

VARIACIÓN ESTADÍSTICA: UN ESTUDIO CON PROFESORES EN EJERCICIO

Dicleny, Castro Carvajal

dcastroc@ut.edu.co

Universidad del Tolima (Colombia)

John Jairo, Zabala Corrales

jjzabalac@ut.edu.co

Universidad del Tolima (Colombia)

Asunto: Desarrollo del Pensamiento Aleatorio

Temática: Variabilidad

*“La variación es el corazón de toda investigación estadística.
Si no hubiera variación en los conjuntos de datos, no habría necesidad de estadística”*
(Watson & Kelly, 2002, p. 1)

RESUMEN

La investigación que se presenta describe la interpretación de la variabilidad con profesores de matemáticas en ejercicio. Tras la lectura de documentos se evidencia que hay más estudios sobre el razonamiento de las medidas de posición (tendencia central) y pocos sobre el concepto de variabilidad. Se elaboró una encuesta de cuatro preguntas abiertas en torno a la interpretación de variabilidad, como elemento básico en la construcción del pensamiento estadístico y se aplicó a 22 profesores de 9 instituciones educativas. Las respuestas analizadas informan que los profesores tienen dificultades para conceptualizar sobre la variabilidad, pues su comprensión no es muy clara y en consecuencia no se enseña o se enseña bajo obstáculos epistemológicos que no favorecen el desarrollo del pensamiento estadístico.

375

PALABRAS CLAVE

Variación, Variabilidad, Pensamiento estadístico, Profesores en ejercicio.

INTRODUCCIÓN

Existen por lo menos tres intenciones de la enseñanza de la estadística, una como recurso metodológico en la investigación, otra como instrumento y otra como ciencia. La primera, se evidencia de manera interdisciplinar en la investigación de otras áreas del conocimiento como soporte para procesar los datos; la segunda, con la incursión de los

sistemas, este propósito ya se siente cumplido, queda pendiente la otra intención, la enseñanza de la estadística como ciencia, promoviendo el desarrollo del pensamiento estadístico.

Chance (2002) señala que se usan de manera indistinta términos como “pensamiento”, “razonamiento” y “alfabetización”, para referirse a un mismo concepto, a lo deseable en nuestros estudiantes “pensar estadísticamente”, en consecuencia, en este documento se iniciará con una aproximación a lo que el pensamiento estadístico se refiere; seguidamente se da una mirada a la variabilidad y al estrecho vínculo del pensamiento estadístico y la variabilidad.

Al enseñar estadística en la escuela, los maestros tienden a enfocarse en realizar operaciones y prestar poca atención a la descripción de la terminología (por ejemplo: variación y variabilidad) y a las explicaciones, según lo afirma Watson y Kelly (2003). En este trabajo se describe a manera de diagnóstico, cual es el concepto que los profesores en ejercicio tienen, acerca de las medidas de variabilidad y algunas de sus características, para que en estudios posteriores sirva como insumo para el planeamiento y desarrollo de actividades didácticas que favorezcan el desarrollo del pensamiento estadístico.

MARCO DE REFERENCIA

Variabilidad vs Variación

Variación y variabilidad son términos que normalmente se asumen como sinónimos, autores como Reading y Shaughnessy (2004) encuentran la diferencia entre los dos términos de la siguiente manera:

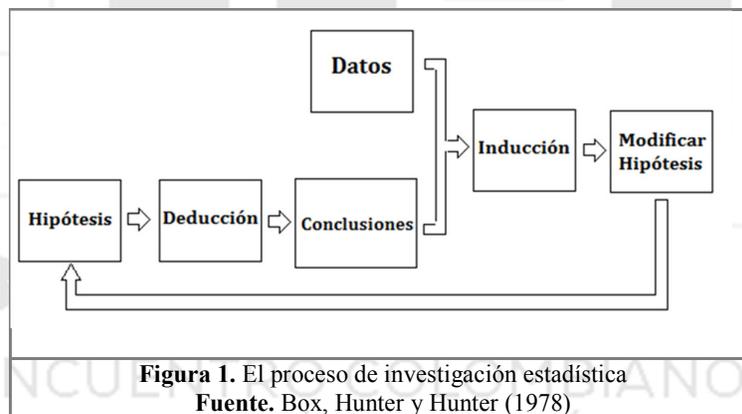
El término variabilidad se tomará para significar la característica [variable] de la entidad que es observable, y el término variación para significar la descripción o la medición de esa característica. En consecuencia, el siguiente discurso, relativo al “razonamiento sobre la variación”, tratará los procesos cognitivos implicados en la descripción del fenómeno observado en situaciones que exhiben variabilidad, o la propensión al cambio (p. 202).

El razonamiento sobre la variación y el razonamiento acerca de la variabilidad no siempre se diferencian de esta manera en la literatura. Se acepta generalmente que la variabilidad abarca varias cosas: las medidas cuantitativas tales como desviación estándar y varianza, cómo se utiliza como herramienta y porqué se utiliza en ciertos contextos Makar y Confrey (2005).

El término variabilidad se tomará para significar la característica de la entidad que es observable, y el término variación para significar la descripción o la medición de esa característica. En consecuencia, el siguiente discurso, relativo al “razonamiento sobre la variación”, tratará los procesos cognitivos implicados en la descripción de los fenómenos observados en situaciones que exhiben variabilidad o propensión al cambio. Moore (1990) señala que tanto la variabilidad como la medición y modelización de esa variabilidad son importantes.

Pensamiento Estadístico

El panorama de la Estadística ha cambiado, y naturalmente su enfoque, es decir, la enseñanza de la estadística cambiará de escenarios, pasando de los cálculos, a la planeación y a la interpretación de los resultados. Con lo anterior, se amplía el horizonte de la Estadística y pasa de ser una actividad algorítmica e instrumental a asumirse como una forma de pensar y ver la naturaleza. Box, Hunter y Hunter (1978) se inclinan por el proceso de investigación estadística expresado en la Figura 1, que tiene como origen los datos, siendo estos la prioridad del proceso y en ellos fundamenta su naturaleza. Muchos de los elementos del esquema (Figura 1) hacen parte de los paradigmas de investigadores y son objeto de estudio.



Distintos autores se han referido al concepto de pensamiento estadístico, pero como señala Chance (2002), dentro del proceso estadístico hay que tener en cuenta:

- Averigüe todo lo que pueda sobre el problema
- No se olvide de los conocimientos no estadísticos
- Definir los objetivos
- Aprender unos de otros, poniendo de relieve la interacción entre la teoría y la práctica

Moore (1990) propuso que los elementos básicos del pensamiento estadístico incluyan:

1. La omnipresencia de la variación en los procesos
2. La necesidad de datos sobre los procesos
3. El diseño de producción de datos con la variación en la mente
4. La cuantificación de la variación
5. La explicación de la variación

Según Cobb (1992), las siguientes ideas fueron utilizadas para formar la definición de pensamiento estadístico, en conjunto por la Asociación Americana de Estadística [ASA] y la Asociación Matemática Americana [MAA]:

- la necesidad de datos
- la importancia de la producción de datos
- la omnipresencia de la variabilidad
- la medición y modelización de la variabilidad

En el ámbito del control de calidad y mejora de procesos, Snee (1990) define el pensamiento estadístico como el “proceso que reconoce, que la variación es todo lo que nos rodea y está presente en todo lo que hacemos, pensamos, todo es una serie de procesos interconectados, que identifican, caracterizan, cuantifican, controlan y reducen la variación proporcionando oportunidades de mejora” (p. 11).

378

La *American Society for Quality* (1996), en el glosario de términos estadísticos ofrece una filosofía de aprendizaje y de acción basado en los siguientes principios fundamentales:

- todo el trabajo se produce en un sistema de procesos interconectados
- existe una variación en todos los procesos
- la comprensión y la reducción de la variación son claves para el éxito

Mallows (1998) citado por Chance (2002) argumenta que la relación de datos cuantitativos para un problema del mundo real, a menudo se encuentran en presencia de la variabilidad y la incertidumbre. Se trata de hacer preciso y explícito lo que los datos tienen que decir sobre el problema de interés.

En síntesis, de las investigaciones mencionadas anteriormente, se entiende a la variabilidad como un componente asociado al desarrollo del pensamiento estadístico; y es en este sentido, que la dificultad en la comprensión de la variabilidad, afecta el desarrollo del pensamiento estadístico.

