

Un acercamiento analítico al “triángulo de la didáctica”¹

Educación Matemática
Vol. 14 No. 1 abril 2002
48-47

Fecha de recepción: abril, 2001

Bruno D' Amore
Departamento de Matemáticas
Universidad de Bolonia
damore@dm.unibo.it

Martha Isabel Fandiño Pinilla
Facultad de Ciencias de la Formación
Universidad Libre de Bolzano

Sumario: *En este texto se resumen algunas consideraciones derivadas de la literatura, sugiriendo una “lectura analítica”, del triángulo alumno–maestro–saber, entendido como modelo sistémico de la “didáctica fundamental”. La idea no es la de eludir la intrínseca complejidad del modelo, sino la de sugerir un intento de articular, con el objetivo de mejorar, las reflexiones que varios autores han propuesto al respecto.*

Summary: *In this work we take up again some considerations derived from the literature, suggesting an “analytical lesson” from the triangle student–teacher–knowledge intended as a systematic model of “fundamental didactics”. The idea not get involved in the intrinsic complexity of the model, but only to suggest a way of articulating mainly the reflections which various authors have made on this subject.*

1. Notas preliminares²

La investigación en didáctica de las matemáticas de los últimos 20 años ha insistido particularmente en analizar los múltiples y variados detalles posibles que se “esconden” en el interior del “triángulo” que tiene como “vértices” alumno, maestro, saber (Chevallard, Joshua, 1982).

Se trata de un modelo sistémico que sirve sobre todo para situar y analizar la naturaleza

¹ Trabajo desarrollado en el ámbito del Programa de Investigación de la Unidad de Bologna: «Investigaciones sobre el funcionamiento del sistema: alumno-maestro-saber: motivaciones de la falta de devolución», dentro del Programa de Investigación Nacional: «Dificultades en matemáticas: instrumentos para observar, interpretar, intervenir», cofinanciado con fondos del Ministerio de la Instrucción, de la Universidad y de la Investigación de Italia.

² Partimos de la hipótesis que el lector de este artículo conoce términos como “situación didáctica”, “contrato didáctico”, “obstáculo” (didáctico, ontogenético o epistemológico), etc.; es decir, todos aquellos términos que, desde nuestro punto de vista, caracterizan el lenguaje que le es propio a esta disciplina y que por tanto es compartido por los investigadores, estudiosos, maestros y en general por todos los que hacen de la didáctica de las matemáticas su objeto de estudio o se sirven de ella para entender y mejorar su trabajo. Para cada evidencia remitimos a D' Amore (2002b). Más aún, en este artículo tales conceptos son discutidos.

de las múltiples relaciones que se establecen entre los tres “elementos” que están en los “vértices”, en el sentido descrito por la llamada “didáctica fundamental” (Henry, 1991).³

Para mayor precisión:

La *didáctica fundamental* permite afrontar en *forma sistémica* los diferentes aspectos que aparecen en la relación didáctica; el *modelo sistémico* permite situar y analizar la *naturaleza compleja* del “triángulo” (la complejidad depende del hecho que el modelo toma en consideración simultáneamente todas las mutuas relaciones entre los “vértices”, incluyendo múltiples relaciones de diversa naturaleza).

Sin embargo en este artículo intentaremos una visión *analítica*, separando los elementos que componen el “triángulo”. Esta forma de proceder, aunque una parte reduce la visión sistémica, de otra permite una mayor profundidad en el análisis. Esta dirección nos conduce a un primer análisis sintético en el párrafo 1; en el párrafo 2 introducimos el concepto fundamental de *milieu* que usaremos después, en el párrafo 3, para entrar una vez más pero con mayor profundidad en el análisis de los *mismos elementos* del “triángulo”. Tal proceso analítico NO elimina la complejidad sistémica del modelo (que permanece siempre *ternaria*), pero sí permite conocer mejor las especificidades ligadas a cada elemento.

En este sentido, para decirlo brevemente (aunque después tenemos que retomar todo esto con mayor profundidad):

- Cada “vértice” actúa como un polo de referencia:
 - El “vértice” *saber* representa el polo ontológico o epistemológico.
 - El “vértice” *alumno* representa el polo genético o psicológico.
 - El “vértice” *maestro* representa el polo funcional o pedagógico.
- Cada “lado” evidencia relaciones entre dos polos:
 - El lado *saber-alumno* se podría identificar con el verbo “aprender”.
 - El lado *saber-maestro* con el verbo “enseñar” –que trae con sí toda la problemática de la “transposición didáctica” (Chevallard, 1995) y de la “ingeniería didáctica”⁴ (Artigue, 1992).

³ Sobre este aspecto es inevitable la referencia al *milieu* de Brousseau; sólo a manera de exposición, hacemos referencia a éste en el próximo párrafo, pero las dos cosas están estrechamente entrelazadas: la complejidad del sistema contrasta con la necesidad de describir la problemática que, recurriendo a la escritura, es forzosamente lineal.

