

Un estudio sobre conocimientos de estadística elemental de profesores en formación

Assumpta Estrada, Carmen Batanero y Josep Maria Fortuny

Resumen: En este trabajo presentamos un estudio exploratorio de los conocimientos estadísticos elementales de profesores de educación primaria en formación. Se presentan resultados detallados de respuestas a un cuestionario de opción múltiple en una muestra de 367 estudiantes de diferentes especialidades de la diplomatura de magisterio, 70% de los cuales tienen formación previa en estadística y cuyas edades están comprendidas entre los 20 y 21 años. Los resultados indican la existencia de errores conceptuales en conocimientos estadísticos elementales (media, mediana y moda, valor atípico, dispersión y muestreo). Finalizamos con algunas recomendaciones para la formación estadística de los futuros profesores.

Palabras clave: estadística, conocimiento, profesores en formación.

Abstract: We present an exploratory study aimed to assess the statistical knowledge of future primary teachers. We analyse the results of a questionnaire given to a sample of 367 students with ages from 20 to 21 years, future teachers coming from different specialities in the school of education. 70% of them had previous training in statistics. Our results suggest the existence of conceptual errors about elementary statistical concepts such as: average, atypical value and sampling. We finally give some recommendation concerning the statistical training of future primary teachers.

Key words: statistics, knowledge, future teachers.

LA FORMACIÓN ESTADÍSTICA DEL PROFESORADO

En la actualidad, la estadística forma parte del currículo de matemáticas en la educación primaria en la mayor parte de los países desarrollados. En España, todas las expectativas sobre la enseñanza de la estadística estaban puestas en la reforma de las enseñanzas no universitarias de 1992 (Ministerio de Educación y Ciencia, 1988a, 1988b, 1992) donde se potencia la enseñanza de esta disciplina a unos ni-

veles altamente satisfactorios. Asimismo, la reforma ha supuesto un cambio de paradigma, con especial énfasis en metodologías constructivistas y en la promoción del aprendizaje significativo, teniendo siempre en cuenta los conocimientos previos de los alumnos.

Pero la importancia atribuida actualmente a la estadística en la enseñanza obligatoria, reconocida por la sociedad y por otras disciplinas, contrasta con la poca formación que sobre esta materia acostumbran tener los profesores en formación. Como señalan Silva y cols. (1999), el profesor en formación debería estar motivado y contar con destrezas suficientes para ir aprendiendo las técnicas estadísticas necesarias, a fin de enseñar los contenidos estadísticos previstos en el currículo y ser capaz de evaluar la calidad de su trabajo profesional. Partiendo de su realidad, también debe irse introduciendo en el mundo de la didáctica de la estadística, al que en un futuro no muy lejano tendrá que enfrentarse. En su futura labor profesional nuestros profesores en formación han de diseñar no sólo las tareas que han de desarrollar en el aula según las características de los alumnos, sino también elegir y secuenciar los contenidos para cada uno de los ciclos y etapas.

Sin embargo, según Estrada (2002a), la formación específica de los profesores en formación en este ámbito específico es prácticamente inexistente y los profesores tienen dificultades para detectar contradicciones en una gráfica de un periódico o sacar conclusiones de una información. Por lo general, ven la estadística como una técnica de recopilación y presentación de datos o como un cálculo mecánico de medidas de tendencia central y de dispersión; es decir, la consideran como una aplicación rutinaria de fórmulas y no como una herramienta de trabajo multidisciplinar, indispensable en su vida académica y profesional.

Gattuso y Panone (2002) señalan, además, que los profesores no son conscientes de sus propias dificultades en el tema y les cuesta prever los posibles errores que sobre los conceptos estadísticos elementales pueden cometer sus alumnos.

Por otro lado, en la práctica son todavía pocos los profesores que enseñan estadística en la escuela y, cuando lo hacen, es de modo abstracto y reduciéndola al cálculo rutinario de fórmulas (Estrada, 1999). En las entrevistas realizadas por Gattuso y Panone (2002) a una muestra de 93 profesores en ejercicio, un porcentaje elevado reconoce que abrevia (o suprime) con frecuencia el programa de estadística, porque no advierte sus vínculos con otros temas y porque, para preparar a sus alumnos con miras a las evaluaciones finales, la considera menos importante que otros temas matemáticos.

Para Batanero (2001), una primera razón por la que los profesores tratan de evitar la estadística es que es un tema en continuo cambio y crecimiento, ya que la mayor parte de esta materia se ha desarrollado en los últimos 50 años. Si a esto se añade la necesidad de incorporar las calculadoras gráficas o el ordenador en la clase de estadística, el profesor necesita una continua puesta al día que no todos están dispuestos a realizar.

Por otro lado, hay pocas investigaciones sobre la didáctica de la estadística, y no se conocen las principales dificultades de los alumnos en muchos conceptos importantes. Además, falta todavía mucha labor de difusión, las investigaciones existentes no son muy conocidas por los profesores, especialmente de trabajos realizados fuera de nuestro país.

La estadística es también muy diferente a otras ramas de la matemática; por ejemplo, hoy día aún prosiguen las controversias filosóficas sobre la interpretación y aplicación de conceptos tan básicos como los de probabilidad o aleatoriedad. Las dimensiones políticas y éticas del uso y posible abuso de la estadística y la información estadística contribuyen, asimismo, a la especificidad del campo.

Aunque la estadística teórica es parte de las matemáticas, la estadística aplicada se relaciona con diversas disciplinas, lo que hace que los conceptos estadísticos aparezcan en otras materias, como ciencias sociales, biología, geografía, etc., donde los profesores, a veces, se ven obligados a enseñar estadística, lo que puede ocasionar conflictos cuando las definiciones o propiedades presentadas de los conceptos no coinciden con las impartidas en la clase de matemáticas.

Creemos que todas estas razones nos llevan a la necesidad de potenciar la preparación específica y didáctica del profesorado en estadística, y ello requiere también conocer cuáles son sus dificultades y errores en el aprendizaje de la materia. En este trabajo presentamos parte de una investigación en el campo de la educación estadística orientada al estudio de las actitudes y conocimientos estadísticos de los profesores (Estrada, 2002b) con la intención de contribuir a obtener información sobre este tema que pueda orientar la acción educativa sobre estos futuros profesores.

