ARTÍCULOS DE INVESTIGACIÓN

"Filosofía e historia de la matemática en la formación docente"

Fecha de recepción: Septiembre, 2000

Educación Matemática
Vol. 13 No. 3 diciembre 2001
64-74

Víctor Larios Osorio
Facultad de Ingeniería
Universidad Autónoma de Querétaro
vil@sunserver.uaq.mx

Quiérase o no, toda la pedagogía matemática, incluso si es poco coherente, se apoya en una filosofía de las matemáticas.
RENÉ THOM

No hay educación, ni desarrollo educativo alguno, sin una filosofía subyacente.
HANS FREUDENTHAL

Resumen: *El estudio de la filosofía y la historia de la Matemática en la formación de los profesores de Matemática resulta importante, pues proporciona elementos al docente para su práctica didáctica, para la interpretación de la investigación educativa y para su propia concepción de la ciencia matemática. Sin embargo, no siempre se considera este estudio con la importancia necesaria y se eliminan uno u otro aspectos, separándolos durante el proceso de formación docente. En este trabajo se presenta una reflexión al respecto y algunas consideraciones de las posibles consecuencias de llevar a cabo esta separación.*

Abstract: *The study of mathematics philosophy and history into the mathematics teacher's training is important. It gives elements to the teacher for his teaching practice, for his understanding and interpretation of educational research and, at least, for his own conception about mathematics itself. However, sometimes both aspects has been considered without the enough importance and has been eliminated one or both, making a sparation between them. This paper shows a reflection about the importance to include the study of mathematics philosophy and history on the mathematics teacher's training and some consecuences if they are separated on it.*

Prólogo

Antes de iniciar, haremos tres señalamientos:

1. Efrén Marmolejo (1989, p. 12) menciona dos encuestas aplicadas hace poco más de diez años a alumnos egresados de bachillerato universitario y a profesores en el Estado de Guerrero.[1]

[1] Como nota adicional: Marmolejo no menciona la metodología utilizada para la elaboración de dichas encuestas, ni la que se usó para la obtención de las muestras a las que se les aplicó.

Uno de los resultados de la primera encuesta es que el 99% de los alumnos respor a sus profesores de ser un factor fundamental en su fracaso con la Matemática y e conceptualizó "como la ciencia de las operaciones con números y figuras"; po de la segunda encuesta resultó que el 92% de los profesores[2] consideraba in "inútil" incluir en su formación (como docentes) aspectos histórico-filosóficos

2. Cuando se utiliza en español el adjetivo "desnudo" la idea general que aparece e del que escucha es que el sustantivo al que se refiere no tiene una cubierta o una pr ¿Qué podríamos pensar cuando el sustantivo es "concepto", es decir, cuando se ha "concepto desnudo"? Bruno D'Amore (1988) llama así a los conceptos que se prop a los alumnos sin una explicación extra de carácter principalmente epistemológico e Pensándolo bien, en los cursos de Matemática en las escuelas, ¿se proporciona co dicha explicación extra o, al menos, el docente la tiene en cuenta (aunque no la pr explícitamente a sus alumnos)?, ¿o simplemente, como en aquel cuento infantil del e hacemos que la vemos para, al igual que los cortesanos, no quedar mal?

¿Qué hacer para que el docente tenga los elementos para "vestir" los co Evidentemente los conocimientos necesarios los tendrá que adquirir en algún mome formación, específicamente como docente. Entonces se hace necesario que, como parte fundamental de su formación, el docente obtenga una instrucción que le permita dilucidar el origen y desarrollo del conocimiento que pretende enseñar, es decir, que reconozca las nociones claves de la Matemática desde, básicamente, dos enfoques: el histórico y el filosófico.

3. Finalmente, haremos una aclaración pertinente para este trabajo que tiene que ver con su título. De acuerdo con Miguélez (1977) la tradición francesa entiende por "epistemología" lo relativo a la "filosofía de la ciencia"; entonces, si ahora tomamos en cuenta el término "filosofía de la Matemática" podemos considerar, análogamente, que equivale al término "epistemología de la Matemática". Esta aclaración se hace porque muchos trabajos publicados utilizan más el término "epistemología" para referirse a las cuestiones filosóficas de la ciencia[3] y, siguiendo esta línea, en este trabajo se les considerará como términos equivalentes.

La pareja historia-filosofía

Si hablamos de proporcionar a los conceptos un "vestuario" con un carácter histórico y epistemológico, entonces es necesario establecer cierta relación entre ambos.