⁴ Se llama “transposición didáctica” al conjunto de todo cuanto concierne a la transformación del saber en “saber a enseñar”. Esta transformación no sólo está determinada por las decisiones, preferencias o expectativas del maestro, sino también por el currículo, las expectativas sociales y/o de los padres, las exigencias y/o necesidades de los alumnos. El saber enseñado no coincide con el saber aprendido, esto por varios motivos entre los cuales están los obstáculos al aprendizaje y el hecho que de los procesos de enseñanza y de aprendizaje son una parte de la vasta problemática de la comunicación; por ejemplo se sabe muy bien que no hay coincidencia entre el mensaje emitido y el mensaje recibido. Forma parte de esta misma problemática toda la teoría de la ingeniería didáctica que se puede, en primera instancia, pensar como la organización metodológica a la cual el maestro recurre para encontrar la forma para que se aprenda el saber enseñado (D’Amore, 1999b, 2002b).

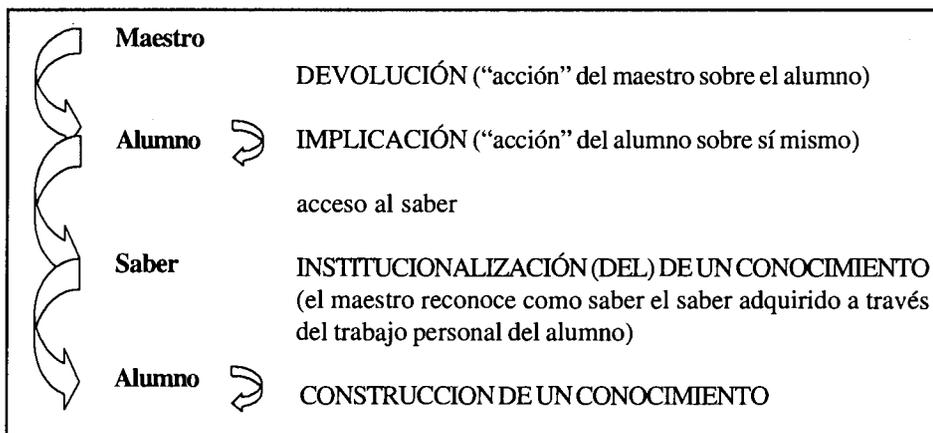
El lado *maestro-alumno* es en ocasiones resumido en el verbo “animar” (esto porque en tal relación asimétrica se tiende a ver sólo la relación del maestro sobre el alumno), pero preferimos poner el acento sobre la pareja:

- Devolución (acción del maestro sobre el alumno: el maestro “empuja” al alumno a implicarse en el proyecto didáctico que le atañe).
- Implicación (acción del alumno sobre sí mismo: el alumno acepta la devolución, accediendo a hacerse cargo personal de la construcción del propio conocimiento).

Tenemos que distinguir aquí, por lo menos, tres categorías que entran en juego:

- *Elementos* (que podemos identificar con los “polos” del esquema precedente).
- *Relaciones* entre los elementos (que podemos identificar con los “lados”).
- *Procesos*, que identifican la modalidad de funcionamiento del sistema (por ejemplo: devolución, contrato didáctico, transposición, etc., los cuales están ligados al funcionamiento del sistema).

Recurrimos al siguiente esquema para ilustrar la situación didáctica según la teoría de las situaciones didácticas (Brousseau, 1986); naturalmente usamos los elementos del “triángulo”.



El “momento” de la institucionalización es importante y requiere profundizar en éste, para lo cual, una vez más, recurrimos a un esquema –usando, de manera bastante libre, Chevallard (1992):

UN SABER PERSONAL

Adquirido gracias

- A la acción de enseñar, a la cual contribuye el maestro (transposición didáctica, ingeniería didáctica), y la noosfera⁵ o
- A la acción de competencias externas a la escuela

⁵ Noosfera es el conjunto de todo aquello que gira en torno al mundo de la escuela pero que no forma parte, explícitamente, del modelo sistémico del “triángulo de la didáctica”, y que, sin embargo, tiene influencia sobre éste. Por ejemplo: padres, burocracia escolar, directivas ministeriales, expectativas de la sociedad, etc., (D’ Amore, 1999b, 2002 b).

Viene: **INSTITUCIONALIZADO**

<p>Es decir viene reconocido por el maestro (representante de la institución y del saber institucional) como saber legítimo y utilizable en el contexto escolar como otros saberes legítimos.</p>	<p>CONTRATO PEDAGÓGICO (el maestro al alumno: «<i>puedes usarlo</i>»)</p>
---	--

Se constituye entonces en: **SABER INSTITUCIONALIZADO PRIVADO**

<p>Pero después viene aceptado, discutido, compartido y se afianza con un <i>nombre</i> que se comunica, quedando aquello socialmente establecido en la estricta comunidad adulta que tiene el derecho al acceso al saber.</p>	<p>CONTRATO SOCIAL (el maestro a todos los alumnos: «<i>se llama así</i>»)</p>
--	---

Se constituye entonces en: **SABER INSTITUCIONAL**

La construcción del conocimiento pasa a través de los puntos precedentes, en un continuo “juego” entre saber personal y saber institucional.

Ejemplo:

Adquisición de un saber personal: El alumno al maestro: «He descubierto que $3 + 5$ es igual a $5 + 3$ » o expresiones análogas,

Institucionalización: El maestro al alumno y a todos los alumnos: «Pueden usarlo;

Nominación: se llama propiedad conmutativa y forma parte de los saberes que cuentan.»

Construcción de un saber institucionalizado

No podemos ir más allá sin incluir consideraciones sobre el *milieu*,⁶ dado que ya hemos hecho referencia a éste, es nuestra intención volver sobre este mismo argumento pero desde otro punto; a este propósito dedicamos el próximo apartado.

