Prácticas cotidianas y conocimiento sobre las fracciones. Estudio con adultos de escasa o nula escolaridad

Alicia Ávila

A la memoria de Guillermina Waldegg

Resumen: El artículo aborda el conocimiento sobre las fracciones que se desarrolla en las prácticas cotidianas. Sobre la base de entrevistas a 36 personas adultas con escasa o nula escolaridad, se muestran los contextos en que se construyen dichos conocimientos y se identifican sus alcances y límites. Destaca el hecho de que los conocimientos sobre las fracciones –en cuanto sistema relacional que implica orden y equivalencia– no rebasan el manejo de los medios, los cuartos y los *medios cuartos*, término generado en la cotidianeidad para referirse a lo que desde la matemática convencional conocemos como octavos. Se destaca que las situaciones de medición son la fuente principal de los conocimientos sobre las fracciones y que la asistencia a la escuela no es factor esencial en el conocimiento que desarrollan las personas sobre este campo numérico.

Palabras clave: fracciones, actividad y conocimiento, aprendizaje fuera de la escuela, génesis y psicogénesis, educación de jóvenes y adultos.

Résumé: Cet article traite de la connaissance des fractions développée dans l'activité quotidienne. Sur la base d'entretiens avec 36 adultes de faible ou nulle scolarité, on peut voir les situations qui permettent de construire les connaissances sur les fractions et souