

Construcción de gráficos de barras por estudiantes chilenos de Educación Primaria

Construction of bar graphs by Chilean primary school students

Danilo Díaz-Levicoy, Carmen Batanero y Pedro Arteaga

Universidad de Granada, España

Resumen

El objetivo del trabajo fue evaluar la capacidad de los estudiantes chilenos de 6° grado de educación primaria en la construcción de diagramas de barras. Para ello se analizan las respuestas de 105 estudiantes a una tarea donde deben construir uno de estos gráficos a partir de un listado de datos, formando previamente la distribución de frecuencias. La mayoría de los estudiantes realizan construcciones parcialmente correctas, siendo los principales errores la ausencia de rótulos, barras incorrectamente construidas, escalas no proporcionales u omisión de valores. En otras construcciones incorrectas no se forma la distribución de frecuencias, la escala no refleja el rango de variación, se construye otro gráfico o un gráfico sin sentido.

Palabras clave: gráficos de barras, construcción, educación primaria, evaluación.

Abstract

The aim of this work was to assess 6th grade Chilean primary education students' capacity for building bar graphs. The responses by 105 students to a task where they must build one of these graphs from a data list, by previously forming the frequency distribution are analysed. Most students perform partially correct graphs, with absence of labels, incorrectly built bars, non-proportional scales or missing values. In incorrect graphs the frequency distribution is not formed, the scale does not reflect the range of variation or another graph or meaningless graphs are built.

Keywords: bar graphs, construction, Primary education, assessment.

1. Introducción

Los cambios de la sociedad se ven reflejados en las modificaciones de las directrices curriculares de diferentes países, y así, en las últimas décadas, debido a la importancia de la información e incertidumbre en la vida cotidiana, se han incluido temas de estadística desde la educación primaria. En concreto, en las directrices curriculares de España (MECD, 2014) y Chile (MINEDUC, 2012) la enseñanza de los gráficos estadísticos se incluye desde los primeros cursos. Por otro lado, al observar su tratamiento en los libros de texto de educación primaria en Chile, el gráfico más frecuente es el de barras, sobre el que se proponen actividades desde el primer año (Díaz-Levicoy, Arteaga y Batanero, 2015).

Las investigaciones sobre la comprensión de los gráficos estadísticos por niños en el contexto chileno son escasas, lo que nos ha motivado a realizar un estudio de evaluación con estudiantes de 6° grado de educación primaria. En este trabajo completamos otro previo sobre la lectura de pictogramas por estos alumnos (Díaz-Levicoy, Arteaga y Batanero, 2017), analizando su capacidad de construcción de gráficos de barras. En lo que sigue, se describen los fundamentos utilizados en esta investigación, los antecedentes, la metodología, los principales resultados y, finalizamos, con las conclusiones obtenidas.

2. Fundamentos

Consideramos en el trabajo los siguientes elementos constituyentes de los gráficos estadísticos, que han sido descritos por Curcio (1987):

- *Palabras o expresiones* que aparecen en el título del gráfico, o en las etiquetas en los ejes y que definen las escalas y que permiten entender el contexto de la información proporcionada en el gráfico, las variables y la relación entre ellas.
- *Contenido matemático* que subyace en el gráfico estadístico. En el caso del gráfico de barras incluye el conjunto de números naturales que se va a utilizar para representar valores y frecuencias, la longitud de la barra, perpendicularidad y paralelismo, orden de los números naturales, proporcionalidad, frecuencia y distribución de frecuencias
- *Convenios específicos* que son necesarios para abordar con éxito la lectura y construcción de cada gráfico; en nuestro caso la proporcionalidad entre la altura de la barra y la frecuencia de cada categoría.

Una vez elegido el tipo de gráfico, es importante la elección de una escala que permita representar la información de una manera óptima. En este sentido, Li y Shen (1992), describen los errores de los estudiantes: a) elegir una escala que no permita abarcar toda la variación de la variable que se desea representar; b) omitir las escalas en alguno de los ejes; c) no señalar el origen de coordenadas del gráfico estadístico; y d) no fijar las divisiones suficientes en las escalas de los ejes dificultando la interpretación del gráfico.

Wu (2004) amplía esta clasificación de errores, a partir de un estudio con 907 estudiantes de Educación Secundaria en Singapur (entre 13 y 15 años) al trabajar con distintos gráficos: a) errores en las escalas; b) errores en títulos, etiquetas o especificadores; c) confusión entre gráficos parecidos pero de naturaleza distinta; d) confusión entre frecuencia y valor de la variable. Esta lista es revisada y adaptada por Arteaga (2011), del siguiente modo:

- *Gráfico básicamente correcto*. El estudiante elige y construye correctamente el gráfico, considerando los convenios de construcción y elementos estructurales, usa una escala adecuada y asigna rótulos y etiquetas claras y precisas.
- *Gráfico parcialmente correcto, con pequeños errores de escala*. Por ejemplo, escalas no proporcionales o inapropiadas, valores numéricos faltantes, rótulos confusos, valores erróneos en las escalas o falta escala, barras no centradas en el valor de la categoría. Algunos de estos errores fueron citados en trabajos con futuros profesores por Bruno y Espinel (2005).
- *Gráfico incorrecto*. Se trata de gráficos inadecuados para completar la tarea solicitada. Por ejemplo, gráfico claramente no apropiado para el problema, altura de la barra no proporcional a la frecuencia, o intercambiar frecuencia y valor de la variable.

En nuestro trabajo utilizaremos esta clasificación, así como las anteriores para describir los errores de los estudiantes.

3. Antecedentes

Algunos estudios analizan la construcción de gráficos de barras por estudiantes de

edades similares a los de nuestra muestra. Entre ellos, Bivar (2012) estudia la transformación entre diferentes representaciones por 16 estudiantes de 5° grado de educación primaria en Brasil, de los cuales el 62% lo hace correctamente al pasar la información de una tabla a un gráfico de barras y el 37,5% al construirlo a partir de un listado de palabras. Además, en ambas actividades, los estudiantes mayoritariamente elaboran un título propio para la representación. Dentro de las dificultades observadas tenemos: ausencia de etiquetas o títulos, errores de escala o representar otro gráfico; la autora no indica porcentaje de estos errores. Por otro lado, Ruiz (2015) estudia los errores que cometen 31 estudiantes de 5° grado de educación primaria en Colombia en tres tareas: construir un gráfico con la información de un pictograma y graficar una o dos distribuciones de datos a partir de una tabla. La construcción más usada es el diagrama de barras. Se observan errores y dificultades de conteo (establecer frecuencias), uso inadecuado de las escalas, así como ausencia o errores en la asignación de rótulos. No informa del porcentaje de estos errores.

Evangelista y Guimarães (2015) investigan el aprendizaje de las escalas en gráficos de barras y líneas mediante una experiencia de aula con 69 estudiantes de 5° de educación primaria de Brasil. Los resultados muestran que los estudiantes tienen dificultades en representar, analizar, localizar, comparar y construir escalas en un gráfico. Estas dificultades, en su mayoría, son superadas tras una intervención de aula. Entre los trabajos realizados con alumnos menores que los nuestros, encontramos a Cruz (2013) que plantea a 22 estudiantes de 3° grado de educación primaria dos actividades que involucran, la construcción de un gráfico. Entre los errores encuentra: la omisión de la etiqueta del eje de valores (67%) o del eje de escala vertical (62%); dibujar las barras con diferentes anchuras (57%), con una separación no uniforme entre ellos (76%) o muy alejadas (9%). El 24% no usó una escala proporcional, sino marca en el eje vertical sólo los valores de la tabla, en el orden en que aparecen.