En Colombia no son muchos los estudios que se han realizado en este ámbito, sin embargo existe una extensa literatura relacionada con la comprensión de la variabilidad, en estudiantes y profesores. Para nuestro caso, estudiaremos la comprensión de la variabilidad de los profesores de matemáticas en ejercicio, buscando identificar características de esta comprensión y uso de la terminología de variación y variabilidad.

Estas definiciones permiten entender, más allá del razonamiento y la alfabetización, el pensamiento estadístico, es decir, ver el proceso en su conjunto, con las interacciones, incluidos los “por qué”, para comprender la relación y el significado de la variación y la variabilidad en este proceso, para tener la capacidad de explorar los datos en formas más allá de lo que se ha prescrito en los textos, y para generar nuevas preguntas. Mientras que la alfabetización puede ser vista estrictamente como la comprensión e interpretación de la información estadística presentada; y el razonamiento se puede ver restringido a trabajar a través de las herramientas y los conceptos aprendidos en el curso, mientras que el pensamiento estadístico es capaz de ir más allá de lo que se enseña en el curso, a la pregunta de forma espontánea e investigar los problemas y los datos que intervienen en un contexto específico (Chance, 2002).

Implicaciones en la educación

Naturalmente, se diferenciará para quien aprende estadística como la actividad principal (para el Estadístico), de quien aprende estadística como ciencia de apoyo (en otra disciplina). Desde esta óptica, el pensamiento estadístico, tendrá implicaciones en los procesos de enseñanza, aprendizaje y evaluación, de esta disciplina, incluirá la comprensión de la variabilidad estadística y una visión global del proceso estadístico, cada uno con un enfoque específico, centrados en la solución de problemas y la adquisición de habilidades para pensar estadísticamente. En palabras de Delors (1996) nos podemos formular una pregunta, *¿Qué significa ahora “aprender estadística”?* Aprender Estadística, en este escenario consiste en desarrollar el pensamiento estadístico.

Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006) y los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) incluyen competencias, asociadas al pensamiento aleatorio y sistemas de datos, en toda la educación básica y media; en donde el rol del docente deberá ser otro, deberá involucrar nuevas estrategias, otras herramientas, procedimientos para la enseñanza y por supuesto para la evaluación, de tal manera que el dato es la materialización del contexto y la variabilidad, como fundamento cognitivo de enseñanza y de investigación en el aula. Sugiriendo a su vez:

Preguntas -> Investigación -> Datos -> Variabilidad -> Interpretación

Medidas de Variabilidad

Para abordar el análisis descriptivo de la interpretación de la variabilidad, por parte de los profesores en ejercicio, es necesario, conceptualizar sobre estas medidas. Para Milton (1994), el comportamiento de una variable aleatoria está determinado por el azar. Así, los valores observados de una variable aleatoria difieren entre sí en cierta medida. Las diferencias pueden ser “pequeñas”, o en otros casos “pronunciadas”. Puesto que se espera que las características de la muestra reflejen las características de la correspondiente población. Se mide la variabilidad en la muestra para comprender el grado de variación que existe en la población.

En Glass (1980) se describe de manera muy específica las medidas de variabilidad, como las diferencias entre las puntuaciones en sí, así mismo, que para evaluar la variación se necesitan estadígrafos que midan heterogeneidad, dispersión o esparcimiento. Aquí también se comprenderá que una de las más importantes funciones de la estadística se relaciona con el cálculo de la variabilidad y su interpretación. Cuando la variabilidad es inexplicablemente “alta”, las predicciones pueden ser muy inexactas, pero cuando se puede entender las diferencias de los objetos de estudio, la incertidumbre y confusión pueden reducirse, suprimiendo parte de la variabilidad. Algunos índices convencionales descritos en detalle en Glass (1980), se definen así:

El *Rango* es la medida de la distancia total en la escala numérica a lo largo de la cual varían los puntajes. Se distinguen dos tipos de rangos: el *rango incluyente* y el *rango excluyente*. Para el *rango excluyente* es la diferencia entre la mayor y menor de un grupo, y para el *rango incluyente* es la diferencia entre el límite superior real del intervalo que abarca la mayor puntuación, y el límite inferior real del intervalo que abarca la menor puntuación.

Amplitud D entre el percentil 10 y 90, de un grupo de puntuaciones. Trumam (1921) citado en Glass (1980, p.77) estadístico educacional, la definió como:

$$D = P_{90} - P_{10}.$$

El *Rango semintercuartílico*, Q es la distancia media entre el tercer y primer cuartil, o sea:

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}.$$

Q es una medida de variabilidad muy útil, es más probable que los patrones de heterogeneidad de dos grupos de puntuaciones se asemejen entre sí, si tienen un Q común.

Varianza y Desviación estándar, son las medidas de variabilidad más usadas, considerando sus propiedades algebraicas y por ser los parámetros de la distribución normal, la más importante en la estadística paramétrica. Se calculan mediante las expresiones:

Para la varianza

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1},$$

y para la desviación estándar:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}.$$

La *Desviación media DM* es una medida de variabilidad que aunque poco usada, indica la desviación respecto a la media del grupo, como una distancia euclidiana, se define como:

$$DM = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}.$$

El *Coefficiente de variación CV*, el cual representa un valor porcentual de la relación entre la media y la desviación estándar:

$$CV = \frac{\bar{x}}{s} \times 100.$$

Listaremos a continuación, sin más detalles, en aras de ser sucintos, algunos otros coeficientes, los cuales son objeto de estudio en el campo de la Estadística:

Coefficiente de Rango CR:

$$CR = \frac{\text{Rango}}{(p_{\min} + p_{\max})/2}.$$

Coefficiente de Desviación Media CDM:

$$CDM = \frac{DM}{\bar{x}}.$$

Coefficiente de Desviación Mediana CDMd:

$$CDMd = \frac{DMd}{Md}.$$

Coefficiente de Variación Cuartilica CVQ:

$$CVQ = \frac{Q_3 - Q_1}{(Q_3 + Q_1)/2}$$

Estas medidas especifican la manera en que las observaciones tienden a agruparse alrededor de un valor determinado, así como el grado de oscilación o inestabilidad alrededor de una medida de centralización.

DESARROLLO DEL TEMA

Aspectos metodológicos

Se hizo un estudio de tipo descriptivo, con el propósito de averiguar por la interpretación de las medidas de variabilidad, que tienen los profesores de matemáticas en ejercicio. Se aplicó un cuestionario de cuatro preguntas abiertas en una muestra intencional de nueve instituciones educativas públicas de la ciudad de Ibagué con participación voluntaria de 22 profesores.

Desarrollo de la propuesta

La intención es conocer qué concepto de variabilidad tienen los profesores de matemáticas en ejercicio de las instituciones educativas oficiales de Ibagué (Tolima), mediante un cuestionario de preguntas abiertas. Las cuatro preguntas abiertas son:

1. ¿Qué entiende por Medida de Variabilidad?
2. ¿Cuáles Medidas de Variabilidad conoce?
3. ¿Cuál es la Medida de Variabilidad más conocida, cómo la interpreta y en qué curso la dicta?
4. ¿En qué situaciones considera importante hacer uso de esta Medida de Variabilidad?

Con ellas se pretende explorar a manera de diagnóstico, el concepto de variabilidad, realizando el análisis textual de las respuestas que se encontraron a través de las siguientes categorías:

¿Qué entiende por Medida de Variabilidad?

Entienden la variabilidad como	Ideas Diversas	Comportamiento de variables	Medida de cambio	Dispersión respecto a un valor	Rango de Variación y respecto a un valor
	13.65%	13.65%	13.65%	49.96%	9.09%

Aproximadamente el 50% de los encuestados, consideraron que es una medida respecto a un valor central, en igual proporción se encuentran las demás categorías. Esto

permite entender la manera operativa de interpretar la variabilidad, que tienen los docentes en ejercicio.

¿Cuáles Medidas de Variabilidad conoce?

Medidas de Variabilidad que conoce	Ideas Diversas	Medidas de Centralización	Medidas de Centralización y de Dispersión	Varianza y Distribución Estándar	Rango, Desviación Estándar y Varianza
	5.62 %	5.62 %	31.68 %	25.40 %	31.68 %

Se observa un grado de confusión frente a esta pregunta, es decir, no distinguen las medidas de posición de las medidas de dispersión.

