
La Tabla-100: representaciones geométricas de relaciones numéricas. Un estudio con profesores de Primaria en formación.

Francisco Ruiz López

Tesis doctoral

Departamento de Didáctica de la Matemática. Facultad de Ciencias de la Educación
Universidad de Granada

Directores: Dr. Luis Rico Romero y Dr. Moisés Coriat Benarroch

Fecha de defensa: 16 de junio de 2000

Este trabajo, de innovación curricular está insertado en la línea de Pensamiento Numérico, que entre otros campos se interesa por el estudio de las representaciones de objetos aritméticos.

El objetivo general de la investigación era *explorar las potencialidades que encierra la Tabla-100 como medio de representación donde se pueden integrar y relacionar aspectos aritméticos y geométricos en un programa de formación inicial de profesores de primaria.*

Este objetivo general se desglosa en los siguientes objetivos parciales:

1. *Indagar en la comprensión que muestran los estudiantes para profesor al visualizar propiedades y relaciones numéricas en la Tabla-100 mediante representaciones geométricas.*
2. *Estudiar la viabilidad de nuevas representaciones simbólicas y geométricas para los operadores aditivos; desarrollar y establecer conexiones entre los distintos tipos de representación.*
3. *Realizar una propuesta didáctica en torno a la Tabla-100, integrada por un material de trabajo que facilite establecer relaciones entre aritmética y geometría por medio del estudio e identificación de patrones y relaciones numéricas.*
4. *Realizar un estudio teórico y formal de la Tabla-100 y las representaciones de los operadores aditivos en dicha tabla.*

En la línea de objetivos anteriores enunciamos la *hipótesis* de nuestro trabajo:

La introducción de una propuesta didáctica fundada en torno a la Tabla-100 en el currículo de formación inicial de profesores, permite a estos estudiantes:

1. *Establecer conexiones aritméticas desde un punto de vista geométrico e interpretar propiedades y relaciones entre aritmética y geometría.*
 2. *Obtener nuevas representaciones para el estudio formal de los operadores aditivos.*
-

3. *Aplicar conocimientos matemáticos adquiridos con anterioridad al estudio de estas representaciones.*

El diseño general de esta investigación podemos describirlo mediante *etapas y fases*.

En primer lugar destacamos *dos etapas*:

La *primera etapa* consiste en un *estudio empírico*. El trabajo de campo se lleva a cabo con tres grupos de estudiantes, profesores de Primaria en formación. A estos grupos los denominamos G70, G3 y G1, respectivamente, de acuerdo con el número de participantes en cada grupo.

En esta primera etapa se distinguen *tres fases*:

* En la *primera fase* se plantean unas cuestiones que se presentan a los estudiantes mediante tareas y actividades, que denominamos “de contexto”. Su finalidad está en familiarizar a los estudiantes con la Tabla-100 y en recoger las relaciones que establecen los estudiantes entre los ámbitos aritmético y geométrico.

* La *segunda fase*, con los mismos grupos de estudiantes, se centra en:

- sistematizar las respuestas obtenidas en la primera fase,
- profundizar en el estudio de las cadenas como representaciones geométricas de los operadores aditivos en la Tabla-100,
- estudiar la comprensión de los estudiantes para profesor sobre estos conceptos.

A lo largo de estas dos fases del estudio se trabaja en primer lugar con el grupo de 70 estudiantes, se continúa con el grupo de 3 estudiantes, y se concluye con el grupo de 1 estudiante..

* La *tercera fase* consiste en un balance de los resultados obtenidos, detectando los puntos problemáticos que el trabajo de los estudiantes ha puesto de manifiesto. En esta fase se pone de relieve que el deficiente conocimiento teórico de la Tabla-100 constituye un impedimento para establecer con precisión categorías para analizar el contenido y para analizar la comprensión de este contenido. En este momento de la investigación se adopta la decisión de realizar un estudio teórico detallado sobre la Tabla-100, los operadores aditivos en T_{100} y sus representaciones geométricas. Se decide concluir el estudio de campo y el análisis de las producciones de los alumnos e iniciar la segunda etapa de investigación con el estudio teórico.

La *segunda etapa* consiste en la realización de un estudio teórico, formal y estructurado, sobre los contenidos matemáticos manejados en la etapa anterior. Se quiere dar respuesta a distintas interrogantes surgidas durante el trabajo de campo tanto en las fases de realización como en la de análisis posterior.

Abordamos en esta segunda etapa una formalización matemática de la Tabla-100 y de las cadenas, así como el comportamiento de éstas frente a ciertas isometrías planas. Se concluye el trabajo con la aplicación de las cadenas al estudio de los patrones rectilíneos que se visualizan en las Tablas-100 de k columnas al considerar las clases residuales módulo m .

Como resumen de algunas conclusiones citamos:

1. Los estudiantes para profesor con los que hemos trabajado han desarrollado y establecido conexiones entre los distintos tipos de representación estudiados para los operadores aditivos. De este modo queda reconocida la viabilidad de las nuevas representaciones simbólicas y geométricas.
2. Se han identificado una considerable variedad y cantidad de patrones geométricos constituidos por los múltiplos de un número.
3. La Tabla-100, considerada como geoplano, ha sido útil a la hora de establecer conexiones entre los polígonos que se forman al unir n múltiplos de un número k y la divisibilidad, ya que los estudiantes han encontrado distintas estrategias para calcular el área de paralelogramos y, además, han encontrado una fórmula que relaciona el área de los polígonos con n y k .
4. Sobre la Tabla-100 se encuentran condiciones para el estudio del grupo aditivo de las cadenas libres.
5. La Tabla-100, en su condición de geoplano, se revela como un buen medio donde realizar reflexiones (simetrías) sobre las cadenas.
6. Además de las representaciones de carácter geométrico (cadenas) se han obtenido una amplia variedad de representaciones de tipo simbólico para representar a los operadores aditivos.
7. Construimos formalmente las cadenas como representaciones de los operadores aditivos.
8. Contemplamos las cadenas como expresiones geométricas de los operadores aditivos tomados como aplicaciones, y abordamos la comprobación de la estructura de grupo aditivo abeliano de estos operadores mediante la utilización de las cadenas.
9. Aplicamos un grupo de transformaciones geométricas (grupo diedral 4) a las cadenas y describimos el efecto de cada una de las isometrías del grupo sobre las unidades y decenas de sus operadores asociados.
10. Expresamos, en términos aritméticos, las regularidades observadas en los patrones rectilíneos que se forman en las tablas (m, k) en las que se consideran clases residuales módulo m en las tablas-100 de k columnas.