ANTECEDENTES

El estudio de las concepciones y conocimientos de profesores sobre estadística es aún muy escaso tanto en España como en otros países, aunque encontramos algunos trabajos en el campo de la probabilidad como los de Azcárate (1995),

Cardeñoso (1998), así como las publicaciones posteriores de estos autores donde presentan resultados de estas tesis doctorales. También Serrano (1996) describe el uso de heurísticas y sesgos en problemas probabilísticos en una muestra de 10 profesores en formación.

Respecto al campo de la estadística, Estepa (1990) realiza un experimento de enseñanza de análisis exploratorio de datos, con un grupo de profesores en formación, usando ordenadores, observando cómo al final de la enseñanza persisten las dificultades al interpretar la gráfica de frecuencias acumuladas de variables discretas, debido a que presenta discontinuidades de salto y su inversa no es una función. Otro tema conflictivo fue el de la asociación entre variables y la investigación citada puso de manifiesto la existencia de errores conceptuales que permanecieron al finalizar la enseñanza (Batanero, Estepa y Godino, 1991).

Una parte importante de la tesis doctoral de Estepa (1993) se centra en el estudio concreto de este concepto y su comprensión en una muestra de 21 profesores en formación, antes y después de una experiencia de enseñanza basada en ordenadores. A partir del análisis de los diversos tests aplicados, las entrevistas, grabaciones en audio transcritas y las observaciones, estudia las concepciones correctas e incorrectas iniciales, su cambio con la experiencia de enseñanza y las estrategias en la resolución de los problemas propuestos. Encuentra también dificultad en la comprensión de las frecuencias relativas y lectura de las tablas de contingencia.

En Estepa y Batanero (1994) se describen casos de profesores en formación que basan la comparación de dos conjuntos de datos en valores aislados, por ejemplo, en la comparación de los máximos o los mínimos, o bien en la comparación de totales o en la inspección visual de la distribución global.

Un trabajo posterior es el de Batanero, Godino y Navas (1997), que presentan los resultados de un estudio de evaluación de las concepciones de los profesores de primaria en formación sobre los promedios, que son conceptos claves dentro del razonamiento estadístico, a fin de poder orientar adecuadamente la enseñanza de este contenido. El análisis de las respuestas a un cuestionario escrito aplicado a una muestra de 132 estudiantes de magisterio permite mostrar que los profesores de primaria en formación encuentran dificultades en el tratamiento de los ceros y valores atípicos en el cálculo de promedios, posiciones relativas de media, mediana y moda en distribuciones asimétricas, elección de la medida de tendencia central más adecuada en una determinada situación y el uso de los promedios en la comparación de distribuciones. La conclusión a la que llegan estos autores es que la aproximación al estudio de las medidas estadísticas de tenden-

cia central, basada en la definición algorítmica y el cálculo en colecciones de datos descontextualizados, no permite que los alumnos lleguen a una comprensión integral del concepto de promedio.

En Nueva Zelanda, Burgess (2002) propone una tarea abierta de análisis de datos elemental a un grupo de 30 futuros profesores, a los que pidió escribir un informe sobre un conjunto pequeño de datos (16 observaciones, diferentes variables). Es curioso observar que nueve de los participantes fueron incapaces de escribir nada significativo sobre el conjunto de datos, por lo que, aunque realizaron algunos cálculos y gráficas, parecieron no comprender la naturaleza de un estudio estadístico. En cuanto a la capacidad de producir alguna relación generalizada sobre el conjunto de datos, sólo 14 de los profesores en formación llegaron a obtenerlas. Sólo dos de ellos argumentaron que el pequeño tamaño de la muestra hacía difícil la posibilidad de generalización.

En resumen, aunque hemos encontrado trabajos aislados, los estudios sobre errores y dificultades de los profesores con la estadística son escasos, posiblemente porque esta materia ha recibido poco peso en relación con otras en los currículos escolares y porque no se ha cuestionado realmente la formación estadística de los profesores. En este sentido, el estudio sobre conocimientos estadísticos elementales de profesores en formación que llevaremos a cabo puede proporcionar una información valiosa para iniciar una reforma de la educación estadística en los niveles superiores que nos permita mejorar la formación específica y didáctica del profesorado de primaria.

METODOLOGÍA

Nuestra evaluación tiene una finalidad preferentemente diagnóstica, puesto que pretendemos conocer el potencial del sujeto para llevar a cabo una actividad; en este caso, su futura actuación didáctica en el terreno de la enseñanza de la estadística, así como en el uso de esta materia en su labor profesional. El estudio es predominantemente cuantitativo, ya que nos interesamos especialmente por estimar las frecuencias de respuesta en los diferentes ítems del cuestionario de conocimientos estadísticos elementales.

El objetivo general del estudio es obtener una primera información sobre cuáles son *los conocimientos estadísticos elementales* de los profesores en formación, entendidos éstos como aquellos conocimientos incluidos en la enseñanza primaria y que el profesor en formación debería tener adquiridos como paso

previo hacia una didáctica de la estadística que permita incidir en la mejora de la enseñanza de esta materia en la educación primaria.

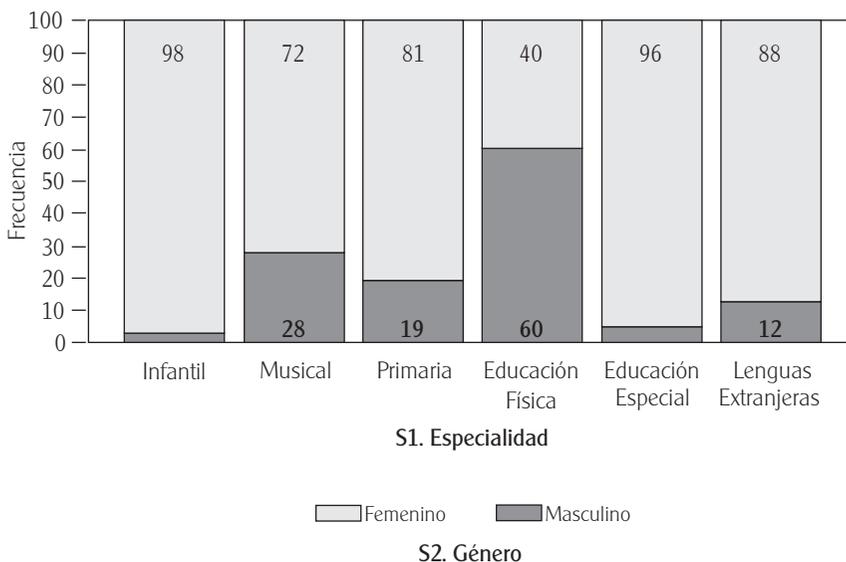
EL CUESTIONARIO

Una primera decisión fue partir de algún cuestionario que hubiese sido experimentado previamente con alumnos universitarios en carreras de ciencias humanas o educación (es decir, de características similares a los alumnos que componen nuestra muestra). De esta manera, dispondríamos de un instrumento debidamente validado y de dificultad adecuada para nuestros estudiantes.

