
SIGNIFICADO DE LA MEDIA ARITMÉTICA Y EL USO DE LA PALABRA PROMEDIO EN ESTUDIANTES DE 11° GRADO

Jhony Alexander, Rodríguez Cifuentes

jarodriguezcif@ut.edu.co

Universidad del Tolima (Colombia)

Dicleny, Castro Carvajal

dcastroc@ut.edu.co

Universidad del Tolima (Colombia)

Asunto: Proyectos de investigación

Temática: Estadística descriptiva e inferencial

RESUMEN

La presente investigación, surge a partir de la preocupación por la ausencia de la estadística en el aula de matemáticas, situación que ha hecho que los estudiantes tengan un conocimiento mínimo sobre esta área que tanta importancia debería tener en la actualidad tanto académicamente como para la formación de ciudadanos críticos. Se aplicó un instrumento de evaluación con 9 preguntas, a 148 estudiantes de grado 11°, para evaluar la comprensión conceptual y procedimental de la resolución de problemas que involucraran la media aritmética y su idea de promedio. Las respuestas analizadas informan que los estudiantes tienen dificultades para conceptualizar sobre la media aritmética e interpretar un promedio.

399

PALABRAS CLAVE

Promedio, Media aritmética, Significado, Comprensión.

INTRODUCCIÓN

Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, y los Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas, todos emitidos por el Ministerio de Educación Nacional, tienen incluida a la estadística, a través del pensamiento aleatorio, como conocimiento básico que debe ser enseñado y desarrollado. Un claro ejemplo, de un concepto básico pero fundamental en la enseñanza de esta área de conocimiento, es el uso de la palabra promedio, término que aparece en dichas orientaciones curriculares, en el conjunto grados desde cuarto y quinto, y su uso es constante hasta el conjunto de grados décimo y undécimo.

Interesados en darle el reconocimiento curricular, académico y cultural que se merece la Estadística como ciencia, se toma la escuela como punto de partida, ya que, desde ahí, es donde se puede orientar a las sociedades sobre la importancia y relevancia de la Estadística en la cultura y la sociedad. Asimismo, se deben generar importantes cambios en los diferentes documentos institucionales, donde se priorice la enseñanza de la estadística, para lograr un impacto mayor en todos los miembros de la comunidad escolar.

Aunque a través del pensamiento aleatorio se propone enseñar las competencias básicas de la estadística para básica primaria, secundaria y media, no se alcanzan las mínimas competencias para desarrollar pensamiento estadístico, situación que preocupa en el sentido de no poder responder académicamente ni culturalmente a las necesidades de este conocimiento. Por esta razón, se debe promover la enseñanza de la estadística, a los maestros en formación y en ejercicio.

En este trabajo, nos interesa indagar por el conocimiento que tienen los estudiantes para calcular e interpretar la media aritmética como un promedio y las representaciones que usan para ello, porque es un concepto netamente estadístico, pero toma aspectos de las matemáticas para su uso.

MARCO DE REFERENCIA

El proyecto de investigación tiene en su marco de referencia, tres categorías.

400

Significado personal e institucional

El significado, es una palabra que, aunque común en nuestro lenguaje, presenta un carácter complejo en su definición, por esta razón, es un tema central controvertido en filosofía, lógica, semiótica y demás ciencias y tecnologías interesadas en la cognición humana (Godino & Batanero, 1994). El significado surge de acuerdo al uso que cada persona hace de las palabras, tal como lo afirman Ogden y Richards (1984), “sólo cuando un sujeto pensante hace uso de ellas, representan algo, o en un sentido, tienen significado” (p. 35). El contexto juega un papel fundamental en el significado de las palabras u oraciones, porque la influencia del entorno afecta directamente lo que expresamos, en este sentido, Frazer (1909) citado en Ogden y Richards (1984) afirma:

Si pudiéramos abrir las cabezas y leer los pensamientos de dos hombres de la misma generación y del mismo país, pero ubicados en extremos opuestos de la escala intelectual, encontraríamos probablemente que sus mentes son tan diferentes como si pertenecieran a diferentes especies (p. 50).