Por otro lado, al comparar con estudiantes mayores, encontramos a Fernandes, Morais y Lacaz (2011) quienes analizan la construcción de gráficos estadísticos por 108 estudiantes de 9° grado (3° de ESO, Educación Secundaria Obligatoria) a los que se pide representar datos discretos y continuos obteniendo mejores resultados en el primer caso (61% correctas y parcialmente correctas). Los autores indican errores asociados a la elección de un gráfico inadecuado, ausencia de títulos y etiquetas de los ejes, o escalas inadecuadas.

4. Metodología

Para este trabajo consideramos una muestra intencional, formada por 105 estudiantes de 6° grado de educación primaria en Chile (11-12 años), pertenecientes a 5 centros educativos; accediendo a ellos por medio de la negociación con directores y profesores. Estos estudiantes ya habían trabajado con los gráficos de barras en los años anteriores al curso en que se pasó la tarea.

La tarea propuesta, adaptada de un libro de texto de educación primaria (Batarce, Cáceres y Kükenshöner, 2013, p. 333), pide la construcción de un gráfico de barras a partir de un listado de datos (número de hermanos), donde el estudiante debe calcular las frecuencias, clasificando para ello los valores similares de la variable y formando la distribución de frecuencias. Se proporciona una plantilla cuadrículada para ayudar en la construcción de la escala, para facilitar la tarea a los estudiantes. Para construir la escala correspondiente al eje horizontal, el estudiante solo requiere analizar el rango de

variación de la variable (0 a 4), incluyendo todos estos valores. Para fijar la escala vertical necesita obtener la frecuencia máxima, que es el 11 y corresponde al valor 2.

A continuación se muestran los resultados de una encuesta con la pregunta: ¿cuántos hermanos tienes?

0, 1, 3, 2, 2, 3, 2, 4, 1, 2, 1, 2, 0, 2, 3, 1, 1, 0, 2, 4, 0, 1, 2, 3, 1, 1, 2, 2, 2

Realiza un gráfico de barras con la información proporcionada.

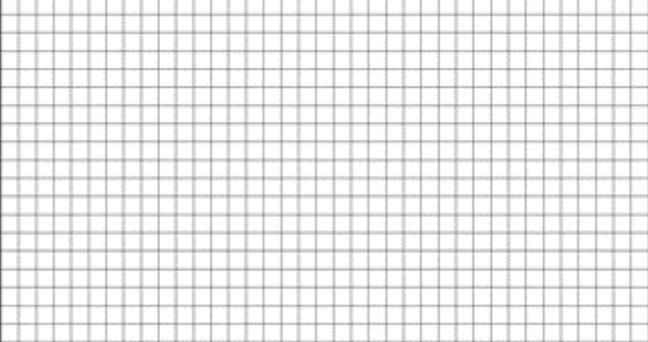


Figura 1. Ítem usado para evaluar la construcción de gráficos de barras

Se realizó un análisis cualitativo de los gráficos construidos por los estudiantes, clasificándolos en primer lugar, como correctos, parcialmente correctos e incorrectos, de acuerdo con los criterios establecidos por Arteaga (2011). Dentro de las dos últimas categorías se clasificaron los tipos de errores teniendo en cuenta todos los citados en los fundamentos y antecedentes del trabajo.

5. Resultados

A continuación, presentamos los resultados con la clasificación descrita, mostrando ejemplos donde para identificar la respuesta de los estudiantes se ha codificado cada uno de ellos como Ex, donde $1 \leq x \leq 105$.

5.1. Gráfico correcto o básicamente correcto

Siguiendo a Arteaga (2011), incluimos en esta categoría los gráficos que se construyen adecuadamente, respetando sus convenios y elementos estructurales. Además, se usa una escala adecuada y representa correctamente los datos, asignando rótulos claros y precisos. También, de acuerdo a este autor se incluyen las construcciones que se apartan un poco de las normas (e.g., hay líneas adicionales) o las que son correctas pero con ausencia del título general. Un ejemplo se reproduce en la Figura 2, en la que se muestra la construcción de E22, quien solo falló en asignar un título general a su gráfico.

