

Prototipos y estereotipos en geometría

Sara Scaglia y Susana Moriena

Resumen: En este trabajo se aborda un análisis teórico destinado a esclarecer la pertinencia del uso de dos expresiones terminológicas, *ejemplo prototípico* y *representación gráfica estereotipada*, en el estudio de un problema de investigación sobre el aprendizaje de conceptos geométricos.

La expresión “ejemplo prototípico” se utiliza mucho en el estudio de las dificultades de los alumnos para identificar figuras geométricas y remite a modelos esquemáticos de imágenes de estas figuras.

Los alumnos utilizan estos modelos como puntos de referencia cognitivos y se construyen, entre otras razones, por la utilización frecuente de representaciones gráficas estereotipadas durante la enseñanza de los conceptos geométricos.

La distinción entre *prototipo* y *representación gráfica estereotipada* permite diferenciar entre el esquema mental elaborado por el alumno y el dibujo (habitualmente utilizado en nuestro medio cultural) realizado sobre algún soporte físico que da lugar a la formación de dicho esquema mental.

Palabras clave: conceptos geométricos, aprendizaje, prototipo, representación gráfica estereotipada, análisis conceptual.

Abstract: In this paper, we tackle a theoretical analysis with the object of clarifying the use of two terminological expressions, *prototypical example* and *stereotyped graphic representation*, in the study of a research problem on the learning of geometrical concepts.

The expression “prototypical example” is very used in the study of students’ difficulties to identify geometrical figures and refers to schematic models of them.

These models are used by students as cognitive reference points and are constructed, among others reasons, by the frequent use of stereotyped graphic representations during geometrical concepts teaching.

The distinction between *prototype* and *stereotyped graphic representation*

Fecha de recepción: 9 de enero de 2005.

allows to differentiate the mental diagram elaborated by the student from the drawing (habitually used in our cultural environment), performed about some physical support, which favours the mental diagram's formation.

Keywords: geometrical concepts, learning, prototype, stereotyped graphic representation, conceptual analysis.

INTRODUCCIÓN

Este trabajo es un estudio teórico que tiene como objetivo esclarecer el significado atribuido a los términos utilizados en una investigación sobre el aprendizaje de conceptos geométricos. Nos proponemos reflexionar acerca de la adecuación de dos expresiones terminológicas diferentes en el estudio de un problema de investigación, que consiste en el análisis de las dificultades que tienen los alumnos para reconocer un concepto geométrico cuando su representación gráfica difiere (por ejemplo, en el cambio de posición) de la que usualmente han trabajado en el medio escolar.

Las diversas investigaciones revisadas utilizan el término *prototipo* o *ejemplo prototípico* para referirse a los modelos de imágenes que tienen los alumnos de los conceptos geométricos. Ante la presencia de una representación gráfica de un concepto (un dibujo), comparan esta representación con el modelo del concepto. Si el dibujo posee características visuales distintas a las del modelo, algunos alumnos no reconocen o rechazan esa representación gráfica sin analizar si responde o no a la definición del concepto. Como se pondrá de manifiesto más adelante, en estas investigaciones se presentan algunas diferencias en el uso del término *prototipo*, el cual consideramos necesario aclarar.

Por otra parte, si bien prototipo hace referencia a un modelo de imagen del alumno, este modelo se forma a partir de los sucesivos encuentros con una representación gráfica que posee determinados atributos, que hemos denominado, en nuestra investigación, *representación gráfica estereotipada*.

Esta última expresión no se utiliza por lo general en las investigaciones revisadas. Sin embargo, aquí argumentamos que su uso es necesario, porque permite distinguir entre el esquema mental del alumno (prototipo) y la representación gráfica que dio lugar a la formación de dicho esquema (representación gráfica estereotipada).

Estas representaciones estereotipadas son las que encontramos habitualmente. Es muy sencillo dibujar un rombo a partir del trazado de sus diagonales perpendiculares; algo similar sucede cuando se trata de dibujar un triángulo rectángulo,

un cuadrado o un rectángulo. Los bordes horizontal/vertical del papel se utilizan como guías para el trazado de ángulos rectos. También predominan las representaciones estereotipadas en las formas geométricas que observamos en nuestro entorno. Pensemos en los “rectángulos” observados en aberturas, paredes, muebles o cajas: casi siempre presentan un lado horizontal. Por otra parte, el prototipo de barrilete tiene forma de rombo y se construye de tal manera que la persona que lo remonta lo observa en su posición estereotipada.

Nuestro objetivo será reflexionar acerca de la adecuación de las dos expresiones: *representaciones gráficas estereotipadas* y *ejemplos prototípicos* en el estudio del problema de investigación planteado.

Una de las mayores dificultades con que tropieza la investigación educativa es la “enorme polisemia de buena parte de los conceptos centrales que se utilizan en estos estudios” (Rico, 2001, p. 185). El análisis conceptual trata de resolver esta dificultad, ya que permite al investigador convertir los conceptos en piezas teóricas precisas para el estudio que pretende desarrollar.

El análisis conceptual permite una reflexión previa sobre la cuestión que se quiere investigar, caracterizando aquellos puntos claves que delimitan el problema en estudio y las ideas, conceptos y teorías sobre los que se quiere abordar su resolución. Trata de eliminar las inconsistencias derivadas de la falta de precisión en el significado de los conceptos utilizados (Rico, 2001, p. 186).

En las secciones siguientes presentamos, en primer lugar, una revisión de investigaciones que aportan elementos teóricos para el estudio del problema de investigación. Posteriormente, desarrollamos un análisis conceptual de los términos *estereotipo* y *prototipo*, respectivamente. En las conclusiones, abordamos la conveniencia de la distinción entre ambos términos.

REVISIÓN DE INVESTIGACIONES PREVIAS

Laborde y Capponi (1994) destacan la necesidad de distinguir entre objeto geométrico y dibujo y afirman que la enseñanza de la geometría ignora las relaciones existentes entre ambos. “Un mismo dibujo geométrico se puede interpretar de múltiples formas y, en particular, la percepción interviene en la construcción de una interpretación, siempre y cuando el lector no tenga sólidos conocimientos

teóricos geométricos que le permitan ir más allá de la primera lectura perceptiva” (Laborde, 1996, p. 69). El dibujo puede favorecer o, por el contrario, entorpecer la lectura geométrica, al atraer la atención sobre elementos del dibujo no pertinentes para esa lectura.

Estos autores hablan de un *dominio del funcionamiento* del dibujo: “Conjunto de propiedades geométricas representadas por ciertas propiedades espaciales del dibujo.” “Las propiedades espaciales del dibujo no pueden ser interpretadas como que remiten a las propiedades del objeto, el dibujo está ligado a un *dominio de interpretación*. La posición del dibujo en la hoja de papel está más allá del dominio de interpretación de los dibujos.” Para estos autores, el dominio de interpretación en la enseñanza de la geometría es comúnmente la geometría euclidiana. “Ciertos problemas encontrados en los alumnos se deben precisamente a que trabajan con un dominio de interpretación distinto al de la geometría euclidiana.”

Por su parte, Fischbein (1993) denomina a las figuras geométricas *conceptos figurales*, porque tienen una noble naturaleza: conceptual y figural. La naturaleza conceptual alude a que se trata de entidades ideales abstractas, conceptos genuinos definidos formalmente. La naturaleza figural de las figuras geométricas se refiere a que reflejan propiedades espaciales (forma, posición y magnitud). “Por lo tanto, una figura geométrica puede describirse a partir de sus propiedades *intrínsecamente* conceptuales. Sin embargo, una figura geométrica *no* es un mero concepto, es una imagen, una imagen visual. Posee una propiedad que los conceptos usuales no poseen: incluye una representación mental de propiedad espacial” (Fischbein, 1993, p. 141). Haciendo referencia a las implicaciones que su análisis tiene para la enseñanza, afirma que:

...el proceso de construir conceptos figurales en la mente del estudiante no debería ser considerado un efecto espontáneo de los cursos usuales de geometría. La integración de propiedades figurales y conceptuales en estructuras mentales unitarias, con el predominio de las limitaciones conceptuales sobre las figurales, no es un proceso natural. Debería constituir una principal, continua y sistemática preocupación del docente (Fischbein, 1993, p. 156).