El contexto juega un papel fundamental en el desarrollo de los pensamientos de una persona, por eso en el aula, se debe priorizar la enseñanza a través de situaciones, para encontrar la aplicabilidad de los contenidos temáticos que se presentan en ella; sin embargo, a pesar de las dificultades que presenta el no contextualizar la enseñanza, las matemáticas dejan la ventaja de poderse representar a través de distintos lenguajes. Desde las matemáticas, estas situaciones se representan desde distintos sistemas, lo que puede ayudar en la comprensión de los objetos matemáticos, como se puede ver en Oviedo, Kanashiro, Bnzaquen y Gorrochategui (2012):

En la matemática encontramos distintos sistemas de escritura para los números, notaciones simbólicas para los objetos, escrituras algebraicas, lógicas, funcionales que se tornan en lenguajes paralelos al lenguaje natural para expresar relaciones y operaciones, figuras geométricas, gráficos cartesianos, redes, diagramas de barra, diagramas de torta, etc. (p. 30).

Por lo anterior, la didáctica de las matemáticas debe asumir la responsabilidad de elaborar y sistematizar los conocimientos útiles para describir, diseñar, implementar y valorar procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Godino, Font, & Whilhelmi, 2008).

Promedios

Los promedios, se han convertido en parte de nuestra cotidianidad como ciudadanos, por escaso que sea nuestro conocimiento de la aritmética, todos hemos escuchado alguna vez mencionar por ejemplo, las estadísticas del fútbol, etc. (Moroney, 1968), porque es un dato que resume la información de un conjunto de datos y la hace más atractiva para la comunidad, en una generación, donde la información está presente en todos los medios de comunicación, los cuales utilizan la estadística y sus herramientas para hacerla atractiva visualmente y sintética en su contenido, de tal manera que le interese al lector (Méndez, Vargas, Rendón y Esteban, 2013). El uso de esta palabra en nuestra cultura, muchas veces no es el apropiado, ya que no existe otra palabra más ambigua en estadística (Ángel, 1995), esto se debe a que es un término usado en contextos equivocados, lo que ha llevado a una confusión generalizada; esta es una razón de que sea uno de los conceptos que más interés ha suscitado dentro de la investigación en estadística (Cobo, 2003).

La palabra “promedio” es tan antigua como el principio de contar (Ángel, 1995), es decir; ha estado inmersa en nuestra sociedad desde tiempos inmemorables, siendo un término muy utilizado por todos, aunque indeterminado. Se dice generalmente que un valor promedio, intenta representar o resumir las características de un conjunto de valores (Bencardino, 2012), otra definición de promedio es la utilizada por Ángel (1995):

“cuando nos referimos a él, estamos tratando de dar un valor típico o representativo que identifique a todos los datos provenientes de una muestra o de una población” (p. 77).

El promedio, es calculado a través de las medidas de tendencia central, desde Mayén (2009) se propone una definición de estas medidas, muy similar a las de promedio propuestas anteriormente, “las medidas que describen un valor típico en un grupo de observaciones suelen llamarse medidas de tendencia central” (p. 13). Estas medidas de tendencia central (o promedios), son un objeto estadístico importante desde la propuesta del MEN, en sus documentos curriculares oficiales, desde la educación básica primaria, sin embargo, la formación que tienen muchos profesores de matemáticas en primaria, no garantiza el conocimiento de la estadística, situación que nos invita a repensar la forma como se enseña y se aprende en el aula de matemáticas.

El promedio aritmético, es el eje fundamental de la presente investigación, aunque en la investigación definimos todos los promedios, en este caso sólo hablaremos sobre esta medida de tendencia central por la relevancia que tiene en el proyecto, además, porque la media tiene muchas aplicaciones en cuestiones prácticas de la vida diaria (Rodríguez & Cabrera, 2010, p. 39).

Promedio Aritmético.

Es la medida de posición o promedio más conocida, la más utilizada y entendida por todos, por su gran estabilidad es la preferida en el muestreo, sus fórmulas admiten tratamiento algebraico (Bencardino, 2012). No obstante, cuenta con ventajas y desventajas desde la propuesta de Bencardino (2012).