Por un lado está la historia de la Matemática, que permite dilucidar el desarrollo o evolución de la disciplina como una sucesión de hechos o ideas que fueron ocurriendo con

[2] Marmolejo menciona que en su mayoría son (como yo les llamo) "profesores a la carrera" y no "profesores de carrera". La diferencia fundamental que hago entre una y otra categoría es que la primera está constituida por profesores que estudiaron alguna carrera que no está relacionada con la educación (como Médicos, Ingenieros, Biólogos, Psicólogos, etcétera) e imparten clases (por necesidad o como complemento de sus actividades laborales que corresponden a su formación profesional), mientras que en la segunda categoría están los profesores cuya formación profesional está ligada directamente con la educación (como Licenciados en Educación, profesores normalistas, Matemáticos con estudios especializados, etcétera).

[3] Hay que tomar en cuenta que según la tradición anglosajona el término "epistemología" se refiere a la "teoría del conocimiento" o "gnoseología", por lo que se ha tenido cuidado sobre los trabajos a los que se hace referencia para no mezclar concepciones.

el paso del tiempo. Podríamos hablar incluso de dos tipos de historia: la historia de los hechos, que se restringe al reconocimiento de los sucesos históricos de una manera básicamente cronológica y que está basada principalmente en documentos; y la historia de las ideas, que tiene que ver más con la evolución de los conceptos, teorías, etcétera, ubicándolas dentro del ambiente socio-cultural y científico en que se desarrollaron, por lo que no se sigue necesariamente un patrón cronológico. Habría que pensar cuál de éstas resulta más conveniente usar en la didáctica de la Matemática, ya sea en la enseñanza o en la investigación.

Pensando únicamente en el ámbito histórico, ya en alguna ocasión apunté algunas de las posibles consecuencias por la falta de atención en la historia de la Matemática por parte del docente (ver Larios, 1999). Sin embargo, y profundizando más, se pueden identificar básicamente dos niveles en el uso del conocimiento de la historia en el salón de clases:

- *nivel anecdótico*, que se refiere al uso de anécdotas históricas para hacer más amena la clase o como una historia introductoria para intentar proporcionar un contexto a algún tema a iniciar;
- *nivel para un aprendizaje científico*, que se refiere al uso del conocimiento histórico para introducir algún concepto o técnica matemática al utilizar, por ejemplo, el problema original que los produjo, o al comparar la utilidad de alguna técnica en función de las notaciones (o herramientas conceptuales) disponibles en el pasado y en la actualidad.

Aunque ambos niveles son útiles, dependiendo de lo que se pretende, es en el segundo en el cual se consigue una mayor riqueza en su uso. Sin embargo, estos usos se refieren casi exclusivamente a una historia de los hechos, donde se consignan las notaciones, las técnicas, los problemas resueltos. Así que para que el docente tenga una visión más profunda sobre el desarrollo de la Matemática y sea capaz de analizar e interpretar los procesos de aprendizaje de los alumnos, no sólo en el aula, sino también en ámbitos de investigación educativa y en la misma planeación de sus cursos, es necesario que se tome en cuenta la historia de las ideas científicas que, a lo largo de su evolución, no han sido inmutables, dado el carácter dinámico de la Ciencia.

Las ideas que han forjado los conceptos y nociones matemáticas han estado influidas por el ambiente socio-cultural en el que se han desarrollado. Repetidamente los enfoques científicos y filosóficos han afectado el desarrollo de las ideas. Un estudio histórico de las ideas matemáticas necesita, de manera indispensable, el conocimiento de los hechos; sin embargo, también necesita del conocimiento de la filosofía de las disciplinas.

Por otro lado, si consideramos que la Matemática, como ciencia, ha desarrollado un sistema más o menos riguroso, donde las definiciones y los enunciados iniciales se consideran actualmente como no absolutos, sino hechos a la necesidad y (¿por qué no decirlo?) a la conveniencia de los matemáticos, entonces las mismas nociones (incluyendo la de rigor y, por ende, la de la demostración), sus concepciones, el estudio de su desarrollo y las causas de su aparición en cierto momento histórico necesitan un estudio más bien fuera de la Matemática (es decir, Metamatemático), que se interna en el campo de la filosofía de la ciencia matemática. En otras palabras, la esencia y concepciones de los objetos y las nociones matemáticas más importantes no son estudiados como parte de la Matemática, sino como parte de su filosofía. Entonces tenemos que el conocimiento de la filosofía de una disciplina (en este caso la Matemática) requiere, a su vez, del conocimiento de la historia de las ideas.

Todo esto, de manera ineludible, nos lleva a recordar lo que dijo Kant: "La historia sin filosofía es ciega, la filosofía sin historia está vacía". Por tanto, es innegable que la pareja historia-filosofía de la Matemática no se puede disolver fácilmente y el hacerlo no es un asunto trivial. Ambas partes se nutren mutuamente y toman elementos una de la otra.