Sin embargo, el tratamiento que se da a los conceptos geométricos en clase dista de ser el adecuado. Berthélot y Salin (1993/1994) afirman que la enseñanza del espacio y de la geometría en la escuela primaria se apoya fundamentalmente sobre una presentación ostensiva de los conocimientos espaciales y el espacio

-geométricos-. Entre las prácticas más difundidas mencionan la ostensión asumida y la ostensión encubierta. En la primera, “el docente presenta directamente los conocimientos, apoyándose sobre la observación ‘dirigida’ de una realidad sensible o de una de sus representaciones, y supone a los alumnos capaces de apropiarse y de entender el empleo en otras situaciones”. En la segunda, el docente no presenta directamente los conocimientos, los disimula detrás de la ficción de que es el propio alumno quien los descubre a partir de los objetos espaciales sometidos a su observación o a su acción. En ambos casos, la responsabilidad de establecer las relaciones entre los conceptos enseñados y la realidad sensible con la que estos conceptos se relacionan recae en el alumno. Berthélot y Salin presentan algunos ejemplos de las dificultades que tienen los alumnos para establecer estas relaciones, las cuales reflejan un déficit o una mala adaptación de sus conocimientos particulares.

Otras investigaciones que abordan algunas confusiones habituales en los alumnos durante el aprendizaje de conceptos geométricos se apoyan en la teoría del prototipo de Rosch. Esta teoría proporciona una explicación sobre la formación de conceptos naturales. Los prototipos son los ejemplos que tienen un mayor “parecido familiar” con el resto de ejemplos del concepto. Un prototipo es “el ejemplar, real o ideal, con los atributos más frecuentes” (Pozo, 1993, p. 97) y es considerado por los sujetos como un miembro más representativo de la categoría que otros miembros.

Schwarz y Hershkowitz (1999, p. 364) afirman que: “cada concepto tiene uno o varios ejemplos prototípicos que se adquieren primero; estos ejemplos prototípicos son en general los que tienen la mayor lista de atributos, todos los atributos críticos del concepto como también algunos *atributos propios* (aquellos atributos que sólo tienen los ejemplos prototípicos)”.

Algunos atributos propios de ejemplos prototípicos mencionados por Hershkowitz (1989, p. 73) son los siguientes:

1. “la posición horizontal/vertical del ángulo recto del triángulo rectángulo prototípico”;
2. “los cuatro lados y los cuatro ángulos iguales del cuadrado como ejemplo de cuadrilátero”;
3. para el concepto de altura, el atributo de estar dentro del triángulo.

Es posible observar algunas diferencias en los ejemplos anteriores. Si bien los ejemplos 2 y 3 hacen referencia específica a aspectos conceptuales de los con-

ceptos involucrados,¹ el primer ejemplo hace referencia a una posición particular de la representación gráfica del concepto geométrico involucrado. Más adelante retomaremos esta idea.

Si tomamos como ejemplo el cuadrado, este cuadrilátero tiene (desde un punto de vista conceptual) un mayor parecido familiar con otros cuadriláteros: posee ángulos rectos como el rectángulo y lados iguales como el rombo. Por esa razón, podría identificarse un cuadrado como prototipo de los cuadriláteros. Esta afirmación coincide en parte con la incluida anteriormente, en la que Hershkowitz (1989) considera que los cuatro lados iguales y los cuatro ángulos iguales constituyen atributos propios del cuadrado, y entonces afirma que esta figura geométrica constituye un ejemplo prototípico de cuadrilátero.

El hecho de que un cuadrado sea considerado como ejemplo prototípico de los cuadriláteros se justifica por razones de índole conceptual: posee atributos propios que son compartidos por algunos cuadriláteros (aunque no por todos). Esto, sin embargo, no tiene relación con la posición particular que puede presentar una representación gráfica determinada del cuadrado.

Matos (1992, p. 107) afirma que son bien conocidos por los investigadores los efectos prototípicos originados por modelos esquemáticos de imágenes. Señala que las características principales de estos prototipos son las siguientes:

1. Una posición preferida; a saber: triángulos, cuadrados, rectángulos y paralelogramos deben tener una base horizontal...
2. Simetría; por ejemplo, no se reconocen los triángulos obtusángulos con sus bases en un lado más pequeño, o un triángulo rectángulo se piensa como un medio triángulo...
3. Una forma balanceada globalmente; a saber: muchos estudiantes no reconocen triángulos “delgados”, triángulos “punteagudos”, o cuadrados extremadamente pequeños.

Las características mencionadas en 1 y 3 se relacionan con aspectos que son irrelevantes desde el punto de vista matemático: la posición (1) y las dimensiones (3) de una figura. En cambio, la presencia de ejes de simetría (mencionada en 2) constituye un atributo conceptual.

