

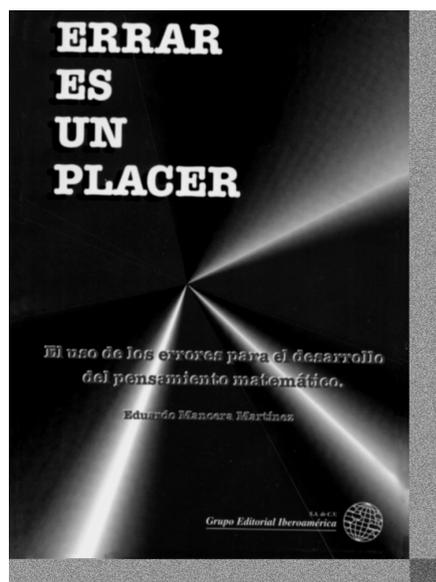
Errar es un placer, de Eduardo Mancera Martínez

Reseñado por Santiago Valiente

Ésta, que hoy comento, es una obra singular. Su contenido es delicioso, aunque esta percepción parezca inconcebible para un libro matemático.

De contenido muy breve, pues es de carácter fascicular (66 páginas), sí es de amplias miras. Es de entender que el autor tiene la pretensión de hacerle ver al profesor de matemáticas de la escuela secundaria (también es recomendable su lectura para los docentes del bachillerato), cómo los errores que el alumno comete pueden ser recursos para explotarse en beneficio de la reflexión y como vías para fundamentar conceptos cuyo asimilación tiene un alto grado de dificultad.

El librito consta de una introducción y tres capítulos. Por ellos transita el autor con la intención de hacer ver que el error es (o puede ser) una herramienta de trabajo en el aula. Aunque el contenido es una compilación de aspectos matemáticos (especialmente los trabajos de Robert Carman, 1971), alrededor de los cuales se habla de los errores (o supuestos errores) matemáti-



cos, el autor los maneja con un especial y adecuado orden que permite utilizarlos como material de reflexión, análisis y de comparación con los errores que en el aula cometen repetidamente los alumnos.

En la introducción es, precisamente, donde el autor nos da una idea de lo que

son conceptualmente los errores, algunos errores cometidos por autores matemáticos de gran talla intelectual y el valor formativo que los errores pueden tener cuando son aprovechados con una sana intención didáctica: “Por ello, no es exagerado afirmar que en los errores existe una fuente inagotable de conocimiento que para aprovecharla debe ser atendida, no rechazada”. Dos aspectos llevaron a realizar una compilación en la que están presentes los ejemplos específicos, los cuales son los problemas de la enseñanza y el trabajo matemático. También se hace ver que el tema que se toca en esta obra no es reciente y es importante el sector de matemáticos que, de manera seria, se han dedicado a estudiar los errores sistemáticamente y con diversas intenciones.

Un primer capítulo que el autor nos brinda tiene por título: “¿Cuándo un error no lo es?” En él hace ver, en diversos ejemplos, que algunas simplificaciones que nuestros alumnos hacen no son errores en sí mismos, ya que existen casos particulares en los que el procedimiento utilizado es correcto o es un caso particular de un enunciado matemático universal. Esto se da frecuentemente cuando “el procedimiento viola algunas de las reglas generales que se enseñan en la escuela”.

Entre los ejemplos interesantísimos que nos presenta están éstos:

$$\frac{16}{64} = \frac{1}{4}, \quad \frac{2^2 + 3^2}{\left(\frac{13}{5}\right)^2} = \frac{2+3}{\frac{13}{5}}, \quad \frac{3}{5} + \frac{5}{7} = \frac{3+5}{5+7} = \frac{8}{12}$$

Cada uno de estos casos es presentado por el autor y discutido a través de un análisis general, no como casos particulares, lo que hace valioso el tratamiento que se dan a estos “dislates” matemáticos. Se hace ver, además, que estos errores pueden ser resultado de conceptos mal asimilados y que pueden, en otro momento, ser formas simplificadas de resolución.

En el segundo capítulo: “Procedimientos y resultados”, se da un muestrario variado de cómo, al privilegiar el maestro las respuestas de sus alumnos, se deja de lado el análisis de los procedimientos que han permitido llegar a ellas. A veces, el manejo de procedimientos erróneos permite llegar incidentalmente a resultados correctos. Los muy diversos casos que se presentan son fuente inagotable de análisis matemático para que el profesor se conduzca en el aula. En ese apartado del capítulo llamado por el autor “Museo de los horrores” presenta ejemplos de cómo, al resolver sistemas de ecuaciones, al trabajar una sola de ellas (de manera incorrecta, por supuesto), se llega a obtener el valor correcto de las incógnitas del sistema. Como otra idea más, se muestran casos en los que un error “remedia” otro error cometido con anterioridad. En este apartado se presenta también el caso clásico de errores que conducen a un resultado acertado, como en:

$$\frac{a^2 - b^2}{a - b} = a + b,$$

el cual se obtuvo dividiendo $a^2 \div a = a$, menos entre menos, más, y $b^2 \div b = b$.

Otro caso interesante que presenta en el apartado “No hay que hacer cosas buenas que parezcan malas” es el del cálculo del volumen de una esfera pequeña tangente a dos paredes perpendiculares y tangente, a su vez, a otra esfera de radio mayor que es también tangente a las mismas paredes. Un trabajo rápido del autor lo lleva a cuatro expresiones para el cálculo pedido. Sin embargo, el valor decimal de la $\sqrt{2}$ que aparece en las cuatro expresiones, y que el autor utiliza con distintas aproximaciones, hace ver la “imperfección” en los resultados al aplicarlas en cada una. Esto no es un error en sí, pero puede dar la impresión de serlo.

Cierra el capítulo el apartado “No todo lo que brilla es oro”, con el que se nos muestra que, a veces, la generalización de procedimientos puede llevarnos a ideas imprevisibles, indeseadas, o francamente erróneas, si no es que limitadas.

El tercer capítulo tiene la intención de utilizar los errores con pretensiones didácticas, hacer el análisis de ellos y ver cómo el maestro puede influir en su aparición. Su título es “Los errores y las situaciones didácticas”. En el primer apartado, “Diagnóstico de errores”, la intención es que: “Cuando se trabaja con ellos es conveniente saberlos distinguir y elaborar categorías para clasificarlos y enfocar adecuadamente su tratamiento...” Hace ver que existe una buena cantidad de clasificaciones en los errores matemáticos para las operaciones aritméticas y que han sido llevadas al álgebra y a la geometría.

En el apartado “La influencia de los maestros en los errores”, nos muestra ejemplos significativos de cómo podemos dejar a nuestros alumnos ideas poco claras, imprecisas o limitantes. Algunas son:

- cuando se suman dos cantidades el resultado es mayor
- cuando se divide una cantidad por otra el resultado es menor,

sin aclarar que existen casos en los que esto no es necesariamente cierto. Son muy interesantes las interpretaciones que algunos alumnos dan a la justificación de operaciones o simplificaciones que contienen errores. En el apartado “Letras que no dicen nada”, se muestran ejemplos elocuentes de falsas interpretaciones a la resolución de ecuaciones.

En “Situaciones didácticas basadas en los errores”, el autor muestra ejemplos de aquellos “errores circunstanciales” de los que se puede aprender algo, y ese algo es el análisis de los hechos que llevaron a ellos. Resalta, por interesante, la perorata acerca de la desigualdad:

$$\sqrt{a^2 + b^2} \neq a + b$$

En el apartado de “Comentarios finales”, el autor nos hace ver la importancia de atender los errores:

Por otra parte, los errores constituyen el principal campo de trabajo de la investigación en educación matemática,

si no existieran, no habría tal investigación, pero también son el punto de partida de la renovación constante de la matemática, porque implican un cuestionamiento constante a sus fundamentos y el planteamiento de resolución de ciertos problemas.

Con toda seguridad que, por lo breve (¡lástima!) y entretenida, esta obra en sus manos será leída con fruición, pero ciertamente habrá de dejarle interesantes y permanentes inquietudes.

DATOS DEL LIBRO

Eduardo Mancera Martínez (1998)

Errar es un placer. El uso de los errores para el desarrollo del pensamiento matemático,
México, Grupo Editorial Iberoamérica, 66 p.