Posibles repercusiones por su omisión en la docencia

Es de suponer que existe la necesidad de que la historia y la filosofía de la Matemática no se separen en la formación de los docentes de esta disciplina. Sin embargo, desgraciadamente ésto llega a ocurrir y, por lo general, la importancia de estos aspectos no es percibida por las personas encargadas de la proyección de las políticas educativas.

Las concepciones que un docente de la Matemática tenga sobre la disciplina influirá notablemente sobre la manera de impartirla, pues tiene que decidir no sólo los conocimientos contenidos en sus cursos, sino también el orden de éstos y el modo en que evaluará, dejando ver al mismo tiempo la concepción que tiene sobre la disciplina, y todo con base en su propio conocimiento y sentir de lo que es la Matemática. No obstante, si consideramos que los profesores que se ocupan de los niveles medio superior y superior en México son profesionistas en otros ramos de la ciencia y la técnica (Ingeniería, Física, Contadores, etcétera), entonces tenemos docentes cuya formación, por la misma intencionalidad de su profesión, incluye cursos sobre la Matemática (que comprenden Álgebra, Geometría, Análisis, etcétera), pero no sobre aspectos relacionados con su desarrollo y filosofía. Sin embargo, los niveles básicos tampoco parecen salir bien librados. Para el caso del curriculum normalista para los docentes del nivel básico, que les toca atender las nociones matemáticas que servirán como base al desarrollo escolar completo de sus alumnos, se tiene que no se incluyen cursos con aspectos explícitos histórico-epistemológicos de la Matemática; y sobre el curriculum para los docentes del nivel secundaria se podría decir que incluye únicamente cursos con aspectos relacionados con la historia, aunque, con un poco de esfuerzo, podrían incluirse los aspectos relacionados con la filosofía de la Matemática.

Ante tal carencia el profesor de Matemática tiene que recurrir a sus experiencias e impresiones personales:

> "Como resultado [de una formación carente del desarrollo histórico-filosófico de la Matemática], en la práctica de enseñar matemáticas generalmente el profesor adopta un modelo de enseñanza que recoge elementos de su propia existencia como estudiante (...) [que] se vuelve determinante en las ideas que él tenga acerca de esta disciplina." (Santos 1993, p. 421)

Y ya que la influencia que se presenta es generalmente no explícita, el resultado puede derivar en un círculo vicioso, pues si una persona se formase desde su primaria con una cierta idea (supongamos) "incorrecta" y no la modifica (por cualquier razón) llegando a impartir clases sin haber recibido una instrucción histórico-filosófica, entonces tomaría sus concepciones para impartirla tal como la recibió. Sus alumnos, a la larga, podrían hacer exactamente lo mismo.

Consideremos el siguiente hecho que puede resultar interesante:

Por un lado hace ya buen tiempo Charles Sanders Peirce (1983, p. 161) afirmó: "la definición corriente entre personas como profesores y maestros de escuela sigue siendo que la matemática es la ciencia de la cantidad", idea que resulta demasiado simplista pero que, desgraciadamente, existe aún tanto dentro como fuera del ámbito escolar. Por otro lado, en el mes de agosto de 2000 a través de una encuesta se les preguntó a los aspirantes de un posgrado sobre docencia de la Matemática en la Universidad Autónoma de Querétaro (México), todos ellos profesores en activo del nivel medio, acerca de su concepción de esta disciplina y se obtuvieron respuestas variadas, de entre las que llaman la atención las que siguen:

- "ciencia exacta que estudia la magnitud, el número y la forma y la relación entre ellas";
- "son algoritmos que nos permiten justificar propuestas";
- "instrumentos, aplicables a todas las ciencias";

con lo que se ve que el paso de los años, por sí mismo, no siempre implica cambios significativos de las ideas y concepciones en algunos contextos. Entonces tenemos que las ideas que varios matemáticos han vertido acerca de la Matemática misma han quedado muchas veces ajenas al contexto escolar, siendo un factor decisivo el hecho de que en la escuela intervienen personas que no han tenido una formación que incluya los aspectos filosóficos e históricos de la Matemática.

Consideremos un par de citas como ejemplo de estas opiniones, comenzando por una de Hans Freudenthal (1967, p. 9), que comenta:

> "Gran parte de la matemática no puede comprenderse sin una habilidad técnica. Los mismos matemáticos lo saben muy bien, y saben también que las cosas se comprenden de una forma más fundamental si en su estudio puede evitarse el empleo de la técnica. Ellos mismos tratan de evitar siempre su uso cuando su eliminación supone una ayuda a la comprensión."