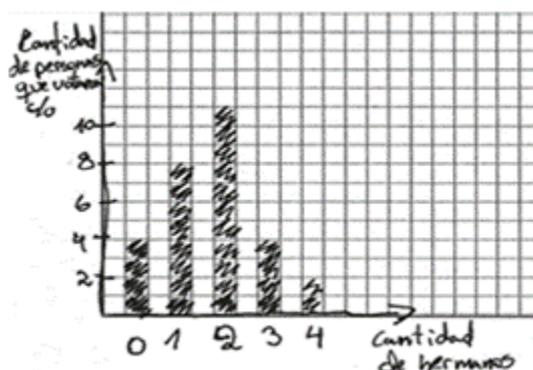


Figura 2. Gráfico básicamente correcto (E22)

5.2. Gráfico parcialmente correcto

En esta categoría consideramos los gráficos que contienen algún error u omisión de menor importancia. Teniendo en cuenta los criterios de Arteaga (2011) puede que en la construcción el estudiante omita, o realice algún pequeño error por falta de conocimiento alguno de los elementos estructurales del gráfico descritos por Curcio (1987), lo que dificulta la lectura de la información mostrada en esta representación. De las respuestas de los estudiantes se desglosan las siguientes subcategorías.

Escala no proporcional. Cuando en la construcción del gráfico se usa una escala en que no hay correspondencia entre la proporcionalidad numérica y la geométrica; por ello en la escala del eje X o del eje Y la separación entre diferentes valores numéricos se realiza mediante segmentos que no son proporcionales a la diferencia entre los mismos. También incluimos en esta categoría los casos en no se incluye el origen en uno de los ejes. Por ejemplo, en la escala de la construcción de E10, de la Figura 3, la longitud entre los valores 0 a 2 es un cuadro y no es congruente con los otros segmentos, donde se ocupan tres cuadros para representar las distancias entre 2 a 4, de 4 a 8 y 8 a 11, donde los tres segmentos son iguales pero representan diferentes distancias. Los errores de escalas se encuentran en la mayoría de los antecedentes de nuestro trabajo, por ejemplo lo comenten el 24% de sus estudiantes de 3° grado en Cruz (2013).

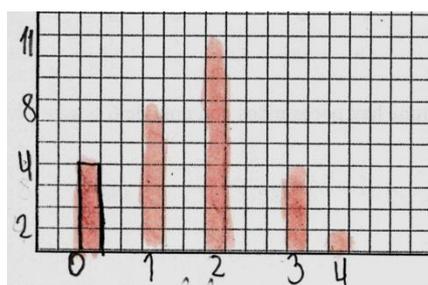


Figura 3. Escala no proporcional (E10)

Errores o ausencia de rótulos de los ejes. En esta categoría se consideran aquellos gráficos en que omiten o se asignan incorrectamente el título de algún eje, los rótulos que permiten identificar la escala o las categorías. Ello puede dificultar la interpretación posterior del gráfico cuando las variables son numéricas, si no se indica con claridad qué eje corresponde a las frecuencias. Sin embargo, al igual que en las investigaciones de Arteaga (2011), Bruno y Espinel (2005), Fernandes, Morais y Lacaz (2011) y Wu (2004), algunos estudiantes no perciben la necesidad de rotular los ejes del gráfico. Un ejemplo se muestra en la Figura 4, donde E4 no asigna títulos a los ejes y los rótulos de las barras son confusos, ya que no queda claro que se refiere a valores numéricos.