De cualquier modo, estas características (irrelevantes o no desde un punto de vista matemático) ejercen una influencia similar en la interpretación de los suje-

¹ Un triángulo tiene las alturas interiores si y sólo si sus tres ángulos interiores son agudos.

tos que evalúan las representaciones gráficas de las figuras geométricas a partir de estos modelos que son puntos de referencia cognitivos.

Gutiérrez y Jaime (1996) afirman que:

...en la formación de la imagen de un concepto que tiene una persona, desempeñan un papel básico la propia experiencia y los ejemplos que se han visto o utilizado tanto en el contexto escolar como en el extra escolar. Con frecuencia, estos ejemplos son pocos y con alguna característica visual peculiar y se convierten en prototipos y en los únicos casos de referencia con los que el estudiante puede comparar casos nuevos.

Así, observamos que el uso de la expresión *ejemplo prototípico* se aplica (en estos casos) a ejemplos básicamente diferentes. Por un lado, una figura geométrica posee atributos conceptuales determinados y, por tanto, es considerada como ejemplo prototípico. Por otro lado, *la representación gráfica* de una figura geométrica posee determinados atributos (por ejemplo, una posición o una relación determinada entre sus dimensiones) y, por tanto, se considera también como ejemplo prototípico.

Es posible considerar entonces que la formación de los prototipos deriva de distintas fuentes relacionadas con características de las representaciones gráficas utilizadas comúnmente. Por un lado, distinguimos los que surgen por la presencia de características conceptuales específicas, que responden a determinado ordenamiento de los contenidos que posiblemente atiendan al desarrollo cognitivo de los alumnos. Por esa razón, se presentan figuras sencillas como cuadrados, rectángulos y triángulos acutángulos en los primeros años escolares. Por otro lado, los prototipos pueden surgir por determinadas características del dibujo, irrelevantes desde el punto de vista matemático, pero que están instaladas en la cultura por economía propia (por ejemplo, es más sencillo dibujar figuras con base horizontal o un rombo a partir de sus diagonales).

A continuación realizamos una interpretación de las afirmaciones de los distintos investigadores considerados. En primer lugar, reconocemos la necesidad de distinguir entre figura geométrica y el dibujo (representación gráfica en papel u otro soporte físico) de ésta. En segundo lugar, reafirmamos la característica peculiar de las figuras geométricas de poseer una doble naturaleza, conceptual y figural, y que, en situaciones en las que el dominio de los conocimientos geométricos es insuficiente, la segunda puede imponerse sobre la primera. También rescatamos de Fischbein la necesidad de promover mediante la enseñanza la for-

mación de estructuras mentales en las que la componente conceptual imponga limitaciones a la figural. Sin embargo, tal como afirman Berthélot y Salin, en las prácticas docentes habituales no se propicia la formación de relaciones entre los conceptos geométricos y el espacio. Por último, retomamos la idea de prototipo como modelo esquemático de imagen utilizada por los alumnos como punto de referencia con el que comparan las representaciones gráficas de las figuras geométricas.

Vamos un poco más allá para considerar que estos prototipos son entidades mentales, alejándonos hasta cierto punto de las interpretaciones que ha establecido Rosch.² Si bien surgen a partir de representaciones gráficas utilizadas predominantemente en la enseñanza, se constituyen en entidades abstractas que residen en la mente del estudiante.

Preferimos utilizar una denominación diferente para las representaciones gráficas de las figuras con características específicas (conceptuales o propias de las figuras) que dan lugar a la formación de prototipos. Reservamos la expresión *representaciones gráficas estereotipadas* para estas representaciones.

ESTEREOTIPOS: ELEMENTOS PARA UN ANÁLISIS CONCEPTUAL

En este apartado abordamos el estudio del término *estereotipo*, utilizando diccionarios de la lengua española y otros diccionarios correspondientes a disciplinas en las que este término tiene significados específicos. En el cuadro 1 incluimos los diversos significados recogidos en cada caso.

En los significados del cuadro 1 aparecen (al menos) dos ideas recurrentes: la repetición (definiciones 3, 4, 11) y la noción de creencia (definiciones 2, 7, 8, 9, 10) compartidas por un grupo cultural determinado.