Bruno D'Amore (1988, p. 31), al hablar sobre el pretendido rigor que supuestamente tiene la Matemática y que se busca en la escuela, comenta:

> "La matemática es fantasía creativa, es imaginación, es invención, es regocijo. Todo esto, con respeto a las reglas (que esta es la verdadera forma de creación significativa...)."

Estas opiniones presentan un radical contraste con el anuncio que hizo Peirce, mencionado arriba; y podrían diferir también de las concepciones que tuviese un docente de Matemática que no haya tenido conocimiento sobre el desarrollo de la Matemática, eliminando la parte de investigación, de regocijo, alargando las distancias y los procesos de resolución.

Un ejemplo palpable es precisamente el método de validación del conocimiento matemático: la demostración, que no necesariamente es un medio para validar el conocimiento del alumno en el aula. Caracterizar este método de validación no es fácil ni trivial, pues involucra otra noción igual de escurridiza: el rigor. Ni siquiera para los matemáticos han resultado completamente claras y definidas estas nociones, pues hasta se han visto influidas por la intervención de las tecnologías computacionales, además de ser casi imposible de seguir en la práctica un completo rigor deductivo. Pero a pesar de que apareció como una respuesta a la necesidad de justificar conocimientos abstractos (Hanna 1997, p. 246), ha sufrido cambios en su concepción y en su finalidad (ver D'Amore 1988; y el trabajo de Evelyne Barbin que se menciona en Arsac 1988), de tal suerte que lo que antes se aceptaba como riguroso eventualmente ahora ya no, y viceversa. François Pluvinage (1996, p. 77) lo dice llanamente: "los matemáticos de hoy afirman que una demostración no es otra cosa sino lo que los matemáticos aceptan como demostración."

Sin embargo, al asomarse al salón de clases, se podrá ver que una demostración podría no ser algo cambiante, sino un intento (quizá hasta "terrorista") de alcanzar un "rigor" utilizando formalismos que son ininteligibles, usando términos lingüísticos igualmente poco entendibles, pero basándose en la concepción que tiene el docente sobre la demostración y sobre el rigor, que a su vez obtuvo en sus experiencias como alumno veinte o treinta años antes. Incluso se llega a los casos extremos de docentes que no saben bien a bien qué se entiende por una demostración o por una deducción, o que no han hecho alguna por sí mismos:

> "Unos docentes fingen demostraciones «rigurosas», sin haber dicho jamás explícitamente qué cosa significaba demostrar. Hacen estudiar a los jóvenes alumnos 50 demostraciones y las fingen todas y rigurosamente. Yo lo haría con sólo 10, pero todo el tiempo ganado lo dedicaría a hacer entender bien qué cosa quiere decir deducir." (D'Amore 1988, p. 31)

¿Podría el estudio de la filosofía de la Matemática ayudar a evitar esto?

Una de las tesis principales de este escrito, coincidiendo con otros autores (ver Marmolejo 1989, p. 13; Grugentti y Speranza 1999, p. 1), es que el estudio de la filosofía de la matemática y el conocimiento de su evolución histórica, que provean herramientas para identificar y analizar el objeto de estudio, los métodos y la naturaleza de la disciplina, proporcionan elementos al docente que le ayuden a evitar situaciones como las que se han mencionado arriba. Además, será necesario que exista un compromiso de las instituciones formadoras de docentes de Matemática por proporcionar (oficial y obligatoriamente) a sus alumnos elementos de este tipo, y un compromiso por parte de los docentes (en activo y en formación) por considerar tal formación como una parte importante para ser tomada en cuenta y no tan sólo como una parte más, de relleno o como cuento, de su formación docente.

La aproximación histórico-epistemológica en la investigación didáctica

Se puede decir que no sólo la práctica docente, sino también los libros de texto, los métodos e instrumentos de evaluación, la planeación de los cursos y el mismo diseño curricular están influidos por la concepción que se tiene de cada una de las disciplinas (y de la Ciencia en general) que se imparten en el contexto escolar. Si consideramos que muchos de estos aspectos resultan o toman como uno de sus fundamentos la investigación educativa, entonces es posible afirmar, y de hecho resulta poco coherente excluirla de la lista mencionada al inicio de este párrafo, que también la investigación educativa está fuertemente influenciada, si no es que determinada, por las concepciones filosóficas (epistemológicas) que sobre la disciplina tiene el investigador.