¿Cuál es la Medida de Variabilidad más conocida y cómo la interpreta?

la Medida de Variabilidad más conocida	Ideas Diversas	Medidas de Centralización	Varianza o Desviación Estándar sin descripción	Varianza y Distribución Estándar respecto a la Media	Rango, Desviación Estándar y Varianza
	10.52 %	36.84 %	29.60 %	17.78 %	5.26 %

Se observa que la medida más mencionada es la desviación estándar, como la medida de variabilidad más común, sin embargo, casi la mitad de los participantes, describen otras medidas estadísticas u otros conceptos, los cuales generan real confusión.

383

¿En qué situaciones considera importante hacer uso de las Medidas de Variabilidad?

Situaciones en las que se usan las Medidas de Variabilidad.	Ideas Diversas	En diversos temas Estadísticos	Teoría del Error (Física) y Datos Inusuales	Específicamente en la Homogeneidad y Normalización
	9.09 %	68.18 %	13.64 %	9.09 %

En esta pregunta, sobre las situaciones en las que se considera importante hacer uso de las Medidas de Variabilidad, el 68.18% opina diversos temas estadísticos que no se relacionan con tema de estudio y tan solo el 9% de manera asertiva asocia la variabilidad con la Homogeneidad y Normalización de la información.

CONCLUSIONES

A pesar de la importancia de la variabilidad en el desarrollo del pensamiento estadístico, los profesores de matemáticas en ejercicio participantes en la indagación, no tienen apropiado el concepto, lo que permite prever que en el desarrollo curricular, estos conceptos no son abordados de manera adecuada.

Visto este panorama, es visible un reto y una invitación a seguir investigando y reflexionando para proponer acciones didácticas que contribuyan a mejorar la

construcción del pensamiento estadístico a través de la comprensión y naturaleza de la variabilidad en procesos estocásticos.

REFERENCIAS

- American Society for Quality (1996). *Glossary of Statistical Terms*, Milwaukee, WI: Author.
- Box, G. E. P., Hunter, W. G., & Hunter, J. A. (1978). *Statistics for Experimenters*, New York: John Wiley and Sons.
- Cobb, G. (1992). Teaching Statistics. En L. A. Steen, (Ed.), *Heeding the call for change: Suggestions for curricular action*. (pp. 3-34). Washington, D. C. United States of America: Mathematical Association of America.
- Chance, B. L. (2002). Components of Statistical Thinking and Implications for Instruction and Assessment. *Journal of Statistics Education*. 10(3).
- Delors, J. (1996). Los cuatro pilares de la educación. Informe a la UNESCO de la Comisión internacional sobre la educación para el siglo XXI, Madrid, España: Santillana/UNESCO. pp. 91-103.
- Glass, G. (1980). *Métodos Estadísticos aplicados a las ciencias sociales*. Editorial Prentice Hall. Madrid, España.
- Makar, K., & Confrey, J. (2005). Variation-talks. Articulating meaning in statistics. *Statistics Education Research Journal*, 4(1), 27-54.
- Mallows, C. (1998). The Zeroth Problem. *The American Statistician*, 52, 1-9.
- Ministerio de Educación Nacional [MEN] (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá, D.C., Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá, D.C., Cooperativa Editorial Magisterio.
- Milton, S. (1994). *Estadística para biología y ciencias de la salud*. Interamericana - Mc Graw Hill. Madrid, España.
- Moore, D. S. (1990). Uncertainty. En L. A. Steen (Ed.), *On the Shoulders of Giants*, National Academy Press, 95-173.
- Reading, C., & Shaughnessy, J. (2004). Reasoning about variation. En D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking* (pp. 169-200). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Snee, R. D. (1990). Statistical thinking and its contribution to total quality. *The American Statistician*, 44, 116-121. En: <http://asq.org/statistics/2011/10/continuous-improvement/statistical-thinking-and-its-contribution-to-total-quality.pdf>
- Watson J. M., & Kelly, B. A. (2002). Can grade 3 students learn about variation? En B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics: Developing a statistically literate society*. Recuperado de <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications.php?show=1>