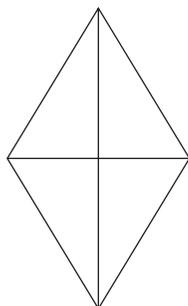
En el problema de investigación definido en la introducción, la repetición se manifiesta en que los alumnos se encuentran en distintas oportunidades con las representaciones gráficas estereotipadas. A modo de ejemplo, en una revisión que hemos realizado sobre libros de texto de nivel primaria, todas las representaciones gráficas observadas del rombo (desde 1º a 6º año de EGB) presentan la posición estereotipada (es decir, con las diagonales paralelas a los bordes horizontal y vertical de la hoja).

² En Pozo (1993) se hace referencia a la ambigüedad atribuida al concepto de prototipo y se menciona el rechazo explícito de Rosch a redefinir la noción como si hiciera referencia a un miembro específico de la categoría o a una estructura mental.

Cuadro 1 Distintos significados atribuidos a los términos estereotipo y estereotipado

Diccionario	Término	Término
<i>Etimológico</i> (Corominas y Pascual, 1984)	Estereotipia	1. Antes <i>estereotipa</i> , con sus derivados <i>estereotípico</i> , <i>estereotipar</i> y <i>estereotipador</i> [...] "impresión, huella, molde".
Real Academia Española (1992)	Estereotipo	2. Imagen o idea aceptada comúnmente por un grupo o sociedad con carácter inmutable.
	Esterotipar	3. Fijar mediante su repetición frecuente un gesto, una frase, una fórmula artística, etcétera.
	Estereotipado	4. adj. fig. Dícese de los gestos, fórmulas, expresiones, etc, que se repiten sin variación.
<i>Uso del Español</i> (Moliner, 1996)	Estereotipado	5. Se aplica a la expresión pluriverbal que tiene una forma fija con la cual se inserta en el lenguaje sin formarla reflexivamente para cada caso. 6. Se aplica al gesto, expresión, actitud, etc, que se adoptan formulariamente y no son expresión de un sentimiento efectivo.
<i>Sociología</i> (Fairchild, 1987)	Estereotipado	7. Convertido en estereotipo. Simplificado en una estructura tipo.
	Estereotipo	8. Creencia popular. Imagen o idea aceptada por un grupo, de ordinario enunciada en palabras y cargada de emoción. Concepción simplificada e incluso caricaturizada de un personaje, personalidad, aspecto de la estructura social o programa social que ocupa en nuestras mentes el lugar de imágenes exactas. Lugar común.
	Respuesta estereotipada	9. Respuesta configurada por una definición de la situación o por un concepto del papel social que ya se hallaban establecidos en la mente de quien responde.
	Respuesta estereotipo	10. Respuesta en forma de palabras o actos que, por las creencias populares de un grupo o sociedad, se ofrecen a un estímulo determinado. Se diferencia de las respuestas determinadas por factores no culturales, de situación y psicológicos.
<i>Psicología</i> (Warren, 1948)	Estereotipia	11. Fenómeno patológico que consiste en la repetición interminable de palabras fragmentarias o aparentemente sin sentido o de movimientos o posturas de igual índole.

Figura 1 Construcción del rombo a partir de las diagonales



Además, es posible que esta representación gráfica sea la que realiza el profesor en la pizarra, porque es muy sencillo dibujar un rombo a partir de dos segmentos perpendiculares que se cortan en su punto medio (véase la figura 1).

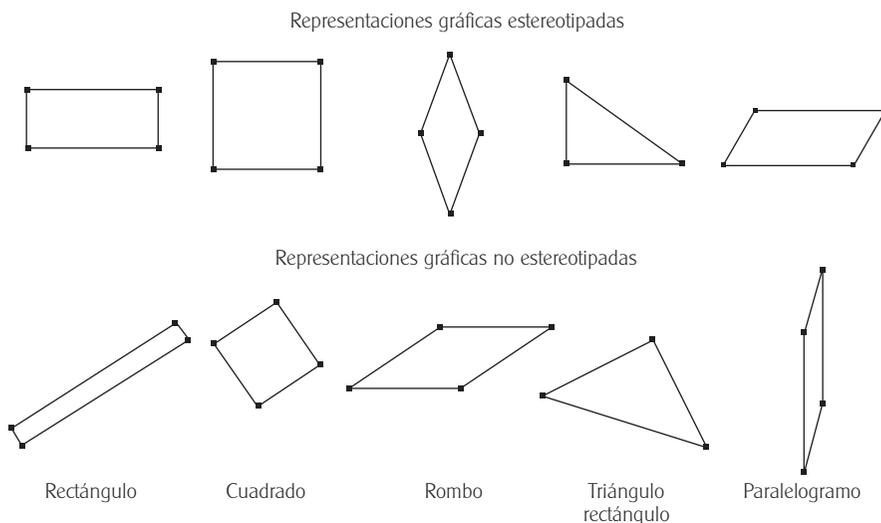
La noción de creencia adoptada en este trabajo es de Ortega y Gasset (1986). Este autor considera que todo aquello que el hombre acepta sin cuestionárselo pertenece al estrato de las creencias. “No llegamos a ellas tras una faena de entendimiento, sino que operan ya en nuestro fondo cuando nos ponemos a pensar sobre algo” (p. 26).