Ventajas

- El promedio aritmético (o media aritmética), es, en sí, la medida más entendida y la más utilizada. Es un valor tal, que si se calculara para un grupo en el cual todos los elementos fueran iguales, cada uno de ellos sería igual a su promedio aritmético, por lo cual podemos deducir que el promedio de n elementos, es un nuevo elemento formado, correspondiente a una parte $1/n$ de cada uno de los elementos originales.
- Esta medida se define mediante una ecuación matemática muy fácil de entender y algunas veces se puede obtener cuando no es posible calcular otros tipos de medidas de tendencia central o de posición y, aún en el caso de no conocerse los valores individuales de la serie, por ejemplo: si 10 familias consumen 20 litros de leche, el promedio aritmético será de 2 litros por familia.
- El promedio aritmético es extraordinariamente estable en el muestreo.
- Es altamente sensible a cualquier cambio en los datos de la distribución.

- Es excepcionalmente adaptable cuando se trata de hacer cálculos matemáticos posteriores con él (p. 93).

Desventajas

- Es muy sensible a valores muy pequeños o grandes, especialmente cuando estos últimos se encuentren incluidos en la distribución que se está estudiando, puede resultar en un promedio que no represente lo típico para el total del grupo.
- Cuando la distribución es marcadamente asimétrica, de tal forma que el promedio aritmético, la mediana y la moda difieran de forma apreciable, debe considerarse siempre la posibilidad de que el promedio aritmético pueda no ser el valor único representativo de la serie.
- Cuando la distribución tiene la forma de U, es decir, parabólica; éste corresponde a los valores menos comunes en la serie y, por tanto, puede darnos una idea irreal de la distribución (pp. 93-94).

Errores y Dificultades

Con estas herramientas, al estudiar el error, se observa que existen errores que se repiten, o que producen regularidades, y asociaciones con variables propias de las tareas propuestas, de los sujetos o de las circunstancias presentes o pasadas (Batanero, 2001). Al estudiar el error, se pueden analizar patrones que puedan influir significativamente en el proceso enseñanza-aprendizaje de la estadística.

La Estadística es un área del conocimiento que cada día tiene más influencia en la sociedad. Ha hecho parte de la historia desde las primeras civilizaciones, ya que se han encontrado pruebas de recogida de datos sobre población, bienes y producción en civilizaciones como la china (aproximadamente 1000 años a. c.), sumeria y egipcia (Rodríguez, 2006). Pero es en la actualidad donde más se ha notado su aplicabilidad en la vida cotidiana de los seres humanos, gracias a la necesidad de tener todo bajo control y satisfacer necesidades generales, ya que al proporcionar herramientas metodológicas generales para analizar la variabilidad, determinar relaciones entre variables, diseñar en forma óptima estudios y experimentos y mejorar las predicciones y toma de decisiones en situaciones de incertidumbre (Batanero, 2004).

DESARROLLO DEL TEMA

Aspectos metodológicos

La propuesta se llevó a cabo en una Institución Educativa pública de Ibagué, con 148 estudiantes de 11° grado, quienes fueron evaluados a través de un cuestionario validado por Cobo en 2003, de allí, solo se tuvieron en cuenta las preguntas que indagaban por el promedio aritmético, es decir, 9 preguntas abiertas, que en realidad sugerían situaciones

problémicas contextualizadas (algunas más complejas que otras). Para la investigación, se seleccionaron intencionalmente 40 cuestionarios con el criterio de que fueran de los estudiantes que lo hayan respondido todo.

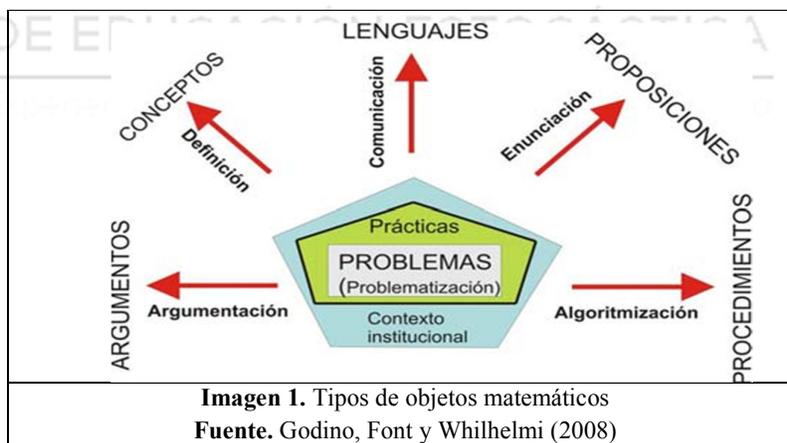
Para abordar el significado de la media aritmética como promedio, se tuvieron en cuenta elementos como las definiciones, los conceptos, algoritmos y propiedades. Sobre estas categorías se realiza un estudio cualitativo, apoyados en técnicas de la estadística descriptiva.