Si consideramos que el desarrollo histórico de la Matemática muestra un ejemplo del posible desarrollo cognoscitivo de un individuo, entonces existe **una guía** para las interpretaciones. Y además, al considerar que la naturaleza y fundamentos de los conceptos, nociones, técnicas y métodos han estado influenciadas por el ambiente filosófico del momento, resulta que el conocimiento que tenga el investigador en el campo de la Filosofía de la Ciencia (en este caso de la Matemática) le permitirá interpretar los resultados de alguna investigación (hecha a alumnos o de corte documental) de acuerdo con cierta postura epistemológica definida y no mezclarla con alguna otra, lo que lo llevaría a emitir conclusiones erróneas o poco pertinentes.

Un ejemplo del resultado de investigaciones que toman en cuenta estos aspectos es el análisis de Godino, Batanero y Navarro-Pelayo (1995), de la Universidad de Granada (España), sobre las implicaciones curriculares que tendría la consideración de los aspectos epistemológicos en un tema particular como el de la Combinatoria en el nivel secundaria.

Otras de las posibilidades son las que han explorado algunos investigadores italianos y que Speranza y Grugnetti (1996, p. 130 y ss.) reportan. Algunas de las líneas y resultados principales de estas investigaciones se pueden resumir como sigue:

- Para la adopción de contextos particulares que enfatizan "la característica dialéctica de la experiencia matemática".
- Existe la posibilidad de recurrir a la historia y utilizarla como una fuente para el profesor de ideas para la construcción de conceptos.
- Como una posibilidad para analizar el razonamiento del alumno encaminándose al desarrollo de discusiones y demostraciones matemáticas.

Al respecto, un grupo de investigadores han planteado el concepto de *Unidad Cognitiva de Teoremas* (*Cognitive Unity of Theorems*), que retoma aspectos histórico-epismológicos para el análisis y planteamiento de situaciones que lleven al alumno a construir demostraciones (ver. Garuti, Boero y Lemut, 1998).

- Como un medio para proponer "nuevas" aproximaciones epistemológicas a la Matemática.
- Para la búsqueda de una implicación curricular de la historia y la filosofía, en el sentido de ligar a la historia con el desarrollo escolar.
- Para considerar el concepto de obstáculo epistemológico en la enseñanza y analizar algunos aspectos de la Matemática escolar desde ese punto de vista.

Retomando a los españoles, Godino, Batanero y Navarro-Pelayo (1995, pp. 26-17) mencionan que Thomas Tymoszko y Paul Ernest distinguen tres aspectos de la Matemática que resultan esenciales en el momento de su enseñanza: *a)* que la Matemática constituye una actividad de resolución de situaciones problemáticas de cierta índole, *b)* que es un lenguaje simbólico en el cual se expresan las situaciones problema y sus soluciones, y *c)* que constituye un sistema conceptual, lógicamente organizado y socialmente compartido.

Para la investigación educativa los aspectos histórico-filosóficos de la Matemática proporcionan un punto de arranque y un marco de referencia para distinguir los tres aspectos mencionados arriba, pues abren la posibilidad de interpretar y analizar los resultados de una investigación a la luz del desarrollo histórico que tuvo la disciplina y de los fundamentos que se han ido planteando. Las situaciones problemáticas, su índole; el lenguaje simbólico, su naturaleza y significados; el sistema conceptual en sí y sus significados en los diversos contextos sociales en los que ha estado presente, son aspectos que se pueden analizar de acuerdo a una cierta postura filosófica y tomando como referencia la historia de la Matemática.

Si pensamos que alguien desea hacer una propuesta curricular de cualquier tamaño, ya sea del curriculum matemático desde los primeros hasta los últimos niveles, o ya sea el proponer un curso de un semestre de duración en un nivel dado, entonces tiene que considerar aspectos que le permitan hacer su propuesta coherentemente. El conocimiento de la filosofía de la Matemática le pueden proporcionar elementos que le permitan relacionar los diversos aspectos que involucran el curriculum matemático coherentemente.

Pero también, por el otro lado, si un docente desea elegir alguna propuesta didáctica para impartir un curso, sus conocimientos histórico-filosóficos le permitirán tener un marco de referencia sobre la coherencia (o falta de ésta) de la propuesta que tenga en sus manos. Además, entre más elementos tenga a su alcance el docente, mayores serán sus posibilidades para adaptar alguna propuesta a la situación particular de sus alumnos o, mejor aún, plantear su propia propuesta.

