
CONSTRUYENDO LA DISTRIBUCIÓN MUESTRAL DESDE UN ENFOQUE DE MUESTREO REPETIDO

Ernesto Alonso, Sánchez Sánchez

esanchez@gmail.com

CINVESTAV (México)

Eleazar, Silvestre Castro

esilvestre@gmail.com

CINVESTAV (México)

Asunto: Uso de recursos didácticos o tecnológicos

Temática: Muestreo y Estadística Inferencial

RESUMEN

En este taller se aborda el diseño y resolución de un conjunto de tareas que parten del análisis exploratorio del muestreo y la estimación, hasta abordar el concepto de la distribución muestral y su uso en tareas de inferencia, a través del enfoque de muestreo repetido, utilizando el software Fathom. El taller está dirigido a profesores-investigadores centrados en el nivel bachillerato o cursos introductorios a la inferencia estadística, y tiene como objetivo principal mostrar y discutir posibles formas de articular lecciones que armonicen el uso de las simulaciones con un apropiado desarrollo de la comprensión conceptual centrada en el muestreo y la distribución muestral.

148

PALABRAS CLAVE

Simulaciones aleatorias, Exploración de datos, Distribución muestral e inferencia.

INTRODUCCIÓN

La distribución muestral enmascara una distribución de probabilidad que a su vez revela el patrón de variación que sigue el estadístico, lo cual permite generar predicciones más precisas sobre el comportamiento que habría de esperarse en una nueva muestra (Lipson, 2002). Pese a que el concepto es considerado de gran relevancia para la inferencia estadística y la probabilidad, diversas investigaciones señalan que es uno de los que más retos y dificultades genera en la población estudiantil en general, debido a su carácter dinámico y multifacético (Harradine, Batanero y Rosmman, 2011). Por otra parte, en años recientes se ha observado un considerable aumento en el desarrollo de propuestas didácticas dirigidas a niveles educativos previos al universitario, que abogan por el uso de simulaciones de experimentos aleatorios y un enfoque frecuentista como vías potencialmente favorables para introducir algunas ideas a parte de la lógica que

sustenta algunas técnicas de la inferencia frecuentista (Rossman, 2008; Batanero & Díaz, 2015). Sin embargo, dado que muchas de estas propuestas se apoyan en el concepto de la distribución muestral, otras investigaciones continúan haciendo un llamado a producir evidencia empírica que exhiba cuáles son los límites de las potencialidades y dificultades que emergen en los estudiantes y profesores, en el contexto de trabajar de cara al uso de simulaciones, la noción frecuentista de la probabilidad y otros conceptos estadísticos fundamentales involucrados (ver por ejemplo, Jacob & Doerr, 2013; Sánchez, García-Ríos & Mercado, 2017). Para incidir en esta problemática, la de ganar conocimiento sobre los patrones que emergen en este tipo de escenarios y condiciones, en este taller se aborda el diseño y resolución de un conjunto de tareas relacionadas con la distribución muestral, que parten del trabajo exploratorio de nociones de muestreo y estimación, de forma holística, hasta abordar el concepto de la distribución muestral en tareas de inferencia (contraste de hipótesis); el objetivo general de ello es provocar una reflexión y discusión sobre posibles formas de articular y diseñar lecciones que promuevan el desarrollo de la comprensión conceptual sobre dichos conceptos cuando se utilizan simulaciones aleatorias a través del software educativo Fathom.