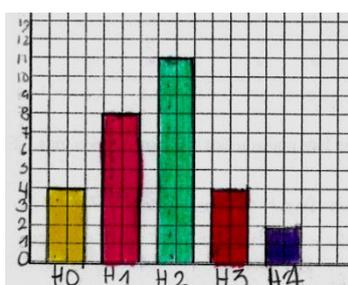


Figura 4. Gráfico sin títulos en los ejes (E4)

Barras no separadas o de diferente anchura. Uno de los convenios de construcción del

gráfico de barras es que las barras han de tener la misma anchura y estar separadas una de otras, situándose encima de la categoría o valor numérico que representan. Algunos estudiantes en su construcción no respetan dichos convenios estructurales citados por Curcio (1987). Por ejemplo, las barras no están centradas sobre su categoría, las barras tienen diferente ancho, los espacios de separación de las barras no son uniformes o no son paralelas. En otros casos no se separan las barras, sino que se presentan como si se tratase de un histograma. Un ejemplo se reproduce en la Figura 5, donde la respuesta considera distancias no uniformes entre las barras del gráfico. Ello supone también falta de comprensión de la representación de los números naturales en la recta real, puesto que valores numéricos a los que corresponde una misma distancia son representados a distancias diferentes (Bruno y Espinel, 2005). Este error apareció también en las investigaciones de Arteaga (2011) y Cruz (2013).

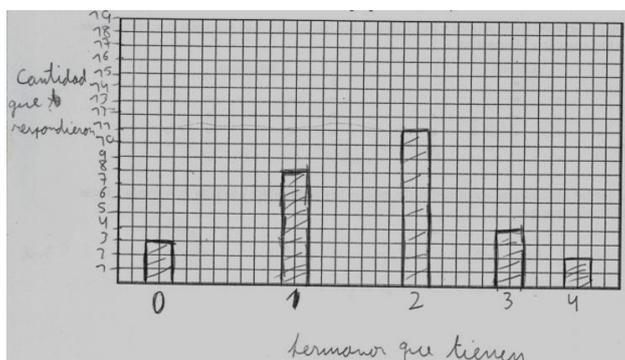


Figura 5. Gráfico con barras de separación no uniforme (E16)

Representación incorrecta de valores numéricos. La respuesta se ha clasificado en esta categoría en dos situaciones. En primer lugar, cuando el estudiante omite en el gráfico uno de los valores de los datos, lo que algunos autores como Arteaga (2011) y Bruno y Espinel (2005) denominan *error de valores faltantes*. Ejemplo de esta situación lo vemos en la respuesta de E48 (Figura 6), en la que no se representa la barra relacionada con el número de hermanos igual a cero. Este error se ha identificado en otras investigaciones con niños (Evangelista y Guimarães, 2015). Por otro lado, algunos estudiantes al representar la frecuencia correspondiente al valor cero lo realizan con una barra que corresponde a este mismo valor, sin obtener la frecuencia correcta.

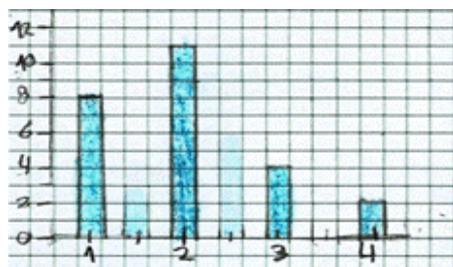


Figura 6. Omisión del valor en un gráfico (E48)

5.3. Gráfico incorrecto

Como se ha indicado, consideramos incorrecta una respuesta cuando se realiza una construcción sin sentido para el lector de la información o no se respetan los convenios de construcción de estas representaciones. En esta categoría hemos considerado, en primer lugar los casos en que la *escala que no refleja el rango de la variable o de las frecuencias*, es decir, se define una escala que no permita representar todos los datos o

la variabilidad de los mismos. Otro segundo error en esta categoría es la *representación de un listado de datos*, es decir, cuando el estudiante no forma la distribución de frecuencias, sino que grafica cada uno de los datos sucesivamente; como se puede observar en Figura 7. También se ha considerado erróneo el gráfico cuando se *intercambian valores y frecuencias de la variable*, es decir, se toman los valores de la variable como si fuesen etiquetas de una variable categórica; la *construcción de otro gráfico*, es decir, se construye una representación diferente a la pedida (gráfico de barras) y la *construcción sin sentido*, en la que se presenta un gráfico incompleto, en que la información es ininteligible. Todos estos errores fueron descritos en Arteaga (2011).

