un itinerario didáctico que permita establecer una relación entre la teoría y la práctica que favorezca tanto el proceso de enseñanza-aprendizaje como el inicio del desarrollo del pensamiento algebraico. Dicho itinerario consta de nueve propuestas, que pueden ser ampliadas siguiendo una frecuencia ajustada a la pirámide de Alsina (2010).

Contextualización y participantes en el estudio

El estudio se ha llevado a cabo en un grupo de 24 alumnos (12 niños y 12 niñas) de 3-4 años de un colegio público de Girona, España. En general presentan un nivel madurativo óptimo que se adecua a su edad evolutiva. La metodología de aula se basa en el trabajo por proyectos, donde el niño es el protagonista de sus descubrimientos y se fortalecen los vínculos familia-escuela.

Diversos autores, como Molina (2011), proponen que en un estudio DBR es necesario evaluar el conocimiento previo de los alumnos a partir de una prueba específica, por lo que se ha aplicado el Test de Competencia Matemática Básica 3 (*Test of Early Mathematics Ability* -TEMA3-) diseñado por Ginsburg y Baroody (2003). Los datos obtenidos muestran una media de 93,54 de Índice de Competencia Matemática (ICM), lo que significa que el grupo clase presenta un nivel medio de ICM, ya que en la escala interpretativa del Tema3 un ICM muy pobre se sitúa en valores menores de 70 y uno muy elevado por encima de 130 (Ginsburg y Baroody, 2003).

Técnicas de recogida de información

La recogida de datos cualitativos se ha realizado a través de notas de campo, de observaciones participantes y del registro audiovisual y fotográfico de todas las intervenciones. De acuerdo con Quecedo y Castaño (2002) las notas de campo se registran de manera descriptiva captando una perspectiva interna pero sin intención de ser evaluativas. Estos registros en el diario de campo nos han permitido conservar expresiones, razonamientos, diálogos de los alumnos e incluso reflexiones extraídas de la praxis. Por su parte, la observación participante ha facilitado a los investigadores aprender y reflexionar sobre las actividades que se implementan con los participantes en un escenario natural, haciendo uso de la observación y de la participación activa (Kawulich, 2006), propiciando así una interacción directa en el contexto real del aula. Finalmente, a través de la grabación audiovisual de las sesiones y del registro fotográfico, se ha analizado en diferido, de manera crítica y reflexiva, el proceso y desarrollo de las propuestas del itinerario didáctico.

Datos cualitativos obtenidos tras la articulación del itinerario didáctico

Con la intención de garantizar una intervención educativa de calidad y priorizar la atención individualizada, todas las sesiones se han desarrollado con dos docentes en el aula y ocho de las nueve sesiones se han articulado partiendo el grupo en dos.

Tabla 2. Itinerario didáctico diseñado a partir de la secuencia didáctica de Alsina (2010)

Situaciones de vida cotidiana	Se muestran a los alumnos dos imágenes sobre situaciones de vida cotidiana (un paso de peatones en una sesión y un enjardinado que sigue el patrón AB en la otra) y se les invita a representar la seriación observada.
Recursos manipulativos	Se ponen al alcance de los alumnos diversos recursos manipulativos (policubos en una sesión y hueveras con tapas de plástico en la otra) con la intención de que construyan una seriación sencilla a partir de la manipulación libre del material propuesto.
Recursos lúdicos	A través de dos juegos se pretende promover la anticipación de hechos a partir de la interiorización de la secuencia presente en los dos recursos lúdicos.
Recursos literarios	Utilizando el cuento como recurso literario se pretende que los alumnos identifiquen la secuencia temporal de la historia: <i>La ratita presumida</i> , siendo capaces de predecir lo que sucederá en el relato.
Recursos tecnológicos	Se invita a los alumnos a introducir en los robots educativos programables (<i>Bee-bots</i>) los comandos secuenciados correctos con la intención de conseguir el reto propuesto.
Recursos gráficos.	Los alumnos a través de la técnica de estampación representan el recorrido de las <i>Bee-bots</i> , después de visualizar un vídeo donde han quedado registradas las acciones llevadas a cabo en la sesión anterior.

A continuación, se exponen las evidencias más relevantes categorizadas de acuerdo con la técnica que ha permitido recoger la información. Se utiliza (NC) en las notas de campo, (OP) para las observaciones participantes, (RA) en registro audiovisual y (RF) para el registro fotográfico. Todas las evidencias recogidas han permitido ajustar el itinerario didáctico a partir de un proceso de reflexión retrospectivo donde se ha analizado la planificación y gestión de las propuestas.