El más adecuado para nuestro propósito fue el elaborado por Konold y Garfield (Garfield, 1991), que lo han utilizado en diversas investigaciones, así como en sus clases en la Facultad de Educación. Se compone de 20 ítems de evaluación de los conocimientos sobre nociones estadísticas y probabilísticas elementales. Fue traducido al castellano y probado en la Universidad de Granada, en el marco de un proyecto de colaboración conjunto con la Universidad de Minnesota, para realizar un estudio comparativo de las concepciones previas de los estudiantes en diferentes países (Batanero, Godino y Navas, 1997).

De este cuestionario en castellano, hemos tomado 9 ítems que se relacionan con los conceptos estadísticos elementales que los profesores en formación han de enseñar en la educación primaria, obviando aquellos que se refieren a conceptos de probabilidad o inferencia. Estos 9 ítems nos proporcionan información sobre la comprensión de promedios, probabilidad y frecuencia, dispersión, asociación, muestreo y simetría, interpretación de gráficas y posibilidad de existencia en la muestra de sesgo de equiprobabilidad, “enfoque en un resultado”, errores en el cálculo de promedios, efectos de valores atípicos, tamaño de muestra y variabilidad. Con todo ello, creemos suficientemente justificada la elección de este cuestionario para cumplir el objetivo general propuesto en nuestro estudio.

En el apartado de resultados, los cuadros 1 al 9 presentan los enunciados de los ítems del cuestionario a la vez que los porcentajes de respuestas a las diferentes opciones.

Figura 1 Distribución de la muestra por género dentro de especialidades

LA COMPOSICIÓN DE LA MUESTRA

Está formada por 367 profesores en formación repartidos entre las especialidades que se imparten en el centro de Lleida, España. Son alumnos con las características habituales de nuestra Facultad: dominan las mujeres frente a los hombres (sobre todo en primaria e infantil), las edades se encuentran entre 20-21 años, el nivel académico es variado (alumnos con rendimientos altos, medios y bajos y, en el aspecto social, sólo cabe destacar la gran incidencia del medio rural.

Predominan las especialidades de Infantil y Primaria, seguidas por Educación Física y Musical, como observamos en la figura 1.

En cuanto a su formación previa en la materia, la mayor parte (70.8%) de los alumnos estudió un año de estadística, generalmente en bachillerato o COU y muy pocos cursaron estadística en la enseñanza primaria (11.4%). Son también muy raros los alumnos que la han estudiado en dos o más niveles educativos.

APLICACIÓN DEL CUESTIONARIO

Dado el tamaño de la muestra, para el proceso de recopilación de datos, elegimos como colaboradores a cuatro profesores del área de didáctica y organización escolar, a fin de desvincular, tanto como sea posible, las respuestas de los alumnos de sus respectivos cursos de matemáticas; además, el hecho de impartir asignaturas troncales permite abordar más fácilmente el colectivo sin riesgos de solapamiento con otras asignaturas. Se realizó dentro del horario lectivo y los propios profesores responsables se encargaron de transmitir las instrucciones técnicas y recomendaciones. En lo que sigue, analizamos los resultados de los diferentes ítems del cuestionario y resaltamos en **negrita** las opciones correctas en cada uno de ellos.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

ANÁLISIS DE RESULTADOS EN EL ÍTEM 1

En el cuadro 1 presentamos las respuestas al ítem 1, que se refiere al uso de la media como mejor estimación de una cantidad desconocida cuando tenemos diferentes medidas de ella, debido a la presencia de errores aleatorios. También se relaciona con el efecto de los valores atípicos en el cálculo de la media y la posible confusión entre media y moda.

A pesar de que, aparentemente, la media es un concepto elemental, sólo 46.2% de los profesores en formación eligen la respuesta correcta ***d***, en la que, además de reconocer la media como solución al problema y describir el algoritmo de cálculo, han de percibir la existencia de un valor atípico en el conjunto dado de datos y la influencia de los valores atípicos en el cálculo de la media aritmética. En el contexto dado, el valor 15.3 es claramente un valor atípico, porque los errores de medida de tal magnitud son muy raros. Hay, sin embargo un porcentaje importante de sujetos (sumando las opciones ***c*** y ***d***) que reconocen la media como solución al problema de estimación de una cantidad equitativa en presencia de errores de medida, incluso cuando este tipo de problemas no se presenta con frecuencia en la enseñanza del tema.

Un error importante es la confusión entre media y moda que se toma como solución al problema planteado en 10% de los profesores en formación que eligen la opción ***a***. En esta respuesta también hay implícito el no reconocimiento de la media como solución al problema dado.

Cuadro 1 Frecuencia y porcentajes de respuestas en el ítem 1

Nueve estudiantes pesaron un objeto pequeño con un mismo instrumento en una clase de ciencias. Los pesos registrados por cada estudiante (en gramos) se muestran a continuación:

6.2 6.0 6.0 15.3 6.1 6.3 6.2 6.15 6.2

Los estudiantes quieren determinar con la mayor precisión posible el peso real del objeto. ¿Cuál de los siguientes métodos les recomendarías usar?