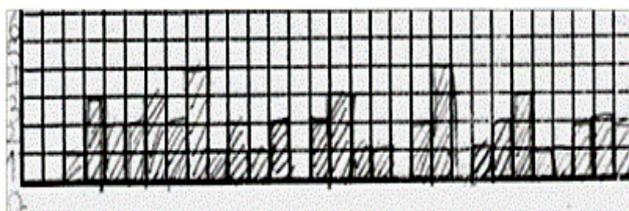


Figura 7. Representa el listado de datos sin agrupar (E1)

En la Tabla 1 presentamos los datos sobre la corrección del gráfico que realizaron los estudiantes, donde podemos ver que únicamente 7 de los 105 estudiantes realizaron un gráfico correcto o básicamente correcto. La mayoría de los gráficos construidos fueron parcialmente correctos (50,5%), es decir, se trata de estudiantes que comprenden lo que es el gráfico de barras, los convenios en su construcción y son capaces de elaborarlos con sus elementos básicos correctos, aunque pueden cometer errores en las escalas u omitir los rótulos del gráfico y de los ejes. Si unimos estos gráficos a los correctos obtenemos un 57,2%. Estos resultados son mejores que los obtenidos por niños de 5° de Educación Primaria de Brasil de Bivar (2012) y similares a los de Evangelista y Guimarães (2015) con estudiantes brasileños de 5° grado, mientras que son levemente inferiores a los logrados por estudiantes 9° de Educación Fundamental de Fernandes et al. (2011), lo cual consideramos lógico debido a sus edades. También, observamos que existe un porcentaje importante de estudiantes realiza una construcción incorrecta (27,6%) y un 15,2% de los estudiantes no realiza la actividad. En consecuencia, los resultados indican una dificultad importante de la tarea para estos estudiantes.

Tabla 1. Frecuencia y porcentaje de estudiantes según la construcción del gráfico

Tipo de construcción	Número de estudiantes	Porcentaje
Correcta	7	6,7
Parcialmente correcta	53	50,5
Incorrecta	29	27,6
No responde	16	15,2
Total	105	100

Para analizar con más detalle los resultados, presentamos en la Tabla 2 el número de estudiantes y el porcentaje, respecto al total, que han mostrado cada uno de los errores descritos en las respuestas parcialmente correctas e incorrectas. La suma de estos porcentajes excede a 100 porque algunos estudiantes han mostrado más de un error.

En ella observamos que dentro de los estudiantes que realizan una construcción parcialmente correcta se contabiliza un total de 110 errores, de los cuales el más frecuente fue el realizar errores en los rótulos o etiquetas del gráfico (42,9%). Este error

aparece en Bivar (2012), Fernandes, Morais y Lacaz (2011), y Ruiz (2015), que no indican el porcentaje; en el trabajo de Cruz (2013) el 67% de los estudiantes realizan este tipo de error. Es también muy frecuente la elaboración de barras no estándares por no tener la misma separación o de diferente anchura o bien no separadas (27,6% de los estudiantes), errores que aparecen en el 57% de los estudiantes de Cruz (2013). Son menos frecuentes los errores sobre representación incorrecta de números en la resta real (19%) o de escala no proporcional (15,2%) que aparece en el 24% de los niños en el trabajo de Cruz (2013). Todos estos errores también se observaron aunque con mucho menor frecuencia como es lógico en los trabajos de Arteaga (2011) y Bruno y Espinel (2005) con profesores en formación.