Desarrollo de la propuesta

Para el desarrollo del presente proyecto, nos interesan conocer elementos previos de los estudiantes participantes, pero al mismo tiempo, los conflictos semióticos que se presentan sobre el objeto estadístico “media aritmética”. Los aspectos que nos compete analizar, son los tipos de objetos matemáticos (también conocidos como entidades primarias) propuestos en D'Amore y Godino (2007):

- Lenguaje (términos, expresiones, notaciones o gráficos) en sus diversos registros (escrito, oral, gestual, entre otros).
- Situaciones (problemas, aplicaciones extra-matemática, ejercicios).
- Procedimientos (operaciones, algoritmos, técnicas de cálculo, procedimientos).
- Conceptos (que son introducidos mediante definiciones o descripciones, como recta, punto, número, media o función).
- Propiedad o atributo de los objetos (como los enunciados sobre conceptos).
- Argumentos (por ejemplo, los que se usan para validar o explicar los enunciados por deducción o de otro tipo).

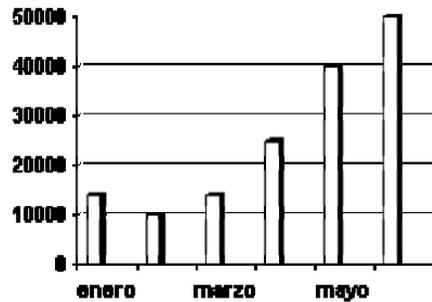
El interés por analizar estos aspectos (Imagen 1), es porque son las distintas formas de comprender un objeto matemático, es decir, adquirir un significado.



Como se puede observar, aquí se nota bien cómo el punto de vista ontosemiótico se fija más en la cuestión del aprendizaje individual (D'Amore & Godino, 2007), donde se podrá indagar de manera preliminar sobre el significado institucional.

Los ítems que se presentan a continuación, han sido tomados del cuestionario validado de Cobo (2003) (a excepción del ítem 9, que fue tomado de Ministerio de Educación Nacional (2017), y fueron aplicados a los estudiantes, para indagar por el significado de la media aritmética como promedio:

- Ítem 1. Si alguien le dice que está en el promedio de la clase, ¿qué significa para usted estar en el promedio de la clase?
- Ítem 2. Un periódico dice que el número promedio de hijos por familia en Ibagué es 1.2 hijos por familia. Explíquenos, qué significa para usted esta frase.
- Ítem 2.1. Se han elegido 10 familias ibaguereñas y el número promedio de hijos entre las 10 familias es 1.2 hijos por cada familia. Los García tienen 4 hijos y los Pérez tienen 1 hijo, ¿cuántos hijos podrían tener las otras 8 familias para que el promedio de hijos en las diez familias sea 1.2?
- Ítem 3. Cuatro amigos se reúnen para preparar una cena. Cada uno de ellos trajo harina para hacer la masa de las pizzas. Como querían hacer cuatro pizzas del mismo tamaño, los que habían traído más harina regalaron a los que llevaban menos. ¿La cantidad de harina regalada por los que habían traído mucha fue mayor, menor o igual a la recibida por los que habían traído poca? ¿Por qué piensa eso?
- Ítem 4. Tenemos seis números y el más grande es el 5. Sumamos estos números y dividimos la suma por seis. El resultado es 4. ¿Te parece posible? ¿Por qué?
- Ítem 5. El peso en kilos de 9 niños es 15, 25, 17, 19, 16, 26, 18, 19, 24. ¿Cuál es el peso del niño mediano?
- Ítem 6. Lucía, Juan y Pablo van a una fiesta. Cada uno lleva un cierto número de caramelos. Entre todos llevan en promedio 11 caramelos por persona. ¿Cuántos caramelos ha llevado cada uno?
 Lucía _____ Juan _____ Pablo _____
 ¿Es la única posibilidad? Explica cómo has obtenido tus resultados. Un cuarto chico llega a la fiesta y no lleva ningún caramelo. ¿Cuál es ahora el promedio de caramelos por chico? Explica tu resultado.
 En este caso, ¿sería la media aritmética un buen representante de los 10 datos? Razona la respuesta.
- Ítem 7. Observa este diagrama de barras que muestra las ventas de bocadillos de la empresa Bocatta durante los primeros 6 meses del presente año.