	N	%
a. Usar el número más común, que es 6.2.	37	10.1
b. Usar 6.15, puesto que es el peso más preciso.	5	1.4
c. Sumar los 9 números y dividir la suma por 9.	154	42
d. Desechar el valor 15.3, sumar los otros 8 números y dividir por 8.	170	46.2
No sabe/no contesta.	1	0.3

Nuestros resultados son incluso más bajos que los reportados por Batanero, Godino y Navas (1997), ya que, sobre una muestra de 273 maestros en formación, obtuvieron 51.5% de respuestas correctas en este ítem. Hay coincidencia con estos autores en la principal respuesta incorrecta, la c, aunque en su estudio sólo la eligen 39.4% de los encuestados.

ANÁLISIS DE RESULTADOS EN EL ÍTEM 2

En el cuadro 2 presentamos los resultados del ítem 2, que evalúa la interpretación correcta de la probabilidad y de la frecuencia relativa. En este caso, 74.9% de los alumnos da una respuesta correcta. Incluso podemos considerar como parcialmente correcta la respuesta e (lo que aumenta el total de respuestas correctas en otro 22.3%), aunque es menos precisa que la anterior, al formular únicamente una valoración cualitativa y no cuantitativa de la probabilidad.

Por el contrario, los estudios de razonamiento probabilístico de profesores en ejercicio o en formación de Azcárate (1995), Serrano (1996) y Cardeñoso (1998) obtienen una mayor incidencia de errores, utilizando ítems clásicos de evaluación referidos a heurísticas y sesgos en este razonamiento.

Concluimos la necesidad de continuar con el estudio del razonamiento probabilístico de los futuros profesores, que es aún un campo en el que se necesita mucha investigación.

Cuadro 2. Frecuencia y porcentaje de respuestas en el ítem 2

En un frasco de medicamento hay impreso el siguiente mensaje: ADVERTENCIA: Al aplicarlo en superficies cutáneas hay 15% de posibilidades de que se produzca una erupción. ¿Cuál de las siguientes es la mejor interpretación de esta advertencia?

	N	%
a. No usar el medicamento sobre la piel; hay bastantes posibilidades de que se produzca una erupción.	5	1.4
b. En aplicaciones sobre la piel, usar sólo el 15% de la dosis recomendada.	2	0.5
c. Si aparece una erupción, probablemente sólo afecte al 15% de la piel.	3	0.8
d. Aproximadamente 15 de cada 100 personas que usan la medicina reaccionan con una erupción.	275	74.9
e. Hay pocas posibilidades de tener una erupción usando esta medicina.	82	22.3

ANÁLISIS DE RESULTADOS EN EL ÍTEM 3

En el cuadro 3 presentamos los resultados del ítem 3, que evalúa la comprensión de los conceptos de frecuencia y probabilidad y su relación, así como el sesgo de “enfoque en un resultado” descrito por Konold (1991). El 59.1% de los alumnos da una respuesta correcta, mostrando de nuevo una buena comprensión de los conceptos de frecuencia y probabilidad y su relación. El resultado es mejor que el obtenido por Serrano (1996) en su estudio con alumnos del curso de orientación universitaria (52% de respuestas correctas). No obstante, todavía se produce casi un 40% de errores, la mayoría de los cuales (respuesta a) muestran que el “enfoque en un resultado” también aparece en los futuros profesores, quienes, en caso de dar una estimación de la frecuencia, optan por una frecuencia mayor que la probabilidad, destacando el intervalo (95-100).

Es decir, traducen 70% de posibilidades en un suceso seguro o casi seguro, de acuerdo con las teorías de Konold (1991). Este autor sugiere que algunas personas muestran dificultad de interpretar un experimento como parte de una serie y consideran cada una de las repeticiones de un experimento como si estuviese aislada sin guardar relación con las anteriores o posteriores. Por ello, ante una pregunta en la que se pide explícitamente la probabilidad de un suceso, tratan

Cuadro 3 Frecuencia y porcentaje de respuestas en el ítem 3

El Centro Meteorológico de Andalucía quiso evaluar la precisión de las predicciones de su meteorólogo. Buscaron en sus archivos los días en los que el meteorólogo había informado que había 70% de posibilidades de lluvia. Compararon estas predicciones con los registros que indicaban si llovió o no esos días en particular. La predicción de 70% de posibilidades de lluvia puede considerarse muy precisa si llovió:

	N	%
a. Entre 95% y 100% de esos días.	95	25.9
b. Entre 85% y 94% de esos días.	7	1.9
c. Entre 75% y 84% de esos días.	32	8.7
d. Entre 65% y 74% de esos días.	217	59.1
e. Entre 55% y 64% de esos días.	10	2.7
No sabe/No contesta.	6	1.6

de predecir si el suceso en cuestión ocurrirá o no en el siguiente experimento. Si una probabilidad se acerca a los extremos 0% o 100%, el suceso se considerará como imposible o seguro, respectivamente. Esto es lo que explica la respuesta de los alumnos que eligen como correcta la opción *a*.

ANÁLISIS DE RESULTADOS EN EL ÍTEM 4

En el cuadro 4 presentamos los resultados del ítem 4, que evalúa la comprensión de los conceptos de media, mediana y moda, el conocimiento del algoritmo de cálculo de la media y la comprensión del efecto de los valores atípicos, así como el efecto del contexto. También se evalúa la comprensión del efecto de un valor cero sobre el cálculo de la media.

En este caso, no consideramos 22 como un valor atípico para el contexto dado, porque algunos niños son mucho más habladores y extrovertidos que sus compañeros. Por ello, consideramos *b* como opción correcta que fue elegida por 71.9% de los futuros profesores, quienes mostraron una buena comprensión del problema en este contexto, para ellos más familiar que el contexto de medición del peso de un objeto por ser cercano a la realidad escolar.

Hay sin embargo un 14.7% de profesores en formación que no ha tenido en cuenta este contexto y ha descartado el valor atípico, aunque consideramos esta

Cuadro 4 Frecuencia y porcentaje de respuestas en el ítem 4

Una profesora quiere cambiar la colocación de sus alumnos en clase, con la esperanza de que ello incremente el número de preguntas que hacen. En primer lugar, decide ver cuántas preguntas hacen los estudiantes con la colocación actual. El registro del número de preguntas hechas por sus 8 estudiantes durante la clase se muestra a continuación.

Núm. de preguntas: 0, 5, 3, 22, 3, 2, 1, 2, 2

La profesora quiere resumir estos datos, calculando el número típico de preguntas hechas ese día. ¿Cuál de los siguientes métodos le recomendarías que usara?