Tabla 2. Porcentaje de errores en las construcciones parcialmente correctas e incorrectas

Tipo de gráfico	Tipo de error	Número de Estudiantes	Porcentaje (n=105)
Parcialmente correcto	Escala no proporcional	16	15,2
	Errores o ausencia de rótulos en los ejes	45	42,9
	Barras no separadas o de distinta anchura	29	27,6
	Representación incorrecta de valores numéricos	20	19
Incorrecto	Escala que no refleja el rango	2	1,9
	Representar el listado de datos	23	21,9
	Intercambiar valor y frecuencia	1	1
	Construir otro gráfico	1	1
	Construcción sin sentido	2	1,9

Respecto a los errores más serios, que convierte al gráfico en incorrecto e inutilizable para extraer de él la suficiente información, aparecen en la segunda parte de la Tabla 2. La mayoría de estos errores se producen porque el estudiante no llega a formar la distribución de la variable para representarla y en su lugar representa el listado de datos, uno a uno, en el orden en que aparecen en la tarea (21,9%). Este error fue descrito por Arteaga y cols. (Arteaga, 2011; Arteaga y Batanero, 2010) quien indica que la complejidad semiótica de la representación del listado de datos es menor que la de la distribución, porque el estudiante no necesita usar la idea de frecuencia o distribución. Además el orden de valores representados en el eje X no coincide con el orden numérico, de modo que de nuevo tenemos un error en la representación de números en la recta real (Bruno y Espinel, 2005).

Otros errores muy poco frecuentes, pero igualmente importantes son los siguientes, todos ellos descritos en Arteaga (2011): a) utilizar una escala que no refleja el rango de variación de la variable o de las frecuencias, por lo cual no se llega a representar correctamente toda la distribución; b) intercambiar el valor de la variable con la frecuencia, lo que implica la confusión entre estos dos conceptos; c) construir un gráfico diferente al de barras; y d) realizar construcción sin sentido.

6. Discusión e implicaciones para la enseñanza

Los resultados de nuestro trabajo, incluso aunque la muestra sea de tamaño moderado, sugieren la dificultad potencial que para los niños del 6° grado chilenos tiene la construcción del gráfico de barras a partir de un listado de datos sin agrupar, dificultad que podría ser común en otros contextos. Esta actividad es muy frecuente en los libros de texto chilenos, así como en los españoles, como se puso de manifiesto en el trabajo

de Díaz-Levicoy, Batanero, Arteaga y Gea (2016). Más en concreto, actividades similares aparecen ya desde el 4º grado en Chile. Aunque la mayoría de las construcciones realizadas por los estudiantes de la muestra se consideraron parcialmente correctas, y más del 40% de ellos realizan gráficos incorrectos o no son capaces de construirlos. Además, algunos de los errores incluidos en la categoría de parcialmente correctos, como las escalas no proporcionales o la representación incorrecta de valores numéricos en la recta real apuntan a deficiencias en el aprendizaje de la proporcionalidad y los números.

Nuestros resultados son similares a los de otras investigaciones con niños de varias edades (Cruz, 2013; Bivar, 2012; Fernandes et al., 2011; Li y Shen, 1992; Ruiz, 2015; Wu, 2004), lo que indica que la dificultad de la construcción de gráficos no es privativa de los estudiantes chilenos, sino un problema más generalizado. La variedad de elementos que constituyen el gráfico, según Curcio (1987) y la existencia de diferentes convenios en su construcción indican que el aprendizaje del tema requiere un periodo de tiempo más dilatado y debe continuar al finalizar la educación primaria. Los resultados, en general, son preocupantes y peores a los esperados ya que el gráfico de barras es el más frecuente en los libros de texto de educación primaria en todos los niveles.

Es importante volver a señalar que, más allá del aprendizaje de la construcción del gráfico, se requiere reforzar los conceptos previos, como el de proporcionalidad, puesto que muchos estudiantes no ven la necesidad de que exista una correspondencia entre la proporcionalidad aritmética (distancias proporcionales entre valores numéricos) y geométrica (distancias proporcionales en las alturas de las barras del diagrama de barras). También requiere cierto tiempo el aprendizaje del concepto de distribución al menos a nivel intuitivo, puesto que un error frecuente es la representación del listado de datos o de un subconjunto de ellos, es decir, que el estudiante no observa la necesidad de agrupar los datos iguales y obtener la frecuencia y distribución de frecuencia. Finalmente apuntamos a la necesidad de mejorar la comprensión de la importancia del orden numérico y de la representación de datos numéricos en la recta real.