Calcule un valor aproximado del número promedio de bocadillos que se venden al mes.

- Ítem 8. El siguiente conjunto de datos muestra las edades en que contrajeron matrimonio las mujeres en una muestra de 100 mujeres.

¿Cuál es la edad promedio de estas mujeres?

<i>edad</i>	<i>frecuencia</i>
15-19	4
20-24	38
25-29	28
30-34	20
35-39	8
40-44	1
45-49	1

- Ítem 9. Una campaña emprendida por el Ministerio de Salud y Protección Social para prevenir el aumento en los índices de obesidad y diabetes infantil y juvenil, sugiere que en promedio cada persona debe realizar 30 minutos diarios de una actividad física aeróbica de intensidad moderada (caminar, trotar, correr, nadar, montar en bicicleta, etc.), para evitar el sobrepeso. Se afirma que, para cumplir con la campaña, cada persona debe hacer exactamente 30 minutos de ejercicio diarios. Argumenta la validez de esta afirmación.

Las respuestas de los estudiantes frente a estas situaciones evidenciaron:

- Solo el 50% logra identificar la media aritmética cuando los datos se presentan de manera explícita, y lo asocian con la suma y posterior división del total de los datos.
- El 50% de los estudiantes realiza bien al algoritmo para calcular la media aritmética, los demás no están seguros de qué operación realizar.
- El 30% de los estudiantes encuestados asocian el valor calculado de la media aritmética con un porcentaje.
- El 40% de los estudiantes describe a la media aritmética como un valor medio

CONCLUSIONES

Respecto a la interpretación de la media como concepto

- Uno de los conceptos que más interés ha producido dentro de la investigación en educación estadística, son los promedios, sobre cuya comprensión y cálculo se han realizado diversas investigaciones que describen errores y dificultades.
- En la sociedad actual, cualquier ciudadano se encontrará con información en los medios de comunicación, entre ellos el concepto de promedio.
- Hay variedad de conceptos sobre un mismo término, en este caso nos estamos refiriendo al promedio, que podría estar influenciado por los libros de texto y la manera como el profesor administra el currículo en matemáticas en particular para la enseñanza del pensamiento aleatorio.
- El significado del término promedio, estaría muy relacionado con la capacidad de relacionar las proposiciones del enunciado en relación a los contextos, de lo contrario los estudiantes tienden a asumirlo como un cálculo más en matemáticas.
- Por mucho tiempo ha sido utilizado el cálculo de la media aritmética, para solucionar otros problemas de las matemáticas, interesados más por su algoritmo y para estimaciones, y no por su concepto o su significado, esto se pudo evidenciar en las respuestas de los encuestados.
- La comprensión de un concepto no puede reducirse a conocer las definiciones y propiedades, sino a reconocer los problemas donde debe emplearse, las notaciones y palabras con que lo denotamos y en general todas sus representaciones, habilidad en los diferentes algoritmos y procedimientos relacionados con el concepto y capacidad de argumentar y justificar propiedades, relaciones y soluciones de problemas.
- Igual que afirma Batanero, Godino y Navas (1997) que la comprensión de los estudiantes frente al concepto de media aritmética, está más orientada por el algoritmo, influenciado esto por la manera en que aparecen en los textos usados por el profesor, se pudo ver en este trabajo.
- La conclusión a la que llegan Batanero y otros (1997) (citados por Cobo, 2003, p. 72), es que la aproximación al estudio de los estadísticos de posición central basada en la definición algorítmica y el cálculo en colecciones de datos descontextualizados no permite que los alumnos lleguen a una comprensión integral del concepto de promedio.
- El análisis cualitativo de los elementos de significado usados por los alumnos en sus respuestas abiertas permite analizar con detalle la comprensión y dificultades particulares de cada una de las situaciones problemáticas planteadas y los elementos de significado requeridos para su resolución.
- No se puede esperar que, enseñando, por ejemplo, a los estudiantes a calcular los promedios puedan deducir y comprender por sí mismos sus diversas propiedades o adquieran la competencia suficiente para usar correctamente el promedio en