	N	%
a. Usar el número más común, que es el 2.	22	6
b. Sumar los 8 números y dividir por 8.	264	71.9
c. Descartar el 22, sumar los otros 7 números y dividir por 7.	54	14.7
d. Descartar el 0, sumar los otros 7 números y dividir por 7.	20	5.4
No sabe/No contesta.	7	1.9

respuesta como parcialmente correcta, puesto que al menos los alumnos que la eligen identifican la media como solución al problema dado.

Un 6% de los alumnos tienen dificultades para identificar bien el problema, porque sugieren la moda como solución. Asimismo, un 5.4% no ha tenido en cuenta el efecto del cero sobre el cálculo de la media. Estos resultados son coincidentes con los del trabajo de Batanero, Godino y Navas (1997) y, por tanto, refuerzan sus conclusiones.

ANÁLISIS DE RESULTADOS EN EL ÍTEM 5

En el cuadro 5 presentamos los resultados del ítem 5, que evalúa la interpretación de gráficas y la estimación de promedios a partir de la representación gráfica de una distribución, así como la capacidad de comparación de dos muestras y la comprensión de las ideas de asociación, promedio, máximo, mínimo y dispersión.

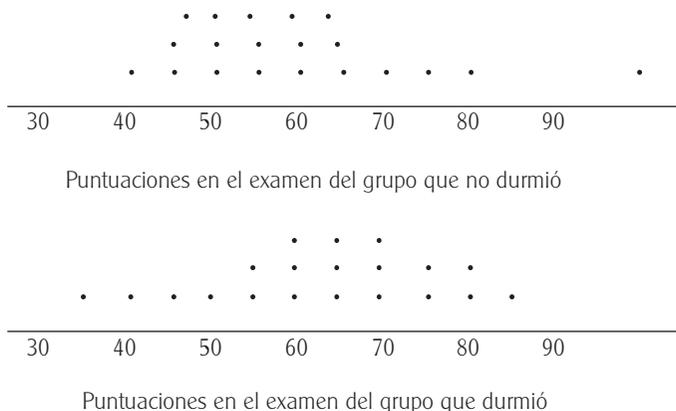
Un 71.1% de los profesores en formación dio una respuesta correcta, integró los diversos conocimientos puestos en juego y los aplicó en la comparación de dos muestras. Mostraron, asimismo, un nivel de “lectura dentro de los datos”, en

Cuadro 5 Frecuencia y porcentaje de respuestas en el ítem 5

Cuarenta estudiantes universitarios participaron en un estudio sobre el efecto del sueño sobre las puntuaciones en los exámenes. Veinte de los estudiantes estuvieron voluntariamente despiertos estudiando toda la noche anterior al examen (grupo que no durmió). Los otros 20 estudiantes (el grupo control) se acostaron a las 11 la noche anterior al examen. Observa las dos gráficas de la figura 2 con cuidado. Luego escoge entre las 6 posibles conclusiones que se listan a continuación aquella con la que estés más de acuerdo.

	N	%
a. El grupo que no durmió lo hizo mejor, porque ninguno de estos estudiantes puntuó por debajo de 40 y la máxima puntuación fue obtenida por un estudiante de ese grupo.	10	2.7
b. El grupo que no durmió lo hizo mejor, porque su promedio parece ser un poco más alto que el promedio del grupo control.	16	4.4
c. No hay diferencia entre los dos grupos, porque hay un solapamiento considerable en las puntuaciones de los dos grupos.	23	6.3
d. No hay diferencia entre los dos grupos, porque la diferencia entre sus promedios es pequeña, comparada con la cantidad de variación de sus puntuaciones.	39	10.6
e. El grupo control lo hizo mejor, porque hubo en ese grupo más estudiantes que puntuaron 80 o por encima.	13	3.5
f. El grupo control lo hizo mejor, porque su promedio parece ser un poco mayor que el promedio del grupo que no durmió.	261	71.1
No sabe /No contesta.	5	1.4

Figura 2 Gráficas correspondientes al ítem 5



la terminología de Curcio (1987, 1989), en la que el lector ha de integrar las diversas informaciones dentro de la gráfica y utilizarlas para comparar diferentes valores de las variables o diferentes conjuntos de datos.

El principal error (10.6%) se ha debido a una sobreestimación de la dispersión, en relación con el promedio y puede explicarse debido a que los alumnos no cuentan con unos métodos formales de comparación que les permitan una respuesta más precisa. Otros errores de menor frecuencia han sido los siguientes:

- Estimación incorrecta de los promedios a partir de una gráfica (opción *b*).
- Basarse sólo en el rango de variación, sin utilizar los promedios para resolver el problema (opción *c*).
- Tener en cuenta sólo los valores máximo y mínimo, en lugar de los promedios (opciones *a* y *e*). Un resultado parecido es obtenido por Estepa y Batanero (1994) en su análisis de las estrategias de los alumnos en la comparación de muestras, llegando en uno de los problemas propuestos a 29% de uso de esta estrategia en su estudio de concepciones previas realizado con alumnos del curso de orientación universitaria.

Nuestros resultados son mucho mejores que los obtenidos por Batanero, Godino y Navas (1997), quienes sólo obtuvieron 51% de respuestas correctas. Los autores no presentan información sobre si sus participantes tenían o no estudios previos de estadística. En nuestro caso, la mayoría de los participantes tuvo al menos un curso previo de esta materia, lo que puede explicar los mejores resultados. Por otro lado, los resultados de los dos estudios coinciden en el principal distractor así como en la frecuencia de casos en que se presenta.

ANÁLISIS DE RESULTADOS EN EL ÍTEM 6

En el cuadro 6 presentamos los resultados del ítem 6, que evalúa la comprensión de los siguientes conceptos: población y muestra, muestreo y tipos de muestreo, sesgo y estimación en el muestreo, tamaño de muestra y promedio, así como errores en estos conceptos. No tenemos un estudio previo de comparación con profesores en formación en que se haya utilizado este ítem, pero podemos comparar con el estudio de Estepa (1993), quien analiza las concepciones sobre correlación y asociación en futuros profesores.

Cuadro 6 Frecuencia y porcentaje de respuestas en el ítem 6

Durante un mes, 500 alumnos de una escuela llevaron a cabo un registro diario de las horas que pasaron viendo la televisión. El número de horas promedio por semana dedicadas a ver televisión fue 28. Los investigadores descubrieron que los estudiantes que obtuvieron buenos resultados en la escuela dedicaban menos tiempo a ver televisión que los estudiantes que obtuvieron resultados mediocres. Abajo listamos varias posibles conclusiones sobre los resultados de esta investigación. Pon una marca en *todas* las conclusiones con las que estés de acuerdo.

	N	%
a. La muestra de 500 es demasiado pequeña para permitir obtener conclusiones.	58	15.8
b. Si un estudiante disminuyese el tiempo que dedica a ver televisión, su rendimiento en la escuela mejoraría.	186	50.7
c. Incluso aunque los mejores estudiantes viesen menos televisión, esto no implica necesariamente que el ver televisión perjudique el rendimiento escolar.	157	42.8
d. Un mes no es un periodo de tiempo suficientemente largo para estimar cuántas horas dedican en realidad los estudiantes a ver televisión.	112	30.5
e. La investigación mostró que ver televisión causa un rendimiento peor en la escuela.	177	48.2
No sabe /No contesta.	1	0.3

Un 42.8% elige la opción correcta en la que está implicada la diferencia entre las ideas de asociación estadística y causalidad. Puesto que la relación entre las variables es aleatoria, una correlación, incluso moderada, no implica que la relación se verifique en todos los casos. Además, podría haber otras variables que afectasen al estudio y produjesen la correlación, sin que ésta pueda deberse a una relación causa-efecto. Los principales errores en este ítem en nuestro estudio han sido los siguientes:

- Considerar que una muestra de 500 sujetos es demasiado pequeña, siendo así que el tamaño es bastante considerable. Esta misma concepción subyace en la respuesta e indica la necesidad de mejorar la formación de los profesores en formación en lo que se refiere a las ideas básicas sobre el muestreo que son hoy día parte de la cultura estadística deseable en cualquier sujeto adulto.

Confundir correlación y causalidad, lo que está implícito en las respuestas *b* y *e*; ambas han sido elegidas por una proporción grande de estudiantes. La diferencia de matiz es que la opción *b* corresponde a una concepción determinista de causalidad, mientras que la *d* corresponde a una concepción aleatoria. En todo caso las dos respuestas confirman la concepción causal de la asociación descrita por Estepa (1993), lo cual se presenta con una alta frecuencia en los profesores en formación y, en el estudio de Estepa (1993), fue resistente al cambio con la enseñanza en los futuros profesores.

ANÁLISIS DE RESULTADOS EN EL ÍTEM 7

En el cuadro 7 presentamos los resultados del ítem 7, que evalúa la comprensión de los conceptos media, mediana y moda y su posición relativa en distribuciones asimétricas, así como la comprensión del algoritmo de cálculo de la media.

Debemos resaltar los resultados en este ítem, que sólo es correctamente respondido por 28.3% de los profesores en formación, en coincidencia con los resultados de Batanero, Godino y Navas (1997), quienes también lo plantearon en su trabajo. Es preocupante que esto sugiera que el algoritmo de cálculo de la media, aunque conocido, no es bien comprendido por los profesores que han de enseñar el tema, quienes no son capaces de ver la implicación de la inversión de este algoritmo para calcular un total.

Cuadro 7 Frecuencia y porcentaje de respuestas en el ítem 7

El comité escolar de una pequeña ciudad quiso determinar el número promedio de niños por familia en su ciudad. Dividieron el número total de niños de la ciudad por 50, que es el número total de familias. ¿Cuál de las siguientes frases debe ser cierta si el número promedio de niños por familia es 2.2?

	N	%
<i>a.</i> La mitad de las familias de la ciudad tienen más de 2 niños.	8	2.2
<i>b.</i> En la ciudad hay más familias con 3 niños que con 2 niños.	17	4.6
<i>c.</i> Hay un total de 110 niños en la ciudad.	104	28.3
<i>d.</i> Hay 2.2 niños por adulto en la ciudad.	21	5.7
<i>e.</i> El número más común de niños en una familia es 2.	214	58.3
No sabe /No contesta.	3	0.8

El porcentaje más elevado de profesores en formación, 58.3%, sitúa la media y la moda en posiciones cercanas, respuesta e, lo que indica un desconocimiento de la posición relativa de media, mediana y moda en distribuciones asimétricas, así como el efecto de los valores atípicos sobre el valor de la media. Ello es un síntoma de un conocimiento estadístico puramente algorítmico y de una dificultad de interpretación y aplicación de estos conocimientos a problemas reales. Coincidimos de nuevo con el estudio de Batanero, Godino y Navas (1997), que obtienen este distractor como el más frecuente (70% en su caso).

ANÁLISIS DE RESULTADOS EN EL ÍTEM 8

En el cuadro 8 presentamos los resultados del ítem 8, que evalúa la comprensión del muestreo, efecto del tamaño de muestra y sesgo de equiprobabilidad. En este caso, los profesores en formación escogen en su mayoría la opción correcta

Cuadro 8 Frecuencia y porcentaje de respuestas en el ítem 8

Los García quieren comprar un coche nuevo y han limitado su elección a un Volvo o un Opel. En primer lugar, consultaron un ejemplar de la revista *Información al consumidor* que comparaba las tasas de reparaciones efectuadas a 400 coches y mostraron menos problemas mecánicos con el Volvo que con el Opel. Los García preguntaron entonces a tres amigos. Uno de ellos les dijo que había tenido muchos problemas con un Volvo y tuvo que terminar vendiéndolo. Los García quieren comprar el coche que con menos probabilidades requiera reparaciones serias. Con lo que ahora conoces, ¿cuál coche les recomendarías que comprarán?