MARCO DE REFERENCIA

1. Principios del inferencialismo.

Partimos de la propuesta de Bakker y Derry (2011), quienes se apoyan en la postura filosófica de Brandom (2000), en la que asumimos que la construcción de conocimiento matemático sobre un determinado concepto recae, fundamentalmente, en adquirir experiencia sobre el papel que éste desempeña en un proceso de razonamiento y desarrollo de inferencias (juicios y proposiciones), enmarcadas en una práctica social de dar y pedir razones. En particular, en esta visión se buscan promover tres aspectos centrales en el diseño y aplicación de la instrucción: enfatizar la función inferencial de los conceptos para evitar la generación de conocimiento inerte; mantener un tratamiento holístico de los conceptos involucrados; y secuenciar las tareas de forma que se apueste a mantener y promover la coherencia desde la perspectiva del aprendiz. Así, nuestras actividades pretenden colocar al concepto de la distribución muestral en sintonía y trabajo explícito con diferentes tareas y conceptos estadísticos fundamentales, partiendo de las nociones de muestreo y estimación hasta arribar al contraste de hipótesis, y privilegiando la discusión y negociación de razones y argumentos durante la resolución de las tareas.

2. El uso de tecnología para el desarrollo del razonamiento estadístico.

Proponemos el uso de Fathom gracias a sus recursos orientados a potenciar acciones de exploración y conjetura en el análisis de datos (Biehler, Ben-Zvi, Bakker & Makar, 2013): arrastre de puntos/valores particulares, graficación a través del arrastre de variables, enlace de múltiples representaciones, y uso de simulaciones aleatorias y modelos probabilísticos. A comparación de otros softwares utilizados en educación

estocástica, Fathom provee un ambiente de fácil acceso y explotación de recursos que han sido ampliamente trabajados por otros grupos de investigación (ver Maxara, 2009), de donde se señala, en particular, su potencial ampliamente favorable para introducir diversos conceptos estocásticos.

3. *Incidencia en conceptos probabilísticos a través de las simulaciones.*

Hollylynne (2018) señala que el creciente uso de las simulaciones es también una vía de acceso al desarrollo del razonamiento respecto a conceptos probabilísticos centrales involucrados en el esquema del muestreo repetido; las acciones centrales que lo permiten son la aleatorización, repetición, y rechazo del modelo nulo (con base en la identificación de lo típico/atípico). Asumiendo dicha postura, al construir una distribución muestral en el enfoque frecuentista, se obliga a tener contacto con la noción probabilística de independencia, el modelaje a través de distribuciones de probabilidad, el rol explícito de la variabilidad muestral, y el desarrollo de un lenguaje probabilístico.

METODOLOGÍA DE DESARROLLO DEL TALLER

Para participar en el taller, se sugiere contar con un computador por cada dos participantes, además de contar con el software Fathom (aunque sea en la versión de prueba; en caso de requerirlo proveeremos una versión temporal). En cada sesión se organizará de forma aleatoria a los participantes, en equipos de dos personas con el objetivo de facilitar la interacción, discusión de procedimientos y argumentaciones. Para cada actividad del taller, las fases de aplicación son: 1. Planteamiento y discusión de la situación problema; 2. Análisis de los materiales didácticos clave involucrados en la actividad (por ejemplo, diseño de una población en el modelo de urna en versión físicas o a través del software); 3. Apertura de un espacio de trabajo colaborativo dentro y entre los equipos para responder a distintos cuestionamientos planteados en hojas electrónicas; y 4. Discusión y reflexión grupal de los procedimientos y argumentos empleados. Se hará entrega a cada participante de un manual que explique y describa los comandos utilizados en Fathom para construir las respectivas simulaciones; y se destinará un espacio breve al final del taller para comentar sobre el desarrollo del taller mismo, incluyendo algunas posibles implicaciones para la enseñanza/investigación en estas temáticas.

DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES

La situación problema es adaptada de la propuesta de Bakker y Derry (2011) y estudios exploratorios de investigaciones en curso (Silvestre & Sánchez, 2017), en donde se propone la exploración y análisis de poblaciones finitas de peces (sus longitudes medidas en centímetros) que parte de la toma y exploración de muestras pequeñas, para luego enfocarse en la construcción de la distribución muestral (empírica) y su uso en tareas introductorias a la inferencia. A continuación se declaran los objetivos de aprendizaje, las principales inferencias que esperamos sean desarrolladas como producto de resolver las

actividades, y una descripción general de la tarea central alrededor de la que se estructura la exploración y acciones de los participantes en el taller. Las hojas de trabajo e imágenes adicionales del uso de software se encuentran en la sección de Anexos.