2. El *milieu*

En el ámbito de la *teoría de las situaciones didácticas*, Brousseau, también con la intención de delinear el carácter sistémico de su acercamiento, introduce la noción de *milieu*:

⁶ Con *milieu*, palabra que dejamos sin traducir y que más o menos tiene el significado de *ambiente*, se indican todos los recursos materiales o no, utilizados en el curso de un proceso de enseñanza y de aprendizaje de un determinado objeto del saber. El estudiante debe “estructurar” los elementos del *milieu* para reconocer el objeto del saber y conquistarlo haciéndolo propio. Es en este sentido que se suele decir que el *milieu* puede constituirse en un obstáculo para el aprendizaje, obstáculo que es deseado por el maestro que lo utiliza explícitamente para hacer que el alumno alcance el resultado por él esperado. Del *milieu* forman parte también los mismos actores del proceso de enseñanza y de aprendizaje, sus observaciones, sus roles y sus tareas. En su acepción más general, la idea de *milieu* es explicada en este mismo artículo más adelante desde un punto de vista muy general (D’Amore, 1999b, 2002b).

«Una modelización, para el investigador, del ambiente y de sus respuestas pertinentes para el aprendizaje en curso. Es solamente una parte de la situación didáctica [...]. Éste juega [...] un papel central en el aprendizaje, como causa de las adaptaciones, y en la enseñanza, como referencia y objeto epistemológico» (Brousseau, 1989, p. 132).

Se requiere decir exactamente qué cosa es este “ambiente didáctico” de Brousseau, para lo cual nos servimos de Martini (2000, apar. 2.1).

El sistema didáctico se entenderá como el conjunto de situaciones didácticas que se dan entre:

- alumno (individuo, grupo o clase);
- *milieu* (comprende instrumentos y objetos materiales o no);
- maestro;

en relación con un saber específico, aquello que se pone en juego en la actividad (“en juego” significa la “apuesta” que se quiere ganar, el “premio” de la actividad didáctica).

El alumno tiene como objetivo final aprender un cierto saber; para lograr esto, el maestro construye las condiciones, no construye el *milieu*; éste es preexistente a toda la situación y es conocido (al menos en la parte objetiva, visible y disponible) por todos los actores humanos inmersos en el proceso: no forma parte de ellos ni de sus construcciones, simplemente *está*.

El alumno:

- Interactúa con el *milieu* que, de cualquier forma, le es antagonista;
- Progresivamente se va adaptando al *milieu* por sí mismo transformándolo con la interacción, aprendiendo.

El maestro

- Provoca sabiamente tales adaptaciones: su tarea debe ser la de crear situaciones favorables a fin de lograr esta adaptación.

El maestro diseña situaciones didácticas pensadas exactamente con el fin de llevar al alumno al aprendizaje de un determinado conocimiento. Es claro que enfrentar al alumno con la situación no garantiza de hecho la adquisición, a menos que ésta no prevea, en su interior, una confrontación entre alumno y una situación a-didáctica (situación privada de la intención de enseñar, pero sí cargada de la intención de llevar a la construcción de un conocimiento): «El alumno sabe que el problema ha sido seleccionado [por el maestro] para llevarlo a adquirir un nuevo conocimiento, pero debe saber también que este conocimiento está enteramente justificado desde la lógica interna de la situación y que puede construir el saber esperado sin hacer referencia a las razones didácticas. No sólo él puede, pero tiene que [construirlo], porque él no habrá adquirido verdaderamente el conocimiento si no hasta cuando él no sea capaz por sí mismo de ponerlo en acción en situaciones que encontrará fuera de todo contexto de enseñanza y en ausencia de toda indicación intencional» (Brousseau, 1986, p.49; también está bien ver el análisis crítico de Margolinas, 1995).

Se puede decir que cuando en la situación el sistema didáctico se disuelve para permitirle al alumno construir un conocimiento afrontando un problema cognitivo propuesto, se tiene una situación a-didáctica: «las situaciones a-didácticas son las situaciones de aprendizaje en las cuales el maestro alcanzó a ocultar su propia voluntad, su intervención [...]. El maestro está allí para hacer funcionar la máquina, mas su intervención en el conocimiento esta prácticamente anulada» (Brousseau, 1987; Margolinas, 1995).

Es como si se interrumpiese la relación maestro-alumno y en su lugar se crease la relación alumno-situación. El alumno no responde más a la demandas del maestro, pero sí a las del *milieu*. El maestro disimula el propio fin didáctico, esconde la propia voluntad de enseñar, con la intención de hacer que el estudiante acepte la situación cognitiva como una carga personal.

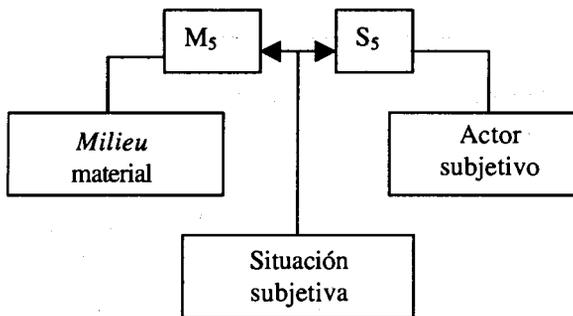
Además, el objetivo del maestro es también hacer que él mismo, como maestro, no sea el vínculo del aprendizaje: que la situación cognitiva sea conocimiento *inmediato*, desligada de la intención del maestro, esto es, de condicionamientos o presupuestos de carácter personal o ligados al ambiente escolar de aprendizaje.