situaciones problemáticas sencillas. Es asimismo necesario que los estudiantes adquieran capacidad de expresión simbólica y gráfica y de argumentación, si queremos ayudarles a que sean personas estadísticamente competentes (Cobo, 2003).

- El significado del concepto de promedio, se puede ver favorecido en la medida que se enseñe a través de situaciones problémicas, de tal manera que puedan reconocer los datos de manera más explícita en un contexto.
- Poder identificar la comprensión de los estudiantes sobre el término promedio, nos permite encontrar posibles dificultades frente a un significado de referencia.
- Los conceptos encontrados en las respuestas de los estudiantes, permiten identificar un elemento del significado de promedio.

Este trabajo ha centrado la evaluación de los significados personales de los estudiantes, en las dificultades evidenciadas a partir de los problemas propuestos en el cuestionario. Los resultados revelan la aparición de índices de dificultad en su comprensión, interpretación y significado.

REFERENCIAS

- Ángel, J. (1995). La correcta utilización de los promedios. *EAFIT*, 77-86.
- Batanero, C., Godino, J. D., & Navas, F. (1997). Some misconceptions about averages in prospective primary teachers. En E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of 21 PME Conference* (v.1, pp. 276). University of Lahti.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Grupo de Investigación en Educación Estadística. Universidad de Granada. Granada, España.
- Batanero, C. (2004). Los retos de la cultura estadística. *Yupana*, 27-37.
- Bencardino, C. M. (2012). *Estadística y muestreo*. Bogotá: Ecoe Ediciones.
- Cobo, B. (2003). *Significados de la medida de posición central para los estudiantes de secundaria* (Tesis Doctoral). Universidad de Granada. Granada, España.
- D'Amore, B., & Godino, J. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 191-218.
- Godino, J., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 325-355.
- Godino, J., Font, V., & Whilhelmi, M. (2008). Análisis didáctico de procesos de estudio matemático basado en el enfoque ontosemiótico. *Publicaciones*, 25-48.
- Mayén, S. A. (2009). *Comprensión de las medidas de tendencia central en estudiantes mexicanos de educación secundaria y bachillerato* (Tesis Doctoral). Universidad de Granada. Granada, España.

- Méndez, D. F., Vargas, L., Rendón, P. A., & Esteban, P. V. (2013). Una experiencia de la cultura estadística en grado 5° de básica primaria. *Educación científica y tecnológica*, 402-406.
- Ministerio de Educación Nacional. (2017). *Derechos Básicos de Aprendizaje V2*. Bogotá: Panamericana Formas e Impresos S.A.
- Moroney, M. J. (1968). Promedio y dispersión. En J. R. Newman, *Sigma. El mundo de las matemáticas. Tomo 3* (págs. 169-186). Grijalbo.
- Ogden, C. K., & Richards, I. A. (1984). *El significado del significado. Traducción de Eduardo Prieto*. Barcelona: Paidós.
- Oviedo, L. M., Kanashiro, A. M., Bnzaquen, M., & Gorrochategui, M. (2012). Los registros semióticos de representación en matemáticas. *Aula Universitaria*, 29-36.
- Rodríguez, C., & Cabrera, A. (2010). La desventaja de la media aritmética: cómo tratarla en clases. *Números*, 39-44.
- Rodríguez, M. I. (2006). Dificultades en el significado y la comprensión de conceptos estadísticos elementales y de probabilidad. *Premisa*, 13-22.