	N	%
a. Yo les recomendaría que comprasen el Opel, principalmente por todos los problemas que su amigo tuvo con el Volvo.	18	4.9
b. Les recomendaría que comprasen el Volvo, a pesar de la mala experiencia de su amigo. Su amigo es sólo un caso, mientras que la información mostrada en <i>Información al consumidor</i> está basada en muchos casos. Y, de acuerdo con estos datos, es algo menos probable que el Volvo requiera reparaciones.	269	73.3
c. Yo les diría que no importa el coche que compren. Incluso aunque pudiese ser menos probable que una marca requiera menos reparaciones que el otro, ellos todavía podrían, sólo por azar, cargar con un coche que necesitase un montón de reparaciones. Por tanto, podrían también decidirse según el resultado de lanzar una moneda.	74	20.2
No sabe /no contesta.	6	1.6

en un 73% de los casos. El principal error es el sesgo de equiprobabilidad, en el que los alumnos consideran equiprobables los diferentes sucesos implicados, a pesar de que las frecuencias observadas favorezcan claramente, en un gran número de casos, a uno de los sucesos.

Serrano (1996) plantea a los profesores en formación diferentes ítems relacionados con el sesgo de equiprobabilidad. En todos ellos, la proporción de futuros profesores que lo manifiesta es importante, varía en función de la pregunta, pero supera siempre el 20% que hemos obtenido en nuestro caso. Sin duda, el sesgo de equiprobabilidad está extendido entre los profesores en formación y debe ser objeto de nuestra acción didáctica.

ANÁLISIS DE RESULTADOS EN EL ÍTEM 9

En el cuadro 9 presentamos los resultados del ítem 9, que evalúa la comprensión de aleatoriedad, homogeneidad en una muestra, estimación proporcionada a partir de una muestra y el efecto del tamaño del muestreo sobre la fiabilidad. También evalúa la comprensión de la influencia del método de muestreo sobre la fiabilidad de las encuestas. Puede haber más de una respuesta correcta.

La mayoría de los alumnos parece comprender la idea de sesgo en un muestreo, ya que las dos opciones correctas son elegidas por una amplia proporción de futuros profesores. Los principales errores han sido los siguientes:

- Considerar el muestreo aleatorio simple como único método posible de muestreo (30.8%). Este error es razonable, puesto que en la educación secundaria estos profesores en formación no han sido introducidos a los diferentes métodos de muestreo. Consideramos, sin embargo, este desconocimiento como una carencia importante de estos alumnos, ya que los llevará a no poder comprender el muestreo por conglomerados o estratificado que se usa con frecuencia en sondeos políticos o de consumo.
- No considerar el promedio un buen estimador y no apreciar el efecto del tamaño de la muestra en la reducción de los errores aleatorios (33%). El método estadístico permite compensar los posibles errores de estimación de los sujetos encuestados que tienen un carácter aleatorio y por tanto se producen tanto en defecto como en exceso.
- Considerar que el tamaño de la muestra es sólo el número de conglomerados (80), sin tener en cuenta el tamaño total de la muestra (2 050), error

Cuadro 9 Frecuencia y porcentaje de respuestas en el ítem 9

Una compañía de investigación de mercados fue contratada para determinar cuánto dinero gastan los adolescentes (de edades 13-19) en música grabada (cintas de cassette, discos compactos y discos). La compañía seleccionó aleatoriamente 80 comercios situados por todo el país. Un encuestador permaneció en un lugar interior del comercio y pidió a los transeúntes que parecían tener la edad apropiada que completasen un cuestionario. Un total de 2 050 cuestionarios fue completado por adolescentes. Sobre la base de esta encuesta, la compañía investigadora informó que el adolescente promedio de su país gastaba 155 dólares cada año en música grabada. A continuación, listamos varias frases referentes a esta encuesta. Señala *todas las frases* con las que estás de acuerdo.

	N	%
a. El promedio se basa en las estimaciones de los adolescentes sobre lo que gastaron y, por tanto, podría ser bastante diferente de lo que los adolescentes gastaron realmente.	121	33
b. Deberían haber hecho la encuesta en más de 80 comercios si querían un promedio basado en los adolescentes de todo el país.	92	25.1
c. La muestra de 2 050 adolescentes es demasiado pequeña para permitir obtener conclusiones sobre el país entero.	102	27.8
d. Deberían haber encuestado a adolescentes fuera de los comercios de música.	214	58.3
e. El promedio podría ser una estimación pobre de lo que gastan los adolescentes, ya que los adolescentes no fueron escogidos aleatoriamente para responder al cuestionario.	113	30.8
f. El promedio podría ser una estimación pobre de lo que gastan los adolescentes, ya que sólo se entrevistó a adolescentes que estaban en los comercios.	259	70.6
g. El cálculo de un promedio es inapropiado en este caso puesto que hay mucha variación en cuánto gastan los adolescentes.	57	15.5
No sabe / No contesta.	5	1.4

que es cometido por 25.1% de los profesores en formación, lo que de nuevo muestra el desconocimiento de los tipos de muestreo probabilístico.

- Considerar que la dispersión de los datos no permite la aplicación del método estadístico.

CONCLUSIONES

El estudio de los conocimientos de los profesores en formación sobre conceptos estadísticos elementales proporciona una información valiosa en un punto donde la investigación es prácticamente inexistente y complementa los estudios previos de Batanero, Godino y Navas (1997) y Estepa (1993), con cuyos resultados coincide, aportando otros nuevos.

En general, nuestros resultados fueron mejores que los esperados, ya que en la mayor parte de los ítems los porcentajes de aciertos superan el 50% de casos. No obstante, al ser un tema que deben explicar, los profesores en formación deberían responder correctamente a todos o casi todos los ítems, pero sólo responden en promedio a 12 de las 19 preguntas.

Nuestros resultados indican la presencia de errores conceptuales, algunos comunes a un 20% o más de profesores en formación, entre los que destacamos específicamente:

- No aprecian el efecto de un valor atípico en el cálculo de la media y no son capaces de discernir cuándo un valor es atípico para un contexto dado, limitándose a aplicar rutinariamente la fórmula, sin relacionar con el problema planteado.
- Dan una interpretación cualitativa en lugar de cuantitativa a una probabilidad.
- Dan un planteamiento no probabilístico a un problema de probabilidad (“enfoque en un resultado”) interpretando un caso de probabilidad alta como seguro.
- Confusión entre correlación y causalidad.
- No aprecian el tamaño de la muestra en su relación con el muestreo.
- No comprenden el algoritmo de cálculo de la media, en el sentido de ser capaz de invertirlo.
- Confusión entre las posiciones de media, mediana y moda en distribuciones asimétricas.
- No se aprecia el efecto del sesgo en el muestreo.