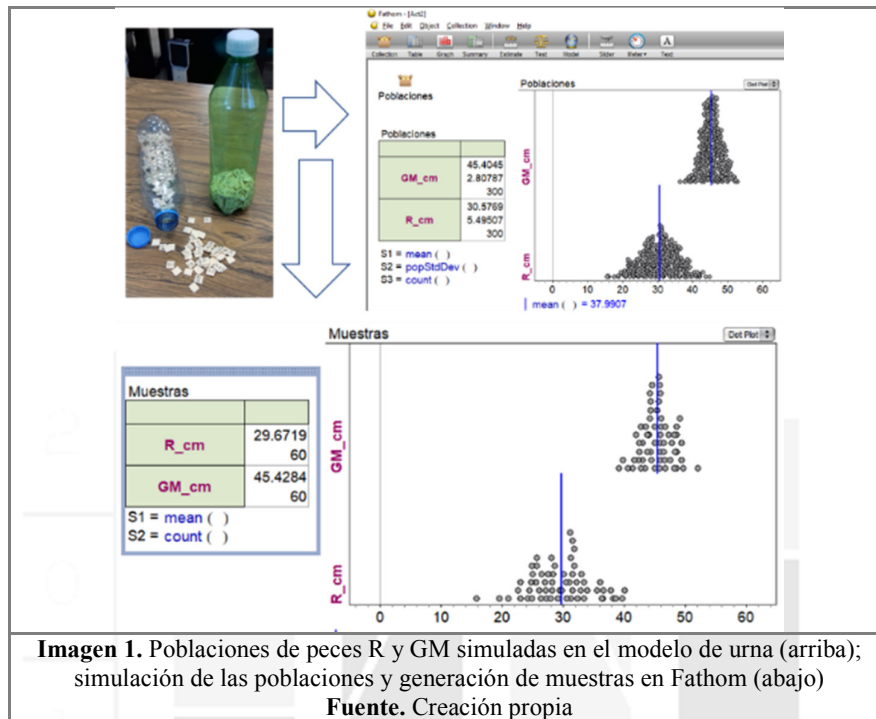
Objetivo de aprendizaje 1: Cuando no es posible realizar un censo, la mejor estimación de un parámetro desconocido es a través de una muestra; la comparación de muestras provenientes de poblaciones diferentes permite hacer conjeturas sobre su composición y diferencias entre ellas.

Tarea 1: Explorar la toma y análisis de muestras utilizando simulaciones físicas para estimar un parámetro poblacional.

La tarea inicia con la presentación de dos poblaciones finitas de peces, R y GM, que deben ser exploradas a través de la toma de muestras, inicialmente de tamaño pequeño, para así conjeturar si existe una diferencia entre sus longitudes promedio. Al principio, los autores brindarán los contenedores o urnas que contienen los elementos (longitudes medidas en cm) de las respectivas poblaciones (Imagen 1, esquina superior izquierda) con el objetivo de permitir una exploración física del muestreo a través de un modelo de urna. La finalidad de esta exploración es invitar al participante a emplear y hacer explícitos algunos de sus conocimientos previos (muestreo, uso de medidas descriptivas, nociones de variabilidad muestral y estimación); en particular, este trabajo pretende generar experiencias que involucren el trabajo explícito con la noción de aleatoriedad y variabilidad muestral, así como plantear el contexto de la estimación como el uso y contexto global bajo el cual se introducirá el concepto de la distribución muestral (tarea 3). También se pretende hacer hincapié en aspectos clave involucrados en el diseño de las urnas y población que facilite este tipo de exploraciones en el aula.

Objetivo de aprendizaje 2: La estimación de un parámetro desconocido realizada a través de una muestra puede ganar más precisión (reducción del error muestral) a medida que se aumente su tamaño n .

Tarea 2: Explorar la toma de muestras utilizando simulaciones computarizadas para estimar un parámetro poblacional.