Es claro y conocido que todo esto entra en la compleja trama que existe entre *devolución e implicación*;⁷ para decirlo más brevemente: situación a-didáctica es aquella situación en la cual se realiza el “pasaje” entre devolución e implicación.

Las dinámicas interaccionales que sobre esto se han diseñado son más bien complejas y nos llevan, dentro de poco, a la descripción explícita de éstas, lo que nos interesa evidenciar inmediatamente es cómo todas éstas llevan a la problemática de la institucionalización del conocimiento, de lo cual estábamos hablando al final de párrafo 1. Esto explica por qué era necesario interrumpir el discurso en ese punto para retomarlo ahora con otra perspectiva. Exactamente este continuo ir y venir explica la complejidad sistémica de la cuestión.

Ahora bien, debemos entender a fondo la idea de *milieu* y de *situación* junto con las relaciones que se dan entre estos dos conceptos, recurriendo siempre a esquemas gráficos cuya función, básicamente, es ilustrativa.

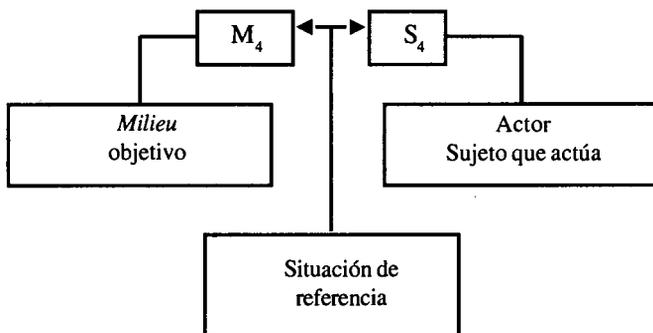
Comencemos con el tratamiento de la idea de *milieu* materiales M_5 que constituye el nivel inferior de *milieu*: es el *milieu* objetivo, al cual se ve confrontado un sujeto (actor subjetivo) S_5 empeñado en un problema cognitivo (Margolinas, 1995):



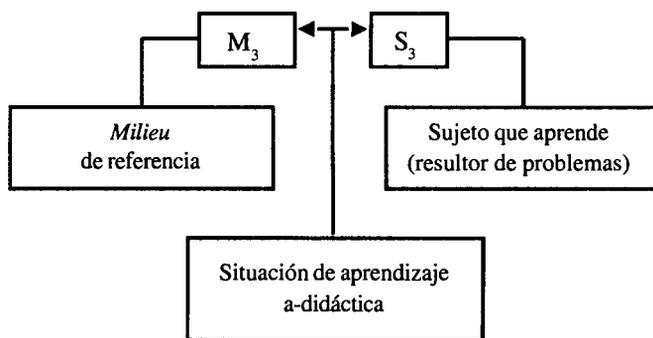
De ahora en adelante llamaremos a este esquema *milieu* objetivo M_4 , esto es la pareja (M_5, S_5) ; el alumno S_4 se encuentra de frente a M_4 e interactúa en una situación de acción con el *milieu* material M_5 y un oponente S_5 , con el cual interactúa. S_4 es pues un

⁷ Se llama proceso de *devolución* el acto con el cual el maestro intenta de llevar al alumno a que asuma personalmente la responsabilidad de la construcción del propio aprendizaje. Se llama *implicación* el acto con el cual el estudiante, aceptada la devolución, se empeña personalmente en la tarea propuesta del maestro, mas o menos consciente de que lo que está en juego es la construcción de un saber. (D'Amore, 1999b, 2002b)

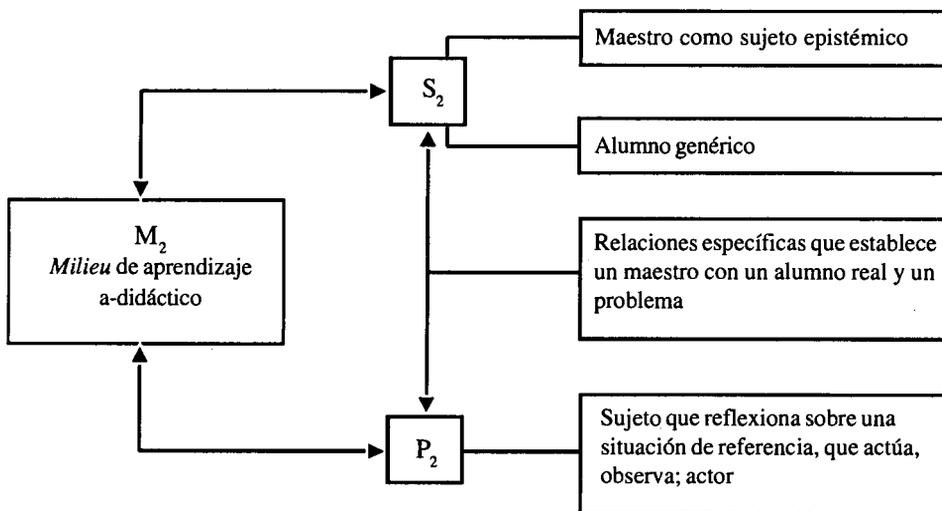
sujeto que conoce y actúa: puede imaginar y representar S_5 , identificarse con él y entender sus puntos de vista:



A partir de este momento llamaremos a este esquema *milieu* de referencia M_3 ; podemos así hacer ampliar el esquema como sigue y con las especificaciones indicadas:

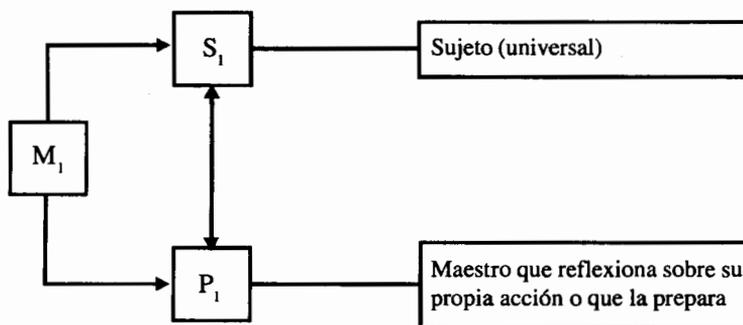


El esquema anterior describe el *milieu* (o situación) de aprendizaje a-didáctico M_2 , que es la pareja (M_3, S_3) :



Este esquema describe una situación de aprendizaje que sirve sin embargo para un proyecto de enseñanza explícito. Lo indicaremos con M_1 y lo denominaremos, finalmente, *situación didáctica*.

Este pasaje nos permite llegar al esquema más complejo, aquel que describe la *relación didáctica*, aquella en el cual se observa, como desde el exterior, qué es lo que sucede:



El maestro prepara su propia acción de enseñar o reflexiona sobre ésta, como desde el exterior, previendo lo que sucederá: su posición P_1 es reflexiva en relación con la situación precedente que constituye para él el *milieu* M_1 (P_1 es similar a lo que llamamos S_3 para el alumno).

Estamos aquí frente a una nueva situación, de carácter meta; y que en efecto llamaremos *situación metadidáctica*, visto que lo que se realiza es un análisis de una situación didáctica: se estudian las relaciones entre M_1 , S_1 y P_1 de parte de un observador externo S_0 o de parte de los mismos actores de la relación didáctica.⁸

3. Otras aclaraciones sobre los “elementos” del “triángulo”

Después que hemos profundizado la idea de *milieu*, también desde el punto de vista del desarrollo histórico-crítico, podemos entrar un poco más en detalle en el estudio de los “elementos” del “triángulo”. En este párrafo pediremos al lector dejar a un lado términos como “teorías de aprendizajes”, “epistemología genética”, “concepciones” etc., dado que nuestro análisis NO requiere de posiciones en estos campos; esto, de hecho, es también aplicable sucesivamente a elecciones *diversas* en cada uno de los campos. Es obvio que como autores de este artículo tenemos nuestras propias elecciones personales, pero reiteramos que nuestro actual discurso se desarrolla en un ámbito mucho más amplio. Más aún, en estos casos NO citaremos a fin de evitar direccionar al lector hacia posiciones orientadas y dejar así amplia libertad de referencias.

Para simplificar evitaremos, de ahora en adelante, el uso excesivo de las comillas; es claro que vértice, lado y triángulo son solamente formas de decir.

Por brevedad, sea: S = saber, M = maestro, A = alumno.

⁸ En relación con esta exposición y que representa sintéticamente el trabajo de Brousseau en los años 1986-1989, tenemos que decir que en trabajos sucesivos del mismo autor se considera S_2 como “alumno genérico”, los niveles S_1 y S_2 son considerados no didácticos, la situación S_3 es llamada “de aprendizaje”, sin más referencias al carácter no didáctico (Margolin, 1995).

■ Los vértices

S

S se caracteriza en un “espacio” de referencias externas (al cual el *milieu* se refiere, por ejemplo en las “fuentes” que caracterizan las elecciones del maestro) que son:

- El histórico
- El epistemológico
- El conceptual (en las diferentes acepciones posibles).

Se es entonces una especie de polo de atracción de referencias ontológicas y epistemológicas. No debemos olvidar, sin embargo, las referencias de carácter epistemológico en el sentido psicológico (Moreno Armella, 1999).

Es alrededor de este polo que se sitúa la teoría de los obstáculos epistemológicos.⁹

A

A hace referencia a proyectos culturales o cognitivos personales, pero filtrados por la relación (institucional) de escolarización,¹⁰ pues, su cúmulo de experiencias personales (su “historia de sujeto que aprendió”) no está libre de vínculos. El estudio de la situación personal de A en el interior de la situación didáctica fundamental (institucional), implica un análisis de tipo genético y psicológico.

Es alrededor de este polo que se sitúa la teoría de los obstáculos ontogenéticos.

A es, pues, una especie de polo de atracción de referencia genética y psicológica.

Elementos de fuerte significado parecen ser los estudios relativos a:

- Competencia real del alumno (esfera cognitiva y metacognitiva, casos de dificultad) (Ashman, Conway, 1991; Borkowski, 1994; Cornoldi, Caponi, Falco, etc., 1995).