En una indagación realizada (Moriena y Scaglia, 2003), hemos presentado representaciones gráficas de rombos en posiciones diversas a alumnos de 13 años. Los alumnos deben determinar si cada dibujo corresponde a no a la representación gráfica de esta figura geométrica. En general, los alumnos expresan correctamente que las figuras representadas son rombos porque poseen los cuatro lados iguales. Sin embargo, algunos alumnos anteponen a esta afirmación alguna frase que hace referencia a la posición de la figura o al punto de vista adoptado para observarla. Por ejemplo: “si le damos vuelta queda de manera con forma de rombo y además tiene los cuatro lados iguales” (sujeto 35), o “si lo vemos de costado podremos observar que es un rombo con todos sus lados iguales” (sujeto 26).

Estos alumnos conocen correctamente la condición que debe cumplir un cuadrilátero para ser un rombo (cuadrilátero que tiene cuatro lados congruentes). Sin embargo, hacen referencia a la necesidad de observar la figura desde una determinada posición.

La creencia implícita es que el rombo siempre debe presentarse en la posición estereotipada, esto se acepta sin cuestionamiento. Parafraseando a Ortega y Gasset, “cuando se ponen a pensar” si la figura es o no un rombo, la necesidad de que se presente en una posición determinada “opera en el fondo”. La

Figura 2 Algunos ejemplos de representaciones gráficas estereotipadas y no estereotipadas



condición necesaria y suficiente de la definición de rombo (los cuatro lados congruentes) se menciona *a posteriori*.

Como conclusión de las observaciones anteriores, consideramos que algunas figuras geométricas se presentan en nuestro medio cultural mediante *representaciones gráficas estereotipadas*. Esta expresión hace referencia a que son las representaciones gráficas que se presentan con mayor frecuencia (repetición), lo cual da lugar a la creencia de que esa presentación es indispensable para el reconocimiento de la figura geométrica.

En la figura 2 incluimos ejemplos de representaciones gráficas estereotipadas y no estereotipadas de algunas figuras geométricas.

Con respecto al significado etimológico del término estereotipo, en la siguiente sección realizamos algunos comentarios.

PROTOTIPOS: ELEMENTOS PARA UN ANÁLISIS CONCEPTUAL

En el cuadro 2 recogemos las definiciones de prototipo halladas en tres diccionarios diferentes. No hemos hallado este término en los diccionarios de psicología y de sociología, respectivamente.

Cuadro 2 Distintos significados para el término prototipo

Diccionario	Término	Significado
<i>Etimológico</i> (Corominas y Pascual, 1984)	Prototipo	1. V. <i>Tipo tipo</i> . Tomado del lat, "figura, estatua", "carácter de una enfermedad", y éste del griego, "golpe", "huella de un golpe", "carácter grabado", "imagen", "tipo, modelo".
Real Academia Española (1992)	Prototipo	2. Ejemplar original o primer molde en que se fabrica una figura u otra cosa. 3. El más perfecto ejemplar y modelo de una virtud, vicio o cualidad.
	Prototípico	4. adj. Perteneciente o relativo al prototipo.
<i>Uso del Español</i> (Moliner, 1996)	Prototipo	5. Ejemplo o modelo. Primer ejemplar de una cosa que sirve de modelo para hacer otras iguales. 6. Ser que reúne en sí en el más alto grado las características de cierto tipo de cosas y puede representarlas. "Es el prototipo del egoísta."