Tabla 2. Sesión 1: Paso de peatones

OP	- Docente: Si ahora tenemos una franja negra, una blanca y una negra. ¿Qué franja colocaremos a continuación?
RA	- Alumno1: Una blanca y después una negra y después otra blanca y después una blanca. - Alumno2: No, después otra negra. - Docente: ¿Y por qué colocaremos después de la negra una blanca? - Alumno3: Para hacer bien el paso de cebra.

A partir de la observación realizada, se considera necesario priorizar una dinámica semidirigida que se acompañe de buenas preguntas que ayuden a conseguir la finalidad propuesta.

Tabla 3. Sesión 2: Enjardinamiento de una vía

OP	- Docente: ¿Cómo son los árboles que hay en la foto?
RA	- Alumno1: De otoño. - Docente: Pero, ¿cómo son, qué forma tienen? - Alumno: De triángulo. - Docente: ¿Y cómo es este? – señalando un árbol de la foto. - Todos: Pequeño. - Docente: Mirad que hay aquí – mostrando el interior de una caja de madera. - Alumno2: ¡Son piezas! - Docente: Y si queremos hacer un árbol grande y uno pequeño con estas piezas, ¿cómo lo podemos hacer? - Alumno1: Las podemos pegar. - Docente: Una pieza, ¿qué árbol representaría? - Alumno3: El grande. - Docente: ¿Este sería el grande? - Alumno1: No. El pequeño. - Docente: Bien, este sería el pequeño. Pero, ¿cómo hacemos el grande? - Alumno4: Con muchos. - Docente: Si ahora tenemos un árbol pequeño, un árbol grande, ¿cuál pondremos ahora?

- Todos: ¡Uno de pequeño!

En la transcripción de la Tabla 3 se aprecia que la docente formula una pregunta sobre la forma y usa nociones como “grande” y “pequeño”, cuando la finalidad real es incidir en la altura del árbol (alto-bajo). Este hecho ha contribuido a añadir de manera específica en el itinerario que es necesario utilizar un lenguaje matemático preciso y adaptado al nivel de los alumnos.

Tabla 4. Sesión 3: Jugamos con material reciclado

NC Las hueveras tienen algunas hileras pintadas siguiendo un patrón AB en correspondencia con el color de los tapones proporcionados. Algunos niños colocan los tapones haciendo la correspondencia adecuada y se han sentido motivados para hacer otras seriaciones en las hileras que no estaban pintadas o incluso en el suelo.



Figura 2. Evidencia fotográfica captada durante la sesión 3

Tabla 5. Sesión 4: *Multilink*

NC - Alumno1: ¡Una torre! Ahora toca el verde.
OP - Docente: ¿Por qué toca el verde?
RF - Alumno1: Porque es verde, naranja, verde, naranja...
 - Docente: Pero en el lugar de una pieza naranja has puesto una de color amarillo.
 - Alumno1: Sí, no hay más naranjas.



Figura 3. Evidencia fotográfica captada durante la sesión 4

En las Tablas 4 y 5 se pone de manifiesto que es necesario que el docente actúe como incitador del conocimiento a través de la planificación y estructuración del espacio y del material, para suscitar de manera indirecta una acción determinada. En este sentido se introducen en el itinerario didáctico estrategias organizativas en el momento de ofrecer el material, por ejemplo, se sugiere agrupar los policubos en dos colores para que la variedad de aspectos cualitativos de la colección no sea un elemento distorsionador para conseguir el objetivo. De esta manera, se evita plantear actividades dirigidas donde el alumno pierda su protagonismo e iniciativa.

Tabla 6. Sesión 5: El juego del tren

NC Se ha establecido una dinámica muy cooperativa entre los alumnos, ya que los niños que cogen el elemento incorrecto los compañeros le han ayudado. Una vez hecho el tren los alumnos han dejado el elemento en un rincón del aula, pero en el segundo medio grupo un alumno propuso realizar de manera cooperativa un tren en el suelo con los elementos. Esta oportunidad se ha aprovechado y ha servido para consolidar y representar la seriación vivida siguiendo un patrón AB.



Figuras 4 y 5. Evidencia fotográfica captada durante la sesión 5

En esta ocasión se considera pertinente incluir en el itinerario la propuesta espontánea de los alumnos de representar el tren en el suelo.

Tabla 7. Sesión 6: 1, 2, 3 pica pared

NC	Ha sido complicado que los alumnos respetaran la norma dada, pero a medida que ha ido avanzado el juego han interiorizado la secuencia temporal del patrón (quietos como estatuas-caminar-quietos como estatuas-caminar) ejecutándolo correctamente.
NC	<p>Durante el recreo un grupo reducido de alumnos ha jugado al “1, 2, 3 pica pared”:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Alumno1: ¿Jugamos al 1, 2, 3? - Alumno2: Yo paro. - Alumno3: Nosotros somos estatuas. - Alumno1: No se vale moverse. - Alumno2: El que se mueva pierde. - Alumno1: No pierde, vuelve a empezar. - Alumno4: Primero paras, después miras, paras, miras y si alguien se mueve, vuelve a empezar.