⁹ Se llama obstáculo todo hecho que se opone al aprendizaje. El estudio de tales obstáculos ha llevado en la década del 80 a distinguir diversas tipologías según la referencia causal. Se llaman “obstáculos ontogenéticos” aquellos cuya causa reside en el alumno (por ejemplo: inmadurez para aprender un determinado concepto, deficiencia, condiciones personales,...); se llaman “obstáculos didácticos” a aquellos cuya causa reside en la elección del maestro (por ejemplo: metodología y didáctica, explicaciones precedentes, materiales usados,...); los “obstáculos epistemológicos” son aquellos cuya causa está en la misma matemática, esto es en el concepto matemático que en ese momento es objeto de aprendizaje. Es ampliamente reconocido que algunos argumentos matemáticos esconden, mas que otros, este tipo de obstáculo; para reconocerlos se puede estudiar la historia de la matemática y la praxis didáctica en el siguiente sentido: un concepto que, en la historia de la matemática, ha causado trauma, revolución o largas discusiones es sin más un obstáculo epistemológico; un argumento que en vasta escala y en modo reiterado lleva a los alumnos a cometer errores similares o repetitivos contiene un obstáculo epistemológico. (D’Amore, 1999b, 2002b)

¹⁰ Con el término “escolarización del saber” hago referencia a aquel acto, en gran medida inconsciente, a través del cual el alumno, en un cierto punto de su vida social y escolar (casi siempre en el curso de los primeros años de la escuela), delega a la escuela (como institución) y al maestro (como representante de la institución) la tarea de *seleccionar para él los saberes significativos* (aquellos que le son socialmente, por status reconocido o legitimados por la noosfera), renunciando a hacerse cargo directo de esta selección sobre la base de cualquier forma de criterio personal (gusto, interés, motivación,...). (D’Amore, 1999a)

- Convicciones personales del alumno (esfera motivacional y afectiva) (Cobb, 1985; Nicholls, Cobb, Wood etc., 1990).
- Expectativas del alumno (Elliott, Dweck, 1988).
- Estilo cognitivo personal del alumno (Gardner, 1993; Sternberg, 1996).

De otra parte, aceptando la “ingeniería” como metáfora, es obvio que los siguientes son los verdaderos “pilares” del saber:

- Construir el saber sobre la competencia real del alumno y no únicamente sobre lo que se presume.
- Construir el saber teniendo en cuenta las convicciones del alumno y no actuando en contra de éstas (pero sí ayudando al estudiante a modificarlas).
- Construir el saber respetando las expectativas del alumno o ayudándole a revelarlas.
- Construir el saber sin contrastar el estilo cognitivo de cada uno, más aún, se requiere de la caracterización de este mismo.

Si en el pasaje entre S y el saber a enseñar el maestro no valora la real “carga” de este “pilar”, corre el riesgo de equivocarse su previsión sobre la posible aceptación de la devolución (en la espera de implicarse por parte de cada alumno) y como consecuencia se condena a sí mismo y al estudiante al fracaso.

M

M hace referencia a proyectos culturales y cognitivos:

- Personales (basadas sobre la propia experiencia de sujeto que aprendió, que ha tenido acceso a S).
- Profesionales (basadas sobre experiencias precedentes de sujeto que otorga el saber).
- Relativos a convicciones profesionales basados sobre modelos precedentes (por ejemplos construidos como estudiante).

Sobre esto influye de manera notable, aunque a menudo inconscientes, el conjunto de las expectativas pedagógicas implícitas frecuentemente, pero también de las creencias relativas al saber y al conjunto de filosofías implícitas (Speranza, 1992).

Me es pues una especie de polo de atracción de referencias funcionales y pedagógicas.

De los estudios sobre el polo M (Arsac, Balacheff, Mante, 1992; Baldini, Santini, 1997; Clark, Peterson, 1986; Cooper, 1991; Fennema, Carpenter, Peterson, 1989; Peterson, 1988; Thompson, 1992; Zan, 2000) se puede evidenciar las siguientes características:

- El rol que asume el maestro en el aula.
- El lenguaje del cual hace uso (con varias quimeras influenciadas por las expectativas y del proyecto educativo) (Maier, 1993).
- La conciencia reflexiva sobre su propio “trabajo”.
- Las propias convicciones.
- El análisis personal de la realidad social escolar (no desligada de la noosfera).

- La influencia de estudios y de investigaciones sobre su propio trabajo y sobre sus propias convicciones.

Es alrededor de este polo que se sitúa la teoría de los obstáculos didácticos.

■ Los lados

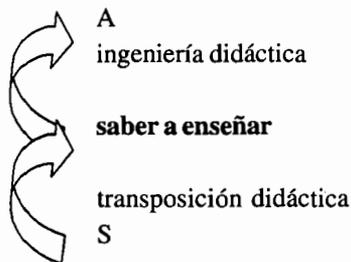
SA

El verbo que domina este lado es: *aprender*. La actividad que domina este lado es: *devolución*.

Los elementos que caracterizan este lado son:

- Las diversas teorías de aprendizaje.
- La epistemología genética.
- El rol y la naturaleza de las concepciones.
- La teoría de los obstáculos epistemológicos.

Al lado SA desde el punto de vista del maestro, por cuanto es a él a quien le atañe, desde una perspectiva profesional, identificar los modos de funcionamiento del sistema] le corresponden las cuestiones de la transposición didáctica y de la ingeniería didáctica, con toda clase de problemáticas comunes que involucra el pasaje de S al saber a enseñar:¹¹



Naturalmente, en las decisiones determinantes, sobre todo por cuanto que la parte de S tiene que llegar a convertirse en saber a enseñar, tienen un peso notable en el currículo y las convicciones del maestro (como lo afirmamos en las citaciones precedentes). Y esto llama en causa la noosfera: las expectativas de la sociedad, sea en sentido general, sea en sentido específico.