Los significados del diccionario etimológico para los términos *estereotipo* y *prototipo* guardan cierta similitud. El término "huella" aparece en las dos definiciones. Mientras que los términos que figuran en *estereotipo* (impresión, huella, molde) hacen referencia a una señal que queda al efectuar una acción determinada, algunos términos correspondientes a *prototipo* (golpe, huella de un golpe, carácter grabado) tienen el mismo sentido. Los términos restantes (imagen, tipo, modelo) que figuran en *prototipo* aluden a puntos de referencia que se toman para imitar.

En las definiciones del cuadro 2 encontramos al menos dos acepciones ligeramente diferentes para el término *prototipo*. Por un lado, el *prototipo* se considera el ejemplar que se utiliza como primer modelo para construir otros similares (definiciones 2 y 5). Por el otro, recibe el nombre de *prototipo* el ejemplar que reúne en mayor grado las características de una cualidad o concepto (definiciones 3 y 6).

A continuación, analizaremos la posible relación de cada una de las acepciones anteriores con el problema de investigación planteado en la introducción.

Retomando el ejemplo del rombo, hemos mencionado que la representación gráfica observada usualmente en libros de texto es la que presenta sus diagona-

les paralelas a los bordes horizontal y vertical del folio. Podemos conjeturar que, durante esos primeros encuentros, el alumno utiliza esa representación gráfica para elaborar un esquema mental que usará como “primer ejemplar”, “que sirve como modelo para hacer otros iguales” (parafraseando la definición 5).

La posición particular de la figura es irrelevante desde el punto de vista geométrico. Sin embargo, el alumno puede asumirla como una condición necesaria, ya que está presente en su esquema mental y, por tanto, espera encontrarla en todas las representaciones gráficas del rombo.

Con respecto a la posible relación con la segunda acepción, conjeturamos que el esquema mental que posee constituye: “el más perfecto ejemplar y modelo” de rombo. Otra vez, aunque no haya razones matemáticas para ello, el alumno podría estar influido por la presencia de la representación gráfica estereotipada de manera reiterada.

REFLEXIONES FINALES

En este artículo hemos examinado dos expresiones diferentes, a fin de analizar su adecuación en el estudio de un problema de investigación.

A partir de la discusión desarrollada en torno a las acepciones diferentes del término *prototipo* halladas en los diccionarios y al uso de la expresión *ejemplo prototípico* por diferentes investigadores, concluimos que un prototipo es una imagen mental.

Desde el punto de vista de la interpretación del alumno, el prototipo de rombo (por ejemplo) posee las diagonales incluidas en las rectas horizontal y vertical, respectivamente. Se trata de la imagen mental que posee el alumno del rombo y se considera como “primer ejemplar” y como “el más perfecto ejemplar”.

Por otra parte, esta imagen mental se ha formado a partir del encuentro reiterado con representaciones gráficas de la figura con determinadas características (conceptuales o propias del dibujo). Esta representación gráfica constituye (desde nuestro punto de vista) una representación gráfica estereotipada, porque es la que se encuentra con mayor frecuencia, y forma parte del acervo cultural por diversas razones, entre otras, porque es más adecuada para trabajar en los primeros años de escolaridad o porque simplifica razonablemente la representación gráfica.

La distinción entre *prototipo* (imagen mental) y *representación gráfica estereotipada* (dibujo comúnmente utilizado, instalado en nuestra cultura) aporta

nuevos elementos para la discusión de las dificultades de los alumnos. La expresión *ejemplos prototípicos* se ha utilizado en la literatura de investigación (en algunos casos) de manera ambigua o, en todo caso, sin aclarar si se trata de un dibujo o de una entidad abstracta. Tomamos partido por la consideración de *prototipo* como una entidad mental. Reservamos, en cambio, el adjetivo *estereotipado* para las representaciones gráficas utilizadas a menudo por dos razones relacionadas con los significados hallados para el término: la repetición y la creencia culturalmente compartida.

El problema investigado consiste en el análisis de las dificultades que tienen los alumnos para reconocer un concepto geométrico cuando la representación gráfica de ese concepto difiere de la que usualmente han trabajado en el medio escolar.

Una representación gráfica no estereotipada genera en los alumnos una respuesta inadecuada desde el punto de vista matemático. Esta respuesta se origina porque el alumno compara la representación gráfica dada con un esquema mental (prototipo) de la figura geométrica que no coincide con ella.