Consideremos el ejemplo del grupo Bourbaki que afectó no sólo a la educación matemática a nivel de su país (Francia), sino a nivel internacional en este siglo. Sabemos que a partir del Siglo XVIII se han llevado a cabo esfuerzos para abstraer y axiomatizar a toda la Matemática, por lo que este grupo de matemáticos, bajo el seudónimo de Nicolás Bourbaki, e influenciados por "... los grandes maestros, que introducían nuevas ideas importantes, frecuentemente sobre bases fuertemente 'intuitiva'" (Speranza 1996, p. 62), propusieron un programa (a fines de la década de los 1930's) que implicaba la reescritura de la Matemática considerando como idea central la de *estructuras madre*. Sin embargo, después de que este programa influenció notablemente la enseñanza de la Matemática desde el nivel secundaria hasta el universitario, se tuvo el problema de que las nuevas generaciones del mismo grupo (después de los años 1950's) no tuvieron esa influencia intuitiva inicial, pues variaron las percepciones originales del proyecto y se modificaron los medios para alcanzar las metas propuestas: "Si el resultado final podría parecer el mismo —dice Speranza—, el camino era muy diferente."

Un cambio de las condiciones originales en las que se concibió el programa llevó a una concepción diferente del mismo. A la larga estos cambios (¿podríamos decir las diferencias en las concepciones epistemológicas?) llevó a otra reforma, a mediados de los años 1980's, que afectó nuevamente a mucha de la enseñanza de la Matemática en el mundo, produciéndose un rechazo a las llamadas *matemáticas modernas* de la reforma anterior (surgida del programa de los Bourbaki).

Epílogo

Un docente podría preguntarse sobre las dificultades que muestran los alumnos para comprender algunos conceptos matemáticos, como son el de infinito, el de número o el de función, o la necesidad de utilizar demostraciones. Curioseando un poco más, también podría preguntarse en por qué esos conceptos, y otros más, históricamente se desarrollaron en un cierto momento de la humanidad y no antes, aunque pareciera (desde nuestra actual organización escolar) que por su simplicidad pudieron haber sido desarrollados antes. ¿Por qué, por ejemplo, la Geometría Analítica se comenzó a desarrollar como tal a partir del Siglo XVII y no antes? ¿Por qué el concepto de infinito a dado tanta lata y estuvo hondamente involucrado en el desarrollo de la Teoría de Conjuntos, que obtuvo un impulso muy fuerte apenas en el Siglo pasado, aunque los mismos Griegos ya discutían al respecto? ¿Por qué aquel problema entre los Pitagóricos sobre la irracionalidad de algunos números a pesar de que (según el conocimiento de cualquier egresado de escuela secundaria actual) están en el conjunto de los números reales, junto con los racionales?, ¿las dificultades que actualmente presentan los alumnos al tratar de concebirlos están relacionadas con las de los Griegos?

Podemos conocer el desarrollo histórico de la Matemática, pero para comprender las razones del por qué un avance ocurrió en un momento dado de dicha evolución es necesario tomar en cuenta el ambiente que rodeaba a los individuos que lo provocaron o lo realizaron. Es significativa la siguiente cita de Alexandre Koyré (1997, pp. 5-7):

> "No se comprende verdaderamente la obra del astrónomo ni del matemático si no se le ve imbuida del pensamiento del filósofo y del teólogo. (...) Es necesario colocar de nuevo las obras estudiadas en su medio intelectual y espiritual, interpretarlas en función de las costumbres mentales, de las preferencias y aversiones de los autores. (...) Nada es más instructivo que el estudio de las demostraciones de un mismo teorema dadas por Arquímedes y Cavalieri, Roberval y Barrow."

Pero además de lo anterior, todo docente de Matemática serio y comprometido con su labor en algún momento debió de haberse planteado algunas preguntas: *¿para qué voy a enseñar Matemática?, ¿cómo voy a enseñarla?, ¿con qué finalidad?, ¿es importante para la vida de los alumnos (que muchos de ellos no serán matemáticos y, ni siquiera, físicos o ingenieros) que aprendan la Matemática?* O bien, pensar en otras como: *¿qué tan verdadero es lo que enseño?, ¿realmente la Matemática (lo que se enseña hasta, por ejemplo, el nivel medio) es verdadero y absoluto? ¿la Matemática no admite algún tipo de escrutinio o es una ciencia inmutable?, ¿sigue viva y creciendo la Matemática como parecen estarlo otras ciencias como la Física, la Biología, la Antropología y la Psicología?* O aterrarse con otras aún peores como: *¿qué le voy a contestar al alumno (de escuela primaria o media) que me pida que le diga para qué sirve (o le sirve) lo que le voy a enseñar?, ¿con qué argumentos podría defender ante un alumno o un padre de familia el hecho de que el niño o muchacho **tiene** que aprender éso?*

Las respuestas, a diferencia de las preguntas, no son tan cortas o simples, pero le ofrecen a cualquier docente la oportunidad de verse, al principio, rodeado de un océano de incertidumbre que (podría pensar) más le valdría jamás haber conocido. Pero después le proporcionan un medio para seguir aprendiendo y conocer más sobre la disciplina que pretende enseñar. Hay que considerar que todos los que somos docentes de Matemática les estamos diciendo hoy a nuestros alumnos qué entender por "Matemática" y ellos podrían, si llegan a dedicarse a su enseñanza, hacer lo mismo en un futuro con sus alumnos, bajo nuestra influencia... o nuestra sombra.