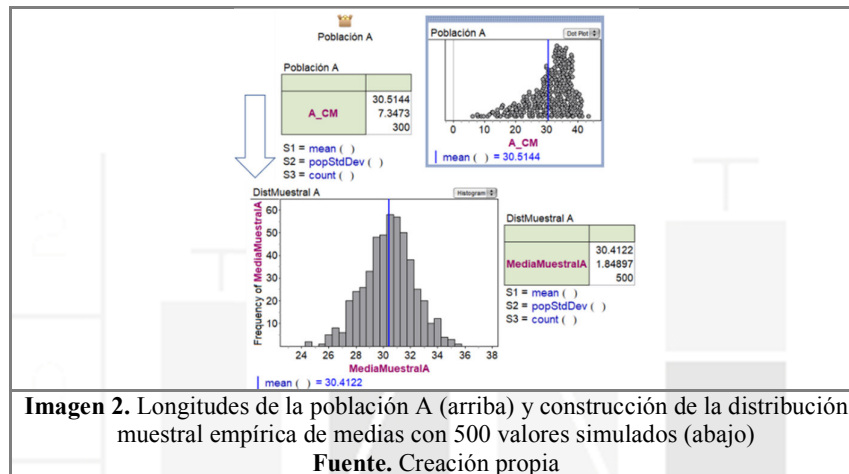
En esta tarea se continúa el proceso de exploración de muestras de ambas poblaciones de peces pero utilizando Fathom (Imagen 1). Los recursos a explotar son las representaciones dinámicas y la función de muestreo y re-muestreo. Además de provocar una familiarización de los participantes con el programa y sus comandos, una segunda intención de la actividad es trasladar el análisis de la situación problema al micro-mundo que ofrece el software, para así potenciar y centrar la discusión en los aspectos fundamentales de cada muestra (su dispersión, forma, centro y tamaño), de tal forma que se pueda realizar una conjetura más precisa sobre la composición de cada población a través de la reducción de la variabilidad muestral (aumentando su tamaño).

Objetivo de aprendizaje 3: Fijando un tamaño de muestra y tipo de muestreo, la distribución muestral (de medias) puede ser aproximada a través del muestreo repetido; el concepto permite aproximar la probabilidad de obtener ciertos valores muestrales y hacer predicciones sobre la composición de la población.

Tarea 3: Construir y utilizar la distribución muestral de medias a través del software.

En esta tarea se profundiza en la relación muestreo-estimación a través del análisis de la variabilidad del estadístico *media muestral* respecto al parámetro desconocido, de una nueva población de peces A, cuando se genera y acumula una gran cantidad de ellos bajo el esquema del muestreo repetido (Imagen 2). En esta sesión se orienta a los participantes en la manipulación del software (diferentes comandos y rutas) para simular el mecanismo

de muestreo, y una vez construida la distribución, se planten cuestionamientos orientado a la lectura e interpretación del concepto, cálculo de probabilidades, y el análisis de la relación entre sus elementos y la población (por ejemplo, al analizar la relación promedio de la distribución muestral – parámetro poblacional).



Objetivo de aprendizaje 4: El procedimiento del contraste de hipótesis se asocia con el uso de una distribución muestral, en donde interesa refutar una de dos hipótesis para seleccionar la más plausible de ser verdadera.

Tarea 4: Construir la distribución muestral de medias (de la hipótesis nula) para identificar con qué frecuencia se esperaba obtener los resultados muestrales observados, y así tomar una decisión respecto a aceptar o rechazar la hipótesis de interés.