Por supuesto que todos estos puntos requieren un mayor tiempo de aprendizaje, pero también una preparación adecuada de los profesores en la comprensión y construcción de gráficos, así como en la didáctica del tema. Sin embargo, algunas investigaciones como las de Arteaga (2011) y Arteaga y Batanero (2010) han detectado errores similares a los descritos en este trabajo en las construcciones del gráfico de barras o de otros tipos de gráfico que realizan profesores de educación primaria en formación.

En resumen, nuestra investigación aporta información original sobre el aprendizaje de los gráficos por parte de los estudiantes de 6º grado de educación primaria en Chile que puede orientar la labor de los profesores en el aula, así como la labor de los formadores que preparan a estos profesores. Sería importante ampliar la muestra y el tipo de tareas propuestas con nuevas investigaciones centradas en el aprendizaje de otros gráficos y de otras tareas, tales como la traducción de un gráfico a otro o la lectura de gráficos.

Agradecimientos

Proyecto EDU2016-74848-P (FEDER, AEI), Grupo FQM126 (Junta de Andalucía) y Beca CONICYT PFCHA 72150306.

Referencias

Arteaga, P. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y*

- conocimientos didácticos de futuros profesores*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada, España.
- Arteaga, P. y Batanero, C. (2010). Evaluación de errores de futuros profesores en la construcción de gráficos estadísticos. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T. A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 211-221). Lleida: SEIEM.
- Batarce, Y., Cáceres, B. y Kükenshöner, C. (2013). *Matemática 4º Básico. Tomo II*. Santiago: Santillana.
- Bivar, D. (2012). *Analisando a transformação entre gráficos e tabelas por alunos do 3º e 5º ano do Ensino Fundamental*. Tesis de Máster. Universidade Federal de Pernambuco, Brasil.
- Bruno, A. y Espinel, M. C. (2005). Recta numérica, escalas y gráficas estadísticas: un estudio con estudiantes para profesores. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemáticas*, VII, 57-85.
- Cruz, A. (2013). *Erros e dificuldades de alunos de 1.º ciclo na representação de dados estatísticos*. Tesis de Máster. Universidade de Lisboa.
- Curcio, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(5), 382-393.
- Díaz-Levicoy, D., Arteaga, P. y Batanero, C. (2015). Gráficos estadísticos y niveles de lectura propuestos en textos chilenos de educación primaria. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 229-238). Alicante: SEIEM.
- Díaz-Levicoy, D., Arteaga, P. y Batanero, C. (2017). Lectura de pictogramas por estudiantes chilenos de educación primaria. En J.M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 217-226). Zaragoza: SEIEM.
- Evangelista, B. y Guimarães, G. (2015). Escalas representadas em gráficos: um estudo de intervenção com alunos do 5º ano. *Revista Portuguesa de Educação*, 28(1), 117-138.
- Fernandes, J. A., Morais, P. C. y Lacaz, T. V. S. (2011). Representação de dados através de gráficos estatísticos por alunos do 9º ano de escolaridade. En R. Borba, C. Monteiro y A. Ruiz (Eds.), *Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática* (pp. 1-13). Recife: Universidade Federal de Pernambuco.
- Li, D. Y. y Shen, S. M. (1992). Students' weaknesses in statistical projects. *Teaching Statistics* 14(1), 2-8.
- MECD (2014). *Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la educación primaria*. Madrid: Autor.
- MINEDUC (2012). *Matemática educación básica. Bases curriculares*. Santiago: Unidad de Currículum y Evaluación.
- Ruiz, A. (2015). Un estudio de caso sobre errores y dificultades observadas en la elaboración de algunas gráficas estadísticas. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, 10(1), 26-39.
- Wu, Y. (2004, Julio). *Singapore secondary school students' understanding of statistical graphs*. Trabajo presentado en el 10th International Congress on Mathematics Education. Copenhagen, Dinamarca.