

CONCEPCIÓN DE PROBABILIDAD FRECUENCIAL EN GEOGEBRA: EJEMPLO EN LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

Diana, Duarte Rojas

dma_dmduarter492@pedagogica.edu.co

Universidad Pedagógica Nacional (Colombia)

Jessica, Guevara Estupiñán

dma_jaguevarae099@pedagogica.edu.co

Universidad Pedagógica Nacional (Colombia)

William, Jiménez Gómez

wjimenez@pedagogica.edu.co

Universidad Pedagógica Nacional (Colombia)

Asunto: Recursos Didácticos o Tecnológicos

Temática: Probabilidad

RESUMEN

El uso de la tecnología dentro del aula se hace necesario como una estrategia para agilizar algoritmos y como un medio para hacer más claros procesos de abstracción para procedimientos infinitos, es por esto por lo que se presenta un recurso diseñado en GeoGebra que permitirá a los estudiantes comprender la probabilidad frecuencial.

385

PALABRAS CLAVE

Concepciones de Probabilidad, Probabilidad Frecuentista, GeoGebra.

INTRODUCCIÓN

El Instituto GeoGebra Bogotá trabaja de la mano con la Universidad Pedagógica Nacional (Colombia) para impulsar el uso de GeoGebra, puesto que al ser un software con potencial pedagógico es deber de los docentes difundirlo en la comunidad académica, enriqueciendo la educación matemática. En este caso, se presenta un recurso educativo digital que permite a los estudiantes comprender que la probabilidad frecuencial puede llegar a aproximarse a la probabilidad clásica, puesto que es importante que los estudiantes comprendan la relación entre tales concepciones (Sánchez & Valdez, 2018).

MARCO DE REFERENCIA

Muchos investigadores han centrado sus estudios en proponer una definición absoluta de probabilidad, pero siempre se limitan a una de las problemáticas que dicho concepto abarca en el mundo real, lo anterior ha promovido que diferentes definiciones se hayan

formalizado, claro está, todas teniendo en cuenta la axiomática establecida por Kolmogorov (López & Morera, 2012).

Aunque existen otras definiciones, destacamos aquí las dos que se trabajarán por su carácter histórico y conceptual:

- Probabilidad clásica. Si el experimento que estamos realizando da lugar a un espacio muestral E que es finito y cuyos resultados son conocidos de antemano y equiprobables o simétricos, entonces, la probabilidad del suceso A perteneciente a E se define como el cociente de los resultados favorables a A respecto del total de resultados posibles (Sánchez, 2004, p. 7).
- Probabilidad frecuencial. Se define como la probabilidad de un suceso A se define como el límite de una frecuencia relativa, cuando el experimento se realiza un número infinito de veces (Batanero, 2005, p. 8).

Para mostrar una manera de afrontar estas concepciones sobre la probabilidad, se trabajará con la distribución binomial, la cual fue desarrollada por Jakob Bernoulli (Suiza, 1654-1705) y es la principal distribución de probabilidad discreta para variables que sólo pueden tomar dos posibles resultados. Consiste en realizar un experimento aleatorio una sola vez y observar si cierto suceso ocurre o no, siendo p la probabilidad de que ocurra (éxito) y $q = 1 - p$ de que no ocurra (fracaso), por lo que la variable sólo puede tomar dos posibles valores, el 1 si ocurre y el 0 sino sucede.

La notación que se utiliza para designar una distribución binomial de *parámetros* n y p es $X \sim B(n, p)$ y está definida por:

$$F(X = x) = \binom{n}{x} * p^x * (1 - p)^{n-x}$$

Donde n debe ser un entero positivo y p debe pertenecer al intervalo $0 \leq p \leq 1$, por ser una proporción.

Es importante resaltar que esta temática se desarrolla para afrontar el obstáculo didáctico que Sánchez y Valdez (2018) refieren como “confianza injustificada en las muestras pequeñas” (p. 39), puesto que los estudiantes se sesgan a hallar probabilidades frecuenciales creyendo que esta, con pocos intentos es la absoluta.

El medio para realizar el trabajo será un recurso en GeoGebra, puesto que:

El diseño del software GeoGebra permite que el usuario sea participe en la construcción de su propio conocimiento al interactuar con las diferentes componentes y representaciones; además, un análisis de las componentes del software nos permite visualizar en ellas diversas funciones. Es posible enlazar dinámicamente gráficas, fórmulas algebraicas, hoja de cálculo y cálculos de probabilidades en forma simultánea y ser visibles sobre una misma pantalla. En el caso particular de la probabilidad, cobran relevancia la hoja de cálculo, las vistas gráficas y los contadores (Inzunza, 2014, p. 4).

DESARROLLO DEL TEMA

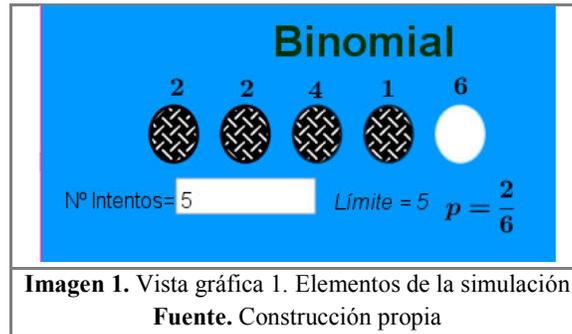
Durante el desarrollo de la comunicación breve se afronta la necesidad de realizar numerosos intentos para aceptar un cálculo probabilístico que permita construir la concepción frecuencial de la probabilidad.

Aspectos metodológicos

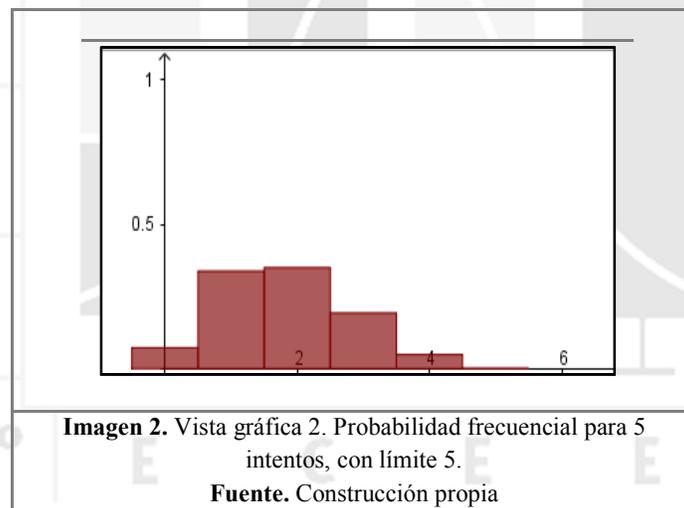
Inicialmente se identifican errores y obstáculos que cometían estudiantes con respecto a la concepción frecuentista de la probabilidad. Posteriormente, se diseña el recurso educativo digital bajo el software GeoGebra con el que se busca superar dichos obstáculos a través de un ejemplo de la distribución binomial; en otras palabras, con dicho recurso se pretende que los estudiantes se puedan dar cuenta de que la probabilidad frecuencial puede llegar a ser confiable cuando esta es fruto de un amplio número de repeticiones del experimento, a través de un ejemplo de la distribución binomial.

Desarrollo de la propuesta

Se presenta el problema de “cuál es la probabilidad que un círculo se coloree de blanco, si esto sucede cuando el valor que se le asigna de manera aleatoria, entre 1 y 6, es igual o mayor al límite establecido, el cual es fijado aleatoriamente cada vez que se reinicia la ejecución del recurso educativo digital”. Posteriormente se presenta el recurso educativo digital, explicando cada una de las vistas de GeoGebra que intervienen y lo que se encuentra en ellas. Así, en la Imagen 1 se visualizan, a través de una de la vista gráfica 1, los círculos que intervienen en la simulación de la distribución binomial (en este caso cinco círculos, uno de ellos ya coloreado de blanco), el valor del límite y el valor de la probabilidad clásica, además se interactúa con los múltiples intentos a realizar.



En la Imagen 2 se encuentra la vista gráfica 2 en la que se muestra el gráfico que representa la probabilidad frecuencial, después de haber realizado 5 intentos (simulación representada en la Imagen 1). Dicha gráfica se actualiza cada vez que se cambia el número de intentos del experimento.



En la Imagen 3 se muestra la ventana “Cálculos de probabilidad” en la que se observa el gráfico de la distribución binomial de probabilidad, teniendo en cuenta la probabilidad de que se coloree k cantidad de círculos de un total n (para el ejemplo $n=5$), siendo necesario registrar manualmente la probabilidad p generada en la primera vista gráfica (para este caso $p=2/6 = 0.333$). Esta gráfica se mantiene fija ya que corresponde a la probabilidad clásica y no depende de la cantidad de intentos que se lleven a cabo.

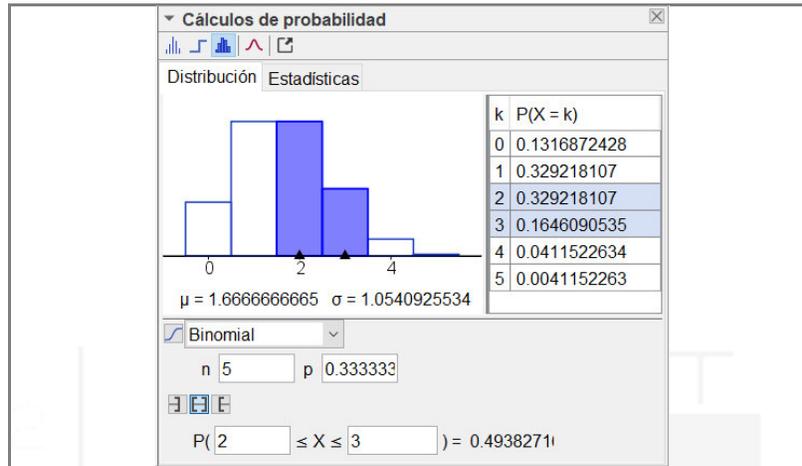


Imagen 3. Cálculo de probabilidad binomial, para 5 círculos, límite 5 y $p=2/6$
Fuente. Construcción propia

Después de realizar un recorrido por las diferentes vistas que intervienen en la ejecución del recurso educativo digital, se reinicia el recurso educativo digital modificando la cantidad de intentos a 1 y se identifica el límite -2-, como se muestra en la Imagen 4. Se observa que con un solo intento, la probabilidad frecuencial no es confiable, puesto que arroja que 4 de los 5 círculos siempre serán blancos.

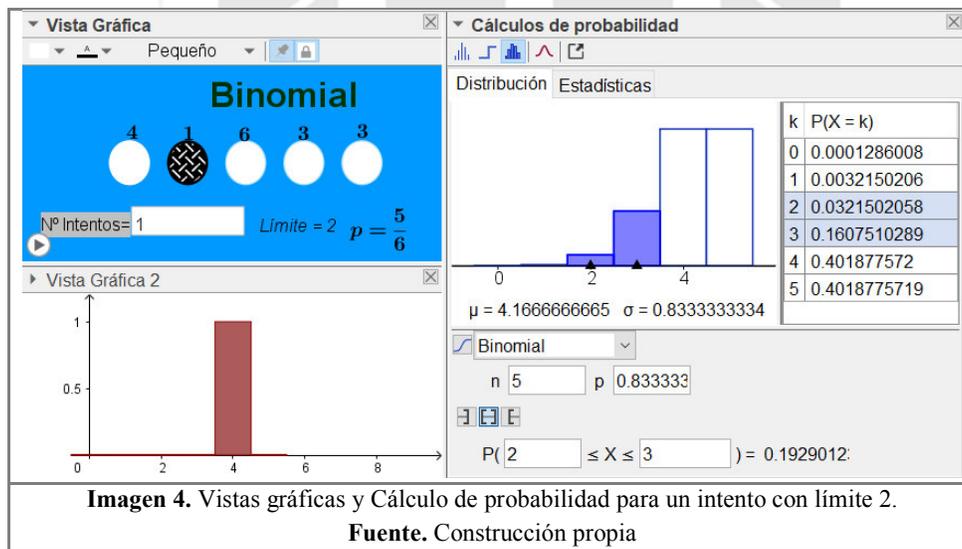
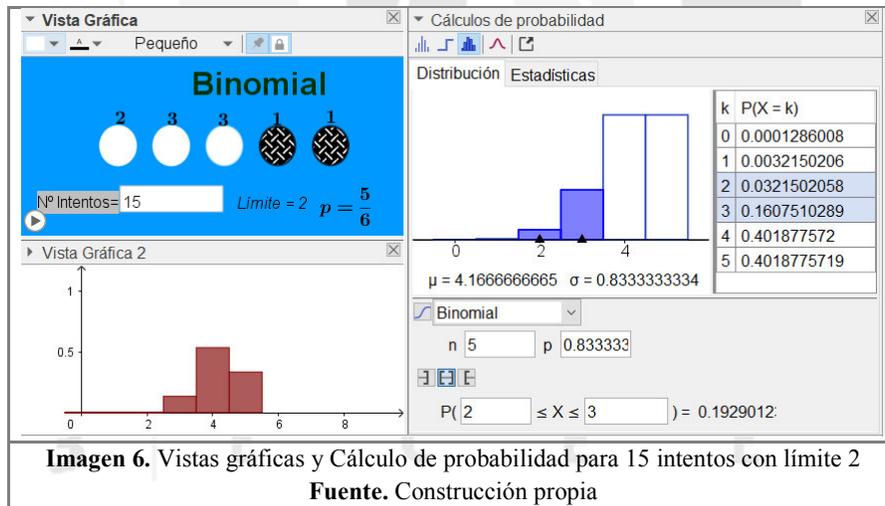
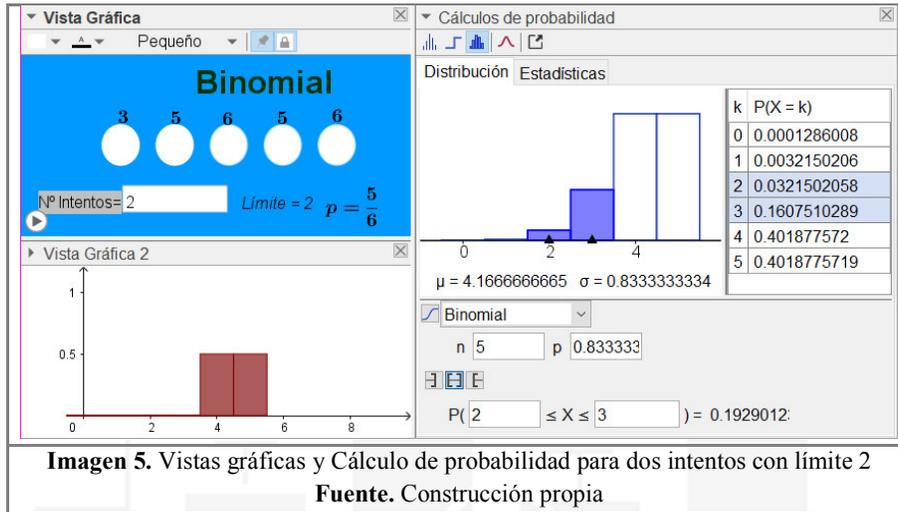