Ahora, es claro que no es el maestro quien decide S, como tampoco el saber a enseñar; pero es claro que el maestro es un *intérprete* sea de S, sea de la decisión en cuestión: su filtro crítico, basado sobre convicciones personales y culturales (aunque implícitas), influye fuertemente sobre lo que surge como producto final, al A.

El “pasaje”:

saber —→ saber a enseñar —→ saber enseñando

está condicionado por la misma idea que, a menudo implícitamente, el maestro tiene de

¹¹ Entre tantas, ésta es una posible interpretación de la “ingeniería didáctica” (D’Amore, 1999b, 2002b).

transposición didáctica y de ingeniería didáctica y dirige el currículo oficial en dos sentidos contradictorios: como excusa para una falta de responsabilidad en su labor docente o como objeto de análisis.

SM

El verbo que domina este lado es: *enseñar*. La actividad que domina este lado es: *transposición didáctica*.

Los elementos que caracterizan este lado son:

- La transposición didáctica.
- Las creencias del maestro relativas a:
 - Alumnos.
 - Saberes.
 - Aprendizaje.
 - Idea de escuela.
 - Objetivos de la educación (en general; matemática en particular).

El estudio más complejo implicado en este lado es aquel relativo a la “epistemología del maestro” –entendida como el conjunto de expectativas, convicciones, saberes, etc., que el maestro tiene relacionados con el saber, la escuela, el aprendizaje, la función y el rol de la escuela y de la educación, etc., (Speranza, 1997; D’Amore, 2001, 2002a).

MA

El verbo que domina este lado es: *animar* (con consecuencias del tipo: *motivar*, etc.); lo podemos interpretar como: explicar las implicaciones personales, favorables a la devolución. La ingeniería didáctica tiene un rol determinante también aquí.

Los elementos característicos de este lado son:

- Relaciones pedagógicas.
- Contrato didáctico.
- Obstáculos didácticos.
- Evaluación (valorización).
- Escolarización.
- Devolución o falta de devolución.

Con todas la teorías y las hipótesis teóricas que le acompañan (ver citas precedentes).

Sobre todo el triángulo “pesa” la noosfera con sus expectativas, sus presiones, sus elecciones.

4. Conclusiones

En un análisis moderno de esta problemática, en el cual se tienen en cuenta los resultados de los estudios y de las investigaciones en el contexto internacional, de los cuales hasta aquí han sido citados solamente algunos, no podemos prescindir de ulteriores análisis sobre sus polos, sus lados y la estructura misma del triángulo.

En lo concerniente a los *polos*, tienen gran importancia cuestiones relativas a la dialéctica entre motivación¹² y volición¹³ en A; las imágenes de la escuela, de las figuras en juego, del saber, de sí.

En lo concerniente a los *lados*, tienen gran importancia cuestiones relativas a la metacognición (que crea expectativas y que influye en la transposición);¹⁴ en particular, todo cuanto concierne a conceptos, estrategias, algoritmos, autorregulación y control; además los juegos del lenguaje en una microsociedad bien determinada y con aprendizaje situado.

En lo concerniente a la *estructura global* misma, tienen gran importancia cuestiones relativas al complejo de las relaciones, a los contratos instaurados, a las expectativas externas, a las teorías de aprendizaje, al sentido dado al término “comprender”, al sentido dado al término “saber”.

En la microsociedad-clase, según los ámbitos, la problemática de los contextos, puede haber una máxima o mínima relevancia; por ejemplo el pasaje de la tarea y la forma de abordarla, hacia los productos, pasando por los procesos (D'Amore, Zan, 1996).

Es importante recalcar, para concluir, que el “acercamiento analítico” sobre los componentes del sistema, sugeridos en estas páginas, no buscan, en caso alguno, no reconocer o intentar reducir la complejidad del problema, la complejidad sistémica del problema, es decir del modelo didáctico. Lo que deseamos mostrar es que es posible un análisis sistemático y minucioso de cada elemento del modelo sistémico con el único objetivo de aislar sus componentes, a fin de poder conocerlos mejor en su especificidad para después restituir a una visión holística los resultados alcanzados de manera tan específica.

Referencias bibliográficas

- Arsac G., Balacheff N., Mante M. (1992). “Teacher’s role and reproducibility of didactical situations”. *Educational Studies in Mathematics*, 23.
- Artigue M. (1992). “Didactic engineering”. En: Douady R., Mercier A. (eds.), *Research in didactic of mathematics: Selected papers (Special issue)*. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12, 41-65.
- Ashman A., Conway R. (1991). *Guida alla didattica metacognitiva per le difficoltà di apprendimento*. Trento: Centro Studi Erickson.
- Baldini I., Santini S. (1997). Le teorie del successo degli insegnanti di matematica. En: Aschieri I., Pertichino M., Sandri P., Vighi P. (eds.) (1997), *Matematica e affettività. Chi ha paura della matematica?* Bologna: Pitagora.
- Borkowski J.G., Muthukrishna N. (1994). “Lo sviluppo nel bambino: un modello utile per introdurre l’insegnamento metacognitivo in classe”. *Insegnare all’handicappato*, 8, 3.
- Brousseau G. (1986). “Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques”. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7, 2, 33-115.
- Brousseau G. (1987). Les différents rôles du maître. Conference des P.E.N., Angers.
- Brousseau G. (1989). “Le contrat didactique: le milieu”. *Recherches en didactique des mathématiques*, 9, 3.
- Chevallard Y. (1985). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Chevallard Y. (1992). “Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique”. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12, 1, 73-112.

¹² “Motivación” es la condición para poder realizar algo.

¹³ “Volición” es la determinación para hacer algo. La volición es la que transforma una motivación en una acción.

¹⁴ Con el término “metacognición” entendemos aquí su sentido más amplio, el de ser conscientes de sus propias competencias y de tener bajo control sus propias decisiones.

- Chevallard Y., Joshua M.A. (1982). “Un exemple d’analyse de la transposition didactique: la notion de distance”. *Recherches en didactique des mathématiques*, 3, 1, 159-239.
- Clark C.M., Peterson P.L. (1986). “Teachers’ thought processes”. En: Wittrock M.C. (ed.) (1986). *Handbook of research on teaching*. London: MacMillan.
- Cobb P. (1985). “Two children’s anticipations, beliefs and motivations”. *Educational Studies in Mathematics*, 16.
- Cooper J.M. (1991). “Insegnante: un agente decisionale”. *Psicologia e Scuola*, 57.
- Cornoldi C., Caponi B., Falco G., Focchiato A., Lucangeli D., Todeschini M. (1995). *Matematica e metacognizione*. Trento: Centro Studi Erickson.
- D’Amore B. (1999a). “Scolarizzazione del sapere e delle relazioni: effetti sull’apprendimento della matematica”. *L’insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 22A, 3, 247-276.
- D’Amore B. (1999b). *Elementi di Didattica della Matematica*. Bologna: Pitagora.
- D’Amore B. (2001). *Scritti di Epistemologia matematica. 1980-2001*. Bologna: Pitagora.
- D’Amore B. (2002a). *Artículos sobre la investigación en Didáctica de la Matemática*. México D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica.
- D’Amore B. (2002b). *Elementos de Didáctica de las Matemáticas*. México D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica.
- D’Amore B., Zan R. (1996). “Mathematical Problem Solving”. En: Malara N., Menghini M., Reggiani M. (eds.) (1996). *Italian Research in Mathematics Education 1988-1995*. Seminario Nazionale di Ricerca in Didattica della Matematica – CNR. Roma. 136-150. [Una version más amplia en lengua italiana: Contributi italiani sul tema “Problemi” (1988-1995). *La Matematica e la sua didattica*, 3, 1996, 300-321].
- Elliot E.S., Dweck C.S. (1988). “Goals: an approach to motivation and achievement”. *Journal of Personality and Social Psychology*, 54, 1.
- Fennema E., Carpenter T.P., Peterson P.L. (1989). “Teachers’ decision making and cognitively guided instruction: a new paradigm for curriculum development”. En: Clements K., Ellerton N.F. (1989). *Facilitating change in mathematics education*. Deakin: Deakin Univ. Press.
- Henry M. (1991). *Didactique des Mathématiques*. IREM de Besançon, Besançon.
- Gardner H. (1993). *Educare al comprendere. Stereotipi infantili e apprendimento scolastico*. Milano: Feltrinelli.
- Maier H. (1993). “Problemi di lingua e di comunicazione durante le ore di matematica”. *La Matematica e la sua didattica*, 1, 69-80.
- Margolinas C. (1995). “La structuration du milieu et ses apports dans l’analyse a posteriori des situations”. En: Margolinas C. (ed.) (1995). *Les débats de didactique des mathématiques*. Grenoble: La pensée sauvage.
- Martini B. (2000). *Le didattiche disciplinari*. Bologna: Pitagora.
- Moreno Armella L. (1999). “Epistemologia ed educazione matematica”. *La Matematica e la sua didattica*, 1, 43 - 59.
- Nicholls J., Cobb P., Wood T., Yackel E., Patashnick M. (1990). “Assessing student’s theories of success in mathematics: individual and classroom differences”. *Journal of Research in Mathematics Education*, 21, 2.
- Peterson P.L. (1988). “Teachers’ and students’ cognitional knowledge for classroom teaching and learning”. *Educational Researcher*, 17, 5.
- Speranza F. (1992). “Tendenze empiriste nella Matematica”. *Quaderni di Epistemologia della Matematica*, CNR, Progetto TID-FAIM, 10, 77-88. [Reeditado en: Speranza F. (1997). *Scritti di Epistemologia della Matematica*. Bologna: Pitagora, 57-64].
- Speranza F. (1997). *Scritti di Epistemologia della Matematica*. Bologna: Pitagora.
- Sternberg R. (1996). “Stili di pensiero”. En: Vianello R., Cornoldi C. (eds.) (1996). *Metacognizione, disturbi di apprendimento e handicap*. Hillsdale: L.E.A.
- Thompson A. (1992). “Researchers’ beliefs and conceptions: a synthesis of the research”. En: Grows D. (ed.) (1992). *Handbook of research on mathematics learning and teaching*. London: MacMillan.
- Zan R. (2000). “L’insegnante come solutore di problemi”. *La Matematica e la sua didattica*, 1, 48-71.