Las representaciones estereotipadas aparecen con mayor frecuencia en los libros de texto y, muy posiblemente, en los dibujos que realiza el docente en el pizarrón. Los prototipos (esquemas mentales) a que conducen estas representaciones gráficas estereotipadas son fundamentales para el aprendizaje de los conceptos geométricos, ya que constituyen puntos de referencia cognitivos. Sin embargo, constituyen el origen de ciertas dificultades que tienen algunos alumnos durante la identificación de figuras geométricas.

Como consecuencia de este análisis, asumimos que, durante la enseñanza, se debe proporcionar la oportunidad a los alumnos de elaborar prototipos que no estén influidos por características visuales irrelevantes desde el punto de vista matemático. Una manera de alcanzar este objetivo es evitar la utilización exclusiva de representaciones gráficas estereotipadas. El uso de algún software geométrico dinámico para la enseñanza de la geometría podría ayudar a la elaboración de prototipos basados, sobre todo, en características conceptuales relevantes.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos las sugerencias aportadas por Ángel Gutiérrez y Moisés Coriat a una versión previa de este trabajo, las cuales han permitido mejorarlo sustancialmente. Asumimos, por supuesto, la responsabilidad por las dificultades que aún persistan.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Berthélot, R. y M.H. Salin (1993/1994), "L'enseignement de la géométrie à l'école primaire", *Grand N*, núm. 53, pp. 39-56. (Extraído de <http://did-aspti-edu.ch/~dm/ForBase/MET1/2002/10aLezione/materiali/BerthelotSalin2.html>)
- Corominas, J. y J.A. Pascual (1984), *Diccionario crítico etimológico castellano hispanico*, Madrid, Gredos.
- Fairchild, H.P. (ed.) (1987), *Diccionario de sociología*, México, Fondo de Cultura Económica.
- Fischbein, E. (1993), "The Theory of Figural Concepts", *Educational Studies in Mathematics*, núm. 24, pp. 139-162.
- Gutiérrez, A. y A. Jaime (1996), "Uso de definiciones e imágenes de conceptos geométricos por los estudiantes de Magisterio", en J. Giménez, S. Llinares y V. Sánchez (eds.), *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*, Granada, Comares, pp. 143-170.
- Hershkowitz, R. (1989), "Visualization in Geometry. Two Sides of the Coin", *Focus on Learning Problems in Mathematics*, vol. 11, núm. 1, pp. 61-76.
- Laborde, C. (1996), "Cabri-géométra o una nueva relación con la geometría", en L. Puig y J. Calderón (eds.), *Investigación y didáctica de las matemáticas*, Madrid, Ministerio de Educación y Ciencia, pp. 67-85.
- Laborde, C. y B. Capponi (1991), "Cabri-Géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, pp. 14, 12.
- Matos, J.M. (1992), "Cognitive Models in Geometry Learning", en J.P. Ponte, J.F. Matos y D. Fernández (eds.), *Mathematical Problem Solving and New Information Technologies*, Nueva York, Springer Verlag, pp. 93-112.
- Moliner, M. (1996), *Diccionario de uso del Español*, Madrid, Gredos.
- Moriena, S. y S. Scaglia (2003), "Efectos de las representaciones gráficas estereotipadas en la enseñanza de la Geometría", *Educación Matemática*, vol. 15, núm. 1, pp. 5-19.
- Ortega y Gasset, J. (1986), *Ideas y creencias*, Madrid, Alianza Editorial.
- Pozo, J.I. (1993), *Teorías cognitivas del aprendizaje*, Madrid, Morata.
- Real Academia Española (1992), *Diccionario de la Lengua Española*, Madrid, Espasa-Calpe.
- Schwarz, B. y Hershkowitz, R. (1999), "Prototypes: Brakes or Levers in Learning the Function Concept? The Role of Computer Tools", *Journal for Research Mathematics Education*, vol. 30, núm. 4, pp. 362-389.

Warren, H.C. (ed.) (1948), *Diccionario de psicología*, México, Fondo de Cultura Económica.

DATOS DE LAS AUTORAS

Sara Scaglia

Facultad de Humanidades y Ciencias, Universidad Nacional del Litoral Santa Fe,
Argentina
scaglia@fhuc.unl.edu.ar

Susana Moriena

Facultad de Humanidades y Ciencias, Universidad Nacional del Litoral Santa Fe,
Argentina
smoriena@fhuc.unl.edu.ar