Considerando concretamente el nivel medio superior en nuestro país, y recordando el hecho de que la concepción que tiene el docente acerca de la Matemática tiene una influencia tremenda en su manera de enseñarla, ¿podríamos pensar que se eliminará en un futuro cercano el efecto de creencias que afirman que el poseer el conocimiento de la disciplina es condición suficiente (y no sólo necesaria) para impartirla y que, por ejemplo, quedan plasmadas en frases como: "quien sabe puede enseñar"?

Hemos de decir, por otro lado, que el conocer las técnicas para realizar cálculos en otros momentos de la historia son una posible fuente de recursos para el docente que, entre otras cosas, sirve para ejemplificar o amenizar algunos temas. Sin embargo, resultaría aún más fructífero el conocimiento de las razones por las que se desarrollaron tales técnicas, sus aplicaciones y sus usos. De hecho, podría ser peor si se traducen esos métodos de cálculo a nuestra notación (en el caso de que no lo estuvieran) y que el docente no se percatara completamente de ésto, pues quedaría algo que, en un afán de ser "modernizado" o traducido para hacerlo "comprensible", resultaría descontextualizado, sin antecedentes y, quizá, hasta ridículo (ver Koyré, 1997).

Es necesario, pues, que el docente de Matemática y el investigador de su didáctica conozcan no sólo la historia de la ciencia, sino también su filosofía (fundamentos, métodos de investigación y validación, objeto de estudio, etcétera), por lo que estos aspectos metamatemáticos deben estar presentes en su formación. Pero además, y es la principal tesis de este escrito, resulta muy poco recomendable que en la formación formal de los profesores de Matemática y de los investigadores de la didáctica de la Matemática (y quizá de los mismos matemáticos) se encuentren separados el estudio de la historia de la Matemática y el estudio de la filosofía de la Matemática.

Si se quiere que el alumno aprenda construyendo o produciendo su propio conocimiento matemático, entonces se podría pensar que seguirá una línea evolutiva semejante a la que siguió la misma disciplina a lo largo de la historia, pero de una manera mucho más ordenada, estructurada y guiada, que le permita obtener los conocimientos de una forma mucho más eficaz. Para ello no será necesario ponerlo a estudiar por un periodo de unos dos mil años, a fin de que adquiera el conocimiento que se ha desarrollado en mucho más de este tiempo (el alumno simplemente no tiene ese tiempo), sino que habrá que hacer hincapié en los fundamentos del conocimiento que se desarrollaron en esos más de dos milenios.

Hay que aclarar que el conocimiento de la historia y la filosofía de la Matemática no le proporcionan al docente y al investigador todos los elementos que se encuentran en juego dentro de una clase de Matemática o en el momento en que un individuo aprende esta ciencia, pues como dijo un reconocido doctor en Matemáticas de la UNAM: «estos conocimientos son una condición necesaria, pero no suficiente», mas es muy posible que sí le proporcionen elementos que permitan una interpretación inicial de lo que ocurre en el salón de clase, por ejemplo en el sentido del desarrollo de habilidades del pensamiento y de la conceptualización de conceptos por parte de los alumnos. Estos elementos permitirían un análisis histórico-epistemológico que no sólo estarían a disposición del profesor como docente, para que pudiese planear las actividades que se desarrollarían en su clase, sino también estarían a disposición del profesor como observador/investigador del proceso de aprendizaje de sus alumnos.

Consideremos, casi finalmente, las palabras de Speranza y Grugnetti (1999, p. 4): "Estas disciplinas [la historia y la filosofía] dan a la didáctica sus referencias básicas"; y, además, completan el aforismo de Kant: *La didáctica sin historia y filosofía es ciega*.

Si queremos "vestir" los conceptos, quitarles su "desnudez", entonces habrá que evitar la actitud ensoberbecida del emperador del cuento infantil y, con la postura perspicaz e ingenua del niño que lo denuncia frente a su pueblo, no sólo darnos cuenta de que el conocimiento debe "ser vestido", sino además aceptar que como docentes es necesario aprender los aspectos histórico-epistemológicos para poder hacerlo y no sólo pretender que vemos el traje del emperador.