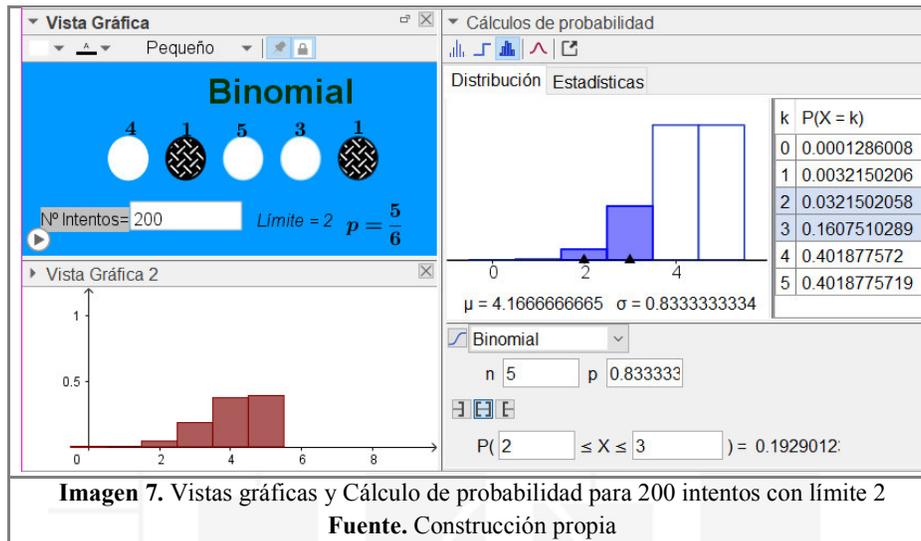
Imagen 4. Vistas gráficas y Cálculo de probabilidad para un intento con límite 2.
Fuente. Construcción propia

En seguida se plantea el mismo ejercicio (igual valor para el límite) pero con dos intentos con los resultados expuestos en la Imagen 5. Se repite el experimento en varias ocasiones cambiando el número de intentos entre 5, 10 y 15. La Imagen 6 presenta los resultados para 15 intentos.



Con lo anterior se muestra lo dispendioso que es realizar el experimento aumentando uno a uno los intentos, puesto que en una cantidad tan mínima no se puede llegar a un resultado probabilístico confiable, lo cual se intuye comparando la información reportada en las Imágenes 4, 5 y 6, generando la necesidad de realizar una gran cantidad de intentos para llegar a confiar en la probabilidad frecuencial que reporta el recurso educativo.

Debido a que el objetivo del recurso es que se evidencie como al aumentar la cantidad de intentos, la gráfica de la probabilidad frecuencial (vista gráfica 2) se asemeja a la gráfica de la probabilidad clásica (gráfica en la ventana Cálculo de probabilidad), el paso a seguir es activar la animación (variar desde 1 hasta 200 los intentos) para que la gráfica de la probabilidad frecuencial, llegando a los resultados que se muestran en la Imagen 7.



CONCLUSIONES

Mediante este recurso educativo digital es posible mostrar la confiabilidad de la concepción frecuencial de la probabilidad relacionándola con la cantidad de intentos realizados, para esto se cuenta con la ayuda de diferentes herramientas que GeoGebra posee y que permiten agilizar procesos experimentales que tomarían mucho tiempo en su ejecución dentro del aula a través de material concreto. En este caso el recurso digital diseñado pretende que el estudiante logre determinar en qué casos es confiable la concepción frecuencial de la probabilidad para un evento determinado.

REFERENCIAS

- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8(3), 247-263.
- Inzunza, S. (noviembre, 2014). Geogebra: Una herramienta cognitiva para la enseñanza de la probabilidad. Ponencia en *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*, Buenos Aires, Argentina.
- López, C., & Morera, J. (2012). Caracterización de las concepciones de probabilidad: un estudio realizado con estudiantes de secundaria. Trabajo de pregrado. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia.
- Sánchez, E., & Valdez, J. C. (2018). Las ideas fundamentales de probabilidad en el razonamiento de estudiantes de bachillerato. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 11, pp. 127–143. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/11399/>
- Sánchez, J. (2004). Probabilidad. En *Introducción a la Estadística Empresarial*. Libro en línea. Recuperado de <http://www.eumed.net/coursecon/libreria/2004/jsf/jsf.htm>