Como se muestra en la Tabla 7, se ha podido constatar la dificultad y, a la vez, la capacidad de los alumnos para seguir pautas con una determinada secuencia. También se ha observado como los alumnos han transferido de manera espontánea la dinámica del juego a otro momento educativo siendo capaces de recordar las normas, repartir los roles y seguir la secuencia del juego de forma autónoma.

Tabla 8. Sesión 7: Cuento infantil "La ratita presumida"

NC	Algunos alumnos se han animado a escenificar de manera espontánea el suceso anticipado y la
RF	docente ha aprovechado la oportunidad para animar al resto de la clase a participar.



Figura 6. Evidencia fotográfica captada durante la sesión 7

A partir de los datos observados, se considera oportuno incluir en el itinerario la propuesta de los alumnos de representar alguna secuencia del cuento ya que ha sido una buena estrategia para invitar al grupo a anticipar hechos y acciones.

Tabla 9. Sesión 8: *Bee-Bots*

OP	- Alumno1: ¡La abeja se paró en las tres flores!
RA	- Docente: ¿Y cómo lo conseguisteis? - Alumno1: Apretando adelante-adelante-pausa muchas veces.
OP	- Docente: ¿Cuántas veces tenemos que marcar la tecla "pausa"?
RA	- Alumno1: Tres veces
RF	- Docente: ¿Y por qué 3 veces? -pregunta la docente- - Alumno1: Porque hay 1, 2 y 3 flores.



Figura 7. Evidencia fotográfica captada durante la sesión 8.

Tabla 10. Sesión 9: Representando el recorrido de las *Bee-Bots*

OP	- Docente: Las abejas ya no se acuerdan del camino que hacían para llegar a las flores.
RA	- ¿Vosotros os recordáis? - Alumno1: Siii, un, dos, pausa. - Docente: Muy bien, dos pasos hacia adelante y pausa. ¿Y la pausa donde la hacían las abejas? - Todos: En las flores. - (...) - Docente: Tenemos estos dos tapones para hacer el camino. ¿Cómo lo podemos hacer? - Alumno2: Pintando, primero uno y después otro. - Docente: ¿Les parece bien esta propuesta? - Todos: ¡Sí! - Docente: ¿Pero con cuál marcaremos los dos pasos hacia adelante? - Alumno3 y 4: Con este –señalando el tapón con la flecha- - Docente: Muy bien, los dos pasos lo haremos con el tapón de la flecha. ¿Y la pausa? - Todos: Con la flor.

De acuerdo con las transcripciones de las Tablas 9 y 10 se evidencia como a través de buenas preguntas se fomentan los procesos matemáticos relacionados con el razonamiento, la comunicación, la resolución de conflictos y la representación, lo que reafirma la necesidad imperante del apartado “preguntas de desarrollo” del itinerario.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

De manera general el estudio realizado ha permitido: a) observar como los alumnos de manera natural tienden a ordenar las colecciones de objetos siguiendo un criterio, normalmente cualitativo, establecido por ellos mismos; b) detectar que el tratamiento del concepto patrón con alumnos de 3-4 años resulta complicado de asumir. El termino seriación ha sido más concreto y no tan abstracto como el de patrón. Por este motivo se pone mayor énfasis en la seriación y no tanto en el reconocimiento e identificación de la unidad de repetición. En este sentido, Rittle-Johnson, Fyfe, Loehr y Miller (2015) confirman en su estudio que es necesario el uso de explicaciones instructivas para reforzar la abstracción del patrón y que este hecho se evidencia de manera exitosa a partir de los 4-5 años; y c) constatar que el maestro en este tipo de actividades ha de actuar como incitador del conocimiento a través de la formulación de buenas preguntas adecuando el vocabulario a la edad de los alumnos sin dejar de potenciar el lenguaje matemático.