Agradecimientos

Quiero agradecer a aquellas personas que realizaron un lectura de la versión inicial de este trabajo, pues me proporcionó una base para mejorarlo, añadiendo cosas, eliminando otras y precisando algunas. El agradecimiento va en especial para la Lic. Noraísa González

(USEBEQ), la Dra. Josefina Ontiveros (UAQ-DM), el Dr. Alejandro Díaz-Barriga (UNAM), el Dr. Javier Sánchez Pozos (UAM-I) y el Dr. Bruno D'Amore (Univ. de Bolonia, Italia).

Referencias bibliográficas

Arsac, Gilbert (1988): "Les recherches actuelles sur l'apprentissage de la démonstration et les phénomènes de validation en France" en *recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3)247-280.

D'Amore, Bruno (1988): "Tra lingua e matematica: Esistono basi epistemologiche del rigore?" en *La matematica e la sua didattica*, 2(3)24-31.

Fréchet, Maurice (1958): *Las matemáticas y lo concreto*. México: UNAM.

Freudenthal, Hans (1967): *Las matemáticas en la vida cotidiana*. España: Ediciones Guadarrama.

Garuti, rossella; Boero, Paolo; Lemut, Enrica (1998): "Cognitive unity of theorems and difficulty of proof" en Olivier, A.; Newstead, K. (eds.): *Proceedings of the 22th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education. Volume 2*. 345-352. Sudáfrica: Universidad de Stellenbosch. (UrL: http://www-cabri.imag.fr/Preuve/resumes/Garuti/Garuti98.html.)

Godino, Juan Diaz; Batanero, M. Carmen; Navarro-Pelayo, V. (1995): "Epistemology and mathematics instruction. Implications for curricular development" en Bazzini, L. (ed.): *Proceedings of the V Conference on Systematic Cooperation between Theory and Practice*, 15-26. Italia: Universidad de Pavia. (UrL: http://www.ugr.es/~jgodino/gradoesp.htm.)

Grugnetti, Lucia; Speranza, Francesco (1999): "General reflections on the problem history and didactic of mathematics" en revista electrónica *Philosophy of mathematics education journal*, 11, UrL: http://www.ex.ac.uk/~Pernest/pome11/art5.htm.

Hanna, Gila (1997): "Il valore permanente della dimostrazione" en *La matematica e la sua didattica*, 11(3)236-252. (UrL: http://www.oise.utoronto.ca/~ghanna/pme96pfr.html.)

Koyré, Alexandre (1997): *Estudios de historia del pensamiento científico*. México: Siglo Veintiuno Editores. (14ª edición.)

Larios Osorio, Víctor (1997): "El arte de economizar" en *Gaceta COBAQ*, XIV (129)17-19. (UrL: http://www.uaq.mx/matematicas/estadisticas/xart03.html.)

Larios Osorio, Víctor (1999): "Contextos históricos de la ciencia en clase" en *Gaceta COBAQ*, XVI(137)7-9. (UrL: http://www.uaq.mx/matematicas/estadisticas/xart05.html.)

Marmolejo Vega, Efrén (1989): "Epistemología y enseñanza de la matemática" en *Educación Matemática*, 1(2)12-16.

Miguélez, roberto (1977): *Epistemología y ciencias sociales y humanas*. México: UNAM.

Moreno Armella, Luis (1999): "Epistemologia ed educazione matematica" en *La matematica e la sua didattica*, 13(1)43-59.

Peirce, Charles Sanders (1983): "La esencia de la matemática" en Newman, James r. (comp.): *Sigma. El mundo de las matemáticas. Tomo I*, 161-171. España: Grijalbo.

Pluvinage, François (1996): "Diferentes formas de razonamiento matemático" en Hitt Espinosa, Fernando (ed.): *Investigaciones en matemática educativa*, 77-91. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Santos Trigo, Luz Manuel (1993): "La naturaleza de las matemáticas y sus implicaciones didácticas" en *Mathesis*, IX(4)419-432.

Speranza, Francesco (1996): "Epistemologia della matematica e didattica, ovvero come la didattica e la filosofia possono interagire" en D'Amore, B. (coord.): *Convegno del Decennale*, 55-64. Italia: Pitagora Editrice Bologna.

Speranza, Francesco; Grugnetti, Lucia (1996): "History and epistemology in didactics of mathematics" en Malara, N.A.; Menghini, M.; raggiani, M. (eds.): *Italian research in Mathematics Education 1988-1995*, 126-135. Italia, CNr.