Como tarea final, se propone realizar un contraste de hipótesis utilizando la distribución muestral empírica, lo cual permite centrar la atención y discusión en algunos aspectos centrales de la lógica subyacente al mecanismo de la prueba sin utilizar todo el aparato teórico-probabilístico que lo sustenta. Continuando en el mismo contexto, se presenta una media muestral obtenida a través de datos extraídos de una nueva población B de longitudes, a partir de la cual se plantea una hipótesis de interés ($H_0: \mu_B \leq 25$), para luego contrastarla con el modelo de la distribución muestral de otra población C, que se sabe sí presenta los parámetros de dicha hipótesis. De esta manera, además de plantear las hipótesis de interés H_0 y H_1 , se guiará a los participantes en el uso de Fathom para simular la distribución muestral correspondiente (Imagen 3), y así discutir el procedimiento más apropiado respecto al uso de la distribución y el tipo de conclusiones que pueden ser extraíbles una vez realizado el contraste.

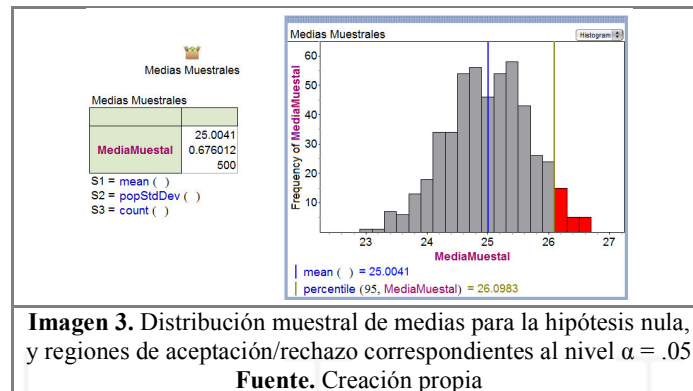


Imagen 3. Distribución muestral de medias para la hipótesis nula, y regiones de aceptación/rechazo correspondientes al nivel $\alpha = .05$
Fuente. Creación propia

REFLEXIONES

Dado que el trabajo que actualmente se realiza en cursos de estadística incide de forma superficial en esta temática, el acercamiento frecuentista al concepto de la distribución muestral genera, por lo menos, la posibilidad de exhibir y desarrollar conocimiento conceptual sobre la distribución y sus relaciones con otros conceptos. Aunque para el lector estadístico experto pueda parecer trivial, tan sólo construir y utilizar la distribución muestral en un proceso razonado que permita realizar inferencias representan ya tareas de gran complejidad, que requieren de un proceso de formación inicial que favorezca el trabajo directo con las ideas centrales que le subyacen. Se espera que el taller funja como un espacio apropiado de discusión y exploración del tipo de dificultades y experiencias que normalmente se observa en los estudiantes al enfrentarse a estos conceptos y utilizando dichos recursos instruccionales (ver por ejemplo, Silvestre y Sánchez, 2016; y Sánchez et al., 2017).

REFERENCIAS

- Bakker, A., & Derry J. (2011). Lessons from inferentialism for statistics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1-2), 5-26.
- Batanero, C., & Díaz, C. (2015). Aproximación informal al contraste de hipótesis. En J. M. Contreras, C. Batanero, J. D. Godino, G. R. Cañadas, P. Arteaga, E. Molina, M. M. Gea & M. M. López (Eds.), *Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*, 2, 207-214. Granada, España.
- Brandom, R. (2000). *Articulating reasons: An introduction to inferentialism*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Biehler, R., Ben-Zvi, D., Bakker, A., & Makar, K. (2013). Technologies for enhancing statistical reasoning at the school level. En M. A. Clements, A. Bishop, C. Keitel-Kreidt & J. Kilpatrick (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education*. 643-688. Springer Science+Business Media, Nueva York.
- Harradine, A., Batanero, C., & Rossman, A. (2011). Students and teachers' knowledge of sampling and inference. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching*