Creemos que la presencia de estas concepciones erróneas es un motivo de preocupación e indica la necesidad de reformar la educación que reciben en España estos profesores en formación en relación con la estadística. Un futuro profesor debería dominar los conceptos que debe enseñar a sus alumnos y saber aplicarlos

en problemas sencillos como los propuestos. Asimismo, debería conocer otros conceptos elementales que forman parte de lo que hoy día se conoce como “cultura estadística”, que es parte del bagaje formativo de todo ciudadano, y deberían ser capaces de transmitirlo a sus alumnos. En este sentido, asumimos las recomendaciones de Biehler (1990), sobre la enseñanza de la estadística a futuros profesores y, en particular:

- Enseñarles las convenciones que lleva implícitas una gráfica, por ejemplo, las convenciones gráficas implícitas en la definición del diagrama de la caja son muy diferentes de las convenciones de otras gráficas estadísticas.
- Hacer énfasis en el estudio de las propiedades de una distribución como concepto estadístico y en las medidas de tendencia central.
- Profundizar sobre las diferencias de dispersión cuando se comparan dos distribuciones, así como destacar la importancia del tamaño muestral cuando se realiza un análisis estadístico.

Pensamos también que es importante iniciarlos en la didáctica de la estadística, ya que la formación de profesores no puede limitarse al contenido matemático, sino que debemos guiarlos a la constitución de un conjunto adecuado de intuiciones y a la capacidad de ayudar a sus estudiantes a desarrollar su razonamiento estadístico.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Azcárate P. (1995), *El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad. Su estudio en el caso de la educación primaria*, Tesis doctoral, Universidad de Granada.
- Batanero, C. (2001), *Didáctica de la Estadística*, Granada, Grupo de Investigación en Educación Estadística.
- Batanero, C., A. Estepa y J. D. Godino (1991), “Estrategias y argumentos en el estudio descriptivo de la asociación usando microordenadores”, *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 9, núm. 2, pp. 145-150.
- Batanero, C., J. D. Godino y F. Navas (1997), “Concepciones de maestros de primaria en formación sobre los promedios”, en H. Salmerón (ed.), *Actas de las VII Jornadas LOGSE: Evaluación Educativa*, Universidad de Granada, pp. 310-340.
- Biehler, R. (1990), “Changing Conceptions of Statistics: A Problem Area for Tea-

- cher Education”, en A. Hawkins (ed.), *Training Teachers to Teach Statistics*, Voorburg, International Statistical Institute, pp. 20-38.
- Burgess, T. (2002), “Investigating the ‘Data Sense’ of Preservice Teachers”, en B. Phillips (ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching of Statistics*, Ciudad del Cabo, IASE, CD ROM.
- Cardeñoso, J. M. (1998), *Las creencias y conocimientos de los profesores de primaria andaluces sobre la matemática escolar. Modelización de las concepciones sobre aleatoriedad y probabilidad*, Tesis doctoral, Universidad de Cádiz.
- Curcio, F. R. (1987), “Comprehension of Mathematical Relationships Expressed in Graphs”, *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 18, núm. 5, pp. 382-393.
- (1989), *Developing Graph Comprehension*, Reston, VA, NCTM.
- Estepa, A. (1990), *Enseñanza de la estadística basada en el uso de ordenadores: Un estudio exploratorio*, Memoria de Tercer Ciclo, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- (1993), *Concepciones iniciales sobre la asociación estadística y su evolución como consecuencia de una enseñanza basada en el uso de ordenadores*, Tesis doctoral, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Estepa, A. y C. Batanero (1994), “Concepciones iniciales sobre la asociación estadística”, *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 13, núm. 2, pp. 155-170.
- Estrada, A. (1999), *Análisis de actitudes hacia la estadística*, Memoria de Tercer Ciclo, Departament de Didáctica de les Matemàtiques i les Ciències Experimentals, Universidad Autònoma de Barcelona.
- (2002a), “Actitudes hacia la estadística e instrumentos de evaluación”, en *Actas de las Jornades Europees d’Estadística*, Instituto Balear de Estadística, Palma de Mallorca, pp. 369-384.
- (2002b), *Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado*, Tesis doctoral, Universidad Autònoma de Barcelona.
- Garfield, J. (1991), “Evaluating Students’ Understanding of Statistics: Development of the Statistical Reasoning Assessment”, en *Proceedings of the Thirteenth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Blacksburg, VA, vol. 2, pp. 1-7.
- Gattuso, L. y M. A. Pannone (2002), “Teacher’s Training in a Statistics Teaching Experiment”, en B. Phillips (ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching of Statistics*, Ciudad del Cabo, IASE. CD ROM.

- Konold, C. (1991), "Understanding Students' Beliefs About Probability", en E. von Glasersfeld (ed.), *Radical Constructivism in Mathematics Education*, Dordrecht, Kluwer, pp. 139-156.
- MEC (1988a), *Diseño curricular base para la enseñanza primaria*, Madrid, Ministerio de Educación y Ciencia.
- (1988b), *Diseño curricular base para la Enseñanza Secundaria Obligatoria*, Madrid, Ministerio de Educación y Ciencia.
- (1992), *Decretos de Enseñanza Secundaria Obligatoria*, Madrid, Ministerio de Educación y Ciencia.
- Serrano, L. (1996), *Significados institucionales y personales de conceptos matemáticos ligados a la aproximación frecuencial de la enseñanza de la probabilidad*, Tesis doctoral, Universidad de Granada.
- Silva, C. B., I. M. da Cazorla y M. R. F. Brito (1999), "Concepções e attitudes em relação a estatística", *Conferência Internacional: Experiências e Perspectivas do Ensino da Estatística*, Florianópolis, pp. 18-39.

DATOS DE LOS AUTORES

Asumpta Estrada

Departament de Matemàtica, Facultat de Ciències de l'Educació,
Universitat de Lleida, Lleida, España
aestrada@matematica.udl.es

Carmen Batanero

Departamento de Didáctica de la Matemática, Facultad de Ciencias de la Educación,
Universidad de Granada, Granada, España
batanero@ugr.es

Josep María Fortuny

Departament de Didàctica de la Matemàtica i les Ciències Experimentals,
Universitat Autònoma de Barcelona, Bellaterra (Barcelona), España
JosepMaria.Fortuny@uab.es