A partir de la documentación obtenida y de la reflexión posterior se han rediseñado y reajustado la trayectoria de aprendizaje y el itinerario didáctico, con la intención de ofrecer orientaciones sobre la planificación y gestión de la enseñanza de los patrones en alumnos de 3-4 años. Estas orientaciones siguen los principios estructurales sobre las trayectorias de aprendizaje que plantean Clements y Sarama (2015), aunque los resultados obtenidos en nuestra investigación han permitido realizar algunas adaptaciones tanto en la progresión del aprendizaje como en las finalidades. En concreto, a partir de los datos obtenidos en nuestro estudio proponemos la siguiente progresión del aprendizaje: a) Reconocimiento de patrones presentes en situaciones de vida cotidiana y juego; b) Construcción de seriaciones sencillas con material diverso alternando colores, formas o medidas; y c) Lectura y representación de seriaciones que siguen patrones simples (AB). Y en relación a las finalidades para el tratamiento de los patrones con alumnos de 3-4 años, proponemos las siguientes: a) Identificar seriaciones que siguen patrones simples (AB); b) Iniciarse en la construcción de seriaciones con patrón simple; c) Anticipar acciones a partir de la identificación de una determinada secuencia; y d) Leer y representar seriaciones formadas por un patrón (AB).

Tal y como expone Rittle-Johnson et al. (2018), las habilidades relacionadas con la repetición de patrones son un vaticinador del conocimiento y el crecimiento matemático. Por consiguiente, compartimos con Papic y Mulligan (2007) la necesidad de continuar explorando el impacto que produciría en el desarrollo de la primera infancia la introducción de cambios significativos en el currículo que hicieran posible implementar una pedagogía docente que abogue por la representación, la abstracción y la generalización de patrones repetitivos y crecientes en los primeros años.

De igual manera es importante poner en valor el papel del docente como guía que acompaña e invita a los alumnos a reconocer, transferir y representar patrones en diferentes contextos educativos, haciendo uso de buenas preguntas y de una planificación minuciosa, conectada con la teoría y sustentada desde la práctica, que contribuya a iniciar el camino del pensamiento algebraico.

Referencias

- Alsina, À. (2010). La “pirámide de la educación matemática”: una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de Innovación Educativa*, 189, 12-16.
- Alsina, À. (2011). *Educación matemática en contexto de 3 a 6 años*. Barcelona: ICE-Horsori.
- Alsina, À. (2015). Factores clave para una educación matemática infantil de calidad. *Aula Infantil*, 79, 11-14.
- Carraher, D. W., Schliemann, A. D., Brizuela, B. M. y Earnest, D. (2006). Arithmetic and algebra in early mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37, 87-115.
- Clements, D. y Sarama, J. (2015). *El Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas a Temprana Edad*. Great Britain: Learning Tools LLC.
- Design-Based Research Collective. (2003). Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5-8.
- Ginsburg, H. P. y Baroody, A. J. (2003). *Test of Early Mathematics Ability- Third Edition*. Austin, TX: Pro Ed.
- Kaput, J. (2000). *Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by “algebrafying” the K-12 curriculum*. Dartmouth, Massachusetts: National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.
- Kawulich, B. (2006). La observación participante como método de recolección de datos. *Forum: Qualitative Social Research*, 6(2). Recuperado de <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:0114-fqs0502430>
- Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it. *The Mathematics Educator*, 8(1), 139-151.

- Mason, J., Stephens, M. y Watson, A. (2009). Appreciating structure for all. *Mathematics Education Research Journal*, 2(2), 10-32.
- Molina, M., Castro, E., Molina, J. L. y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(1), 75-88.
- NCTM. (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- NCTM. (2006). *Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics: a quest for coherence*. United States of America: National Council of Teachers of Mathematics.
- Núñez del Río, C., de Castro, C., del Pozo, A., Mendoza, C. y Pastor, C. (2010). Inicio de una investigación de diseño sobre el desarrollo de competencias numéricas con niños de 4 años. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, y T. A. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 463-474). Lleida: SEIEM.
- Papic, M. y Mulligan, J. T. (2007). The growth of early mathematical patterning: An intervention study. En J. Watson y K. Beswick (Eds.), *Proceedings of the 30th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. Mathematics: Essential research, essential practice* (Vol. 2, pp. 591-600). Adelaide, Australia: MERGA.
- Perry, B. y Dockett, S. (2008). Young children's access to powerful mathematical ideas. En L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (2da ed., pp. 75-108). New York: Routledge.
- Quecedo, R. y Castaño, C. (2002). Introducción a la metodología de investigación cualitativa. *Revista de Psicodidáctica*, (14), 5-39.
- Rittle-Johnson, B., Fyfe, E. R., Loehr, A. M. y Miller, M. R. (2015). Beyond numeracy in preschool: Adding patterns to the equation. *Early Childhood Research Quarterly*, 31, 101-112.
- Rittle-Johnson, B., Zippert, E. L. y Boice, Katerine, L. (2018). The Roles of Patterning and Spatial Skills in Early Mathematics Development. *Early Childhood Research Quarterly*. doi: 10.1016/j.ecresq.2018.03.006.
- Reeves, T. (2006). Design research from a technology perspective. En J. V. D. Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney y N. Nieveen (Eds.), *Educational Design Research* (pp. 52-66). New York: Routledge.