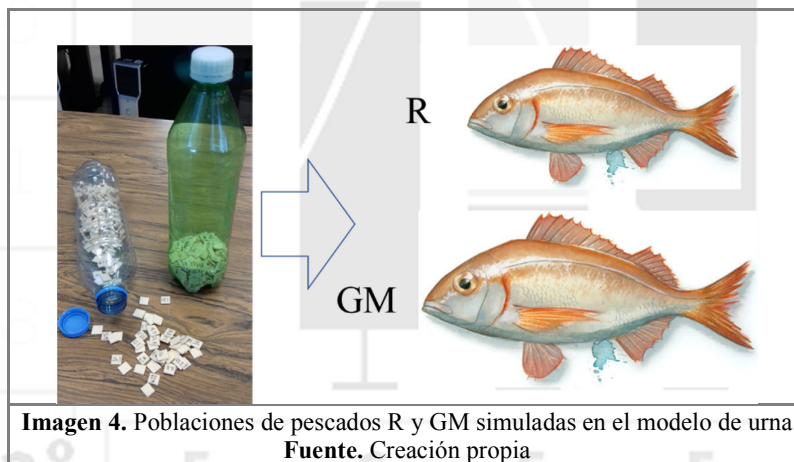
- Statistics in School-Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education*. 235- 246). A Joint ICMI/IASE Study.
- Hollylynne, S. (2018). Probability Concepts Needed for Teaching a Repeated Sampling Approach to Inference. En C. Batanero y E. J. Chernoff (Eds.), *Teaching and Learning Stochastics*. 89-101. Springer International Publishing.
- Jacob, B., & Doerr, H. (2013). Students' informal inferential reasoning when working with the sampling distribution. En Behiye Ubuz, Çiğdem Haser (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME-8)*, Manavgat-Side, Antalya, Turquía.
- Lipson, K. (2002). The role of computer-based technology in developing understanding of the concept of sampling distribution. En B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching of Statistics (ICOTS-6)*, Cape Town. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Maxara, C. (2009). Stochastische Simulation von Zufallsexperimenten mit Fathom-Eine theoretische Werkzeuganalyse und explorative Fallstudie. Kasseler Online-Schriften zur Didaktik der Stochastik (KaDiSto) Bd. 7. Kassel: Universität Kassel. Consultado en <http://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hebis:34-2006110215452>.
- Rossmann, A. (2008). Reasoning about informal statistical inference: One statistician's view. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 5-19.
- Sánchez, E., García-Ríos, V. N., & Mercado, M. (2017). Desarrollo del razonamiento sobre pruebas de significación de estudiantes de bachillerato en un ambiente tecnológico. En J.M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo y J. Carrillo (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XXI*, 447-456. Zaragoza: SEIEM.
- Silvestre, E., & Sánchez, E. (2016). Patrones en el desarrollo del razonamiento inferencial informal: introducción a las pruebas de significancia en el bachillerato. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática*, XX. 509-518. Málaga: SEIEM.
- Silvestre, E., & Sánchez, E. (2017). High school students' first experiences with the Sampling Distribution: toward a distributive perspective of sampling and inference. En *Proceedings of the Tenth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME-10)*. Dublín, Irlanda.

ANEXOS

Hojas de trabajo y guía para la implementación de las actividades:

Sesión 1.

Tarea 1. Un granjero acuícola trabaja en un estanque en el que se crían y reproducen peces de cierta especie población R). En cierto día, el granjero tomó un conjunto pequeño de estos peces y los colocó en otro estanque que contenía ya algunos peces de la misma especie, pero genéticamente modificados (población GM). Al cabo de un año, el granjero está interesado en conocer si los peces GM son más grandes que los de la población R. Ahora bien, observa y analiza el contenido de las urnas proporcionadas por el instructor; cada una contiene un conjunto de aproximadamente 300 elementos, mismos que representan las longitudes en centímetros de las respectivas poblaciones de pescados R y GE (Imagen 4).



Si tú fueses la persona responsable de realizar un muestreo para investigar si esta cuestión es verdad (los pescados GM son más grandes que los R), responde y realiza lo siguiente:

- Toma una muestra aleatoria simple de tamaño $n = 15$ y $n = 25$ de cada población, y escriba aquí los resultados correspondientes. Explique y justifique su método para la extracción de los elementos.
- ¿De qué forma pueden visualizarse estos datos? ¿qué puede decir sobre cada muestra? ¿qué medidas estadísticas utilizaría para determinar si existe una diferencia entre ambas poblaciones? Discuta con sus compañeros.

***Se abre un espacio de discusión para comparar las respuestas y métodos empleados de los participantes, haciendo énfasis en cómo realizar un muestreo físico que respete la generación de una muestra aleatoria simple, en relación con el diseño de nuestros materiales (urnas).

Tarea 2. Como producto de la exploración de las muestras, el granjero considera ahora que los peces GM son dos veces más grandes que los peces R. Para analizar el grado de veracidad de esta conjetura, vamos a continuar con la exploración y toma de muestras a través de un simulador virtual en Fathom:

***Se abre un espacio para guiar el uso del software para construir la simulación de esta situación: dada una población, generar un muestreo aleatorio, recabar y analizar datos a través de gráficos y medidas descriptivas: media, rango, mínimo, máximo y desviación estándar.

- c) Utilizando el simulador, tome una muestra aleatoria simple de 60 peces de cada población R y GM, y coloque la imagen del gráfico en este espacio. ¿qué puede decir sobre el comportamiento de cada muestra? ¿qué diferencias observa entre éstas y las primeras muestras extraídas físicamente?
- d) A la luz de esta información, ¿considera que la conjetura del granjero es correcta? Explique y justifique su respuesta con detalle.

***Se abre un espacio de discusión para comparar las respuestas y métodos empleados de los participantes, haciendo énfasis en cómo puede ser potenciado el muestreo y el análisis de estos datos a través de las herramientas del software; en particular, se desea incidir en el aumento de la confianza asociada a la estimación, al considerar que muestras de mayor tamaño presentarán un menor error (variación) alrededor del parámetro desconocido.

Sesión 2.

Tarea 3. En general, los investigadores que aplican técnicas de inferencia estadística están forzados a trabajar con un número limitado de observaciones que conforman una única muestra, a partir de la cual habrán de realizarse estimaciones del parámetro desconocido con un cierto grado de error o desviación delimitado, entre otras cosas, por el tamaño de muestra elegido. Esto es, si se toma una muestra de tamaño n_0 de cierta población, tiene sentido preguntarse: ¿cómo se comportan los valores del estadístico “media muestral”, respecto al parámetro μ ?, ¿de qué forma se distribuyen las variaciones o desviaciones del estadístico respecto a μ ? ¿Cómo podría auxiliarnos esta información en la generación de estimaciones más precisas sobre este parámetro desconocido?

***Se abre un espacio para guiar el uso de Fathom para construir la simulación de la distribución muestral de medias empíricas con $n = 15$: construcción y almacenamiento de valores de la media muestral, generación del gráfico correspondiente y uso de los comandos para el cálculo automático de medidas descriptivas.

Vamos a estudiar una nueva población de pescados provenientes de un tercer estanque A, la cual en esta ocasión está contenida y simulada en el archivo Act3.ftm junto con la población de peces GM. Si tomamos muchas muestras aleatorias de $n = 15$ longitudes de esta población, ¿cómo luciría una colección de una gran cantidad de valores del estadístico media muestral?

- e) Genere un gráfico de la población de A y GM, coloque dichas imágenes en este espacio. Siguiendo las instrucciones para utilizar el simulador, acumule valores del estadístico “media muestral” con para construir la distribución muestral empírica de A con $n = 15$, ¿qué ocurriría con esta distribución muestral si se continúa con la acumulación de muestras de forma indefinida? ¿qué tipo de forma o distribución identifica a medida que aumenta el número de valores muestrales simulados?
- f) Fijando el tamaño de la distribución muestral en mil elementos (mil valores simulados de la media muestral), ¿qué valor de la probabilidad asignaría al evento “una nueva muestra presentará una media muestral igual o mayor a 30 centímetros”? Explique con detalle qué procedimiento realizó para generar este valor.
- g) Repita el procedimiento efectuado para generar la distribución muestral de mil elementos con $n = 15$ para el caso de la población de pescados GM. ¿Qué valor de la probabilidad asignaría al evento “la nueva muestra presentará una media muestral de máximo 44 centímetros”?
- h) En general, ¿qué valor o valores de la media muestral esperaría observar en una nueva muestra del mismo tamaño, proveniente de la población A? ¿y para el caso de la población GM?
- i) ¿Qué ocurriría con la distribución muestral de ambas poblaciones si se aumenta el tamaño de muestra a $n = 30$? ¿qué respuestas daría a los incisos g) y h) si se realiza esta modificación?

***Se abre un espacio de discusión para comparar las respuestas y métodos empleados de los participantes, haciendo énfasis en los principales componentes de una distribución muestral empírica: su aproximación frecuencial, la forma acampanada que presenta para el caso de la media muestral, su promedio o valor esperado como una estimación del parámetro poblacional, y la posibilidad de estimar probabilidades de obtener ciertos valores en nueva muestra.

Tarea 4. Consideremos ahora el estanque de peces B, que contiene una cantidad similar de peces que los estanques a los anteriormente analizados, cuya longitud poblacional μ es también desconocida. Tras varias observaciones, un granjero acuícola sostiene que esta

longitud promedio es menor o igual a 25 centímetros, pero en cierto día, al tomar una muestra aleatoria simple de 85 peces de este estanque, obtuvo una media muestral de 26.5 centímetros (con una desviación estándar de 6 centímetros) ¿Considera que la hipótesis inicial del granjero se mantiene? ¿Cómo podríamos utilizar las simulaciones de la toma de muestras para valorar qué tan apropiada o verdadera es esta afirmación?

- j) ¿Cuáles son las hipótesis que están en juego en esta situación? En particular, ¿cuál es la que le interesa al granjero?, ¿de qué forma podrían contrastarse estas hipótesis, de manera que se pueda elegir una de ellas como la más plausible de ser verdadera?

***Se abre un espacio de discusión para comparar las respuestas de los participantes, haciendo énfasis en cómo plantear las hipótesis involucradas en un contraste de hipótesis: la hipótesis nula H_0 y la alternativa H_1 .

- k) Abra el archivo de Fathom titulado Act4.ftm, en él se encuentra la población simulada de longitudes de peces provenientes de otro estanque C, del cual se sabe con certeza que su longitud promedio μ_1 es 25 centímetros y con desviación estándar de 6 cm. ¿Cómo luciría una distribución muestral de 500 valores simulados del estadístico “media de la muestra aleatoria simple de tamaño $n = 85$ ”? Efectúe el procedimiento necesario para generar la distribución muestral correspondiente y pegue la imagen de su gráfica en este espacio:
- l) A partir de esta distribución muestral, ¿considera que la hipótesis del granjero es correcta? Argumente con detalle su respuesta.
- m) Si al inicio de la actividad se hubiese obtenido una media muestral de 25.5 cm, ¿qué respuesta daría al inciso anterior, manteniendo el mismo criterio de decisión?

***Se abre un espacio de discusión para comparar las respuestas y métodos empleados de los participantes, para arribar a los aspectos fundamentales iniciales que componen al contraste de hipótesis: planteamiento y distribución de hipótesis, generación de la distribución muestral correspondiente, y procedimiento de análisis y toma de decisión en el contraste (refutar la hipótesis nula para aceptar o no la alternativa como la más plausible).

- n) En estudios posteriores, el granjero utilizó una tecnología más avanzada que le permitió constatar que el promedio de la población de peces del estanque B era, efectivamente, de 25 centímetros. ¿Qué conclusiones considera pertinentes de establecer, sobre los resultados extraíbles del procedimiento efectuado previamente?

***Se abre un espacio de discusión que haga hincapié en la naturaleza no determinista de las conclusiones extraíbles del contraste de hipótesis; en particular, se desea establecer que todo el proceso del contraste está basado en la suposición de asumir la hipótesis nula como verdadera, lo cual obliga a reconocer el cálculo del p-valor como una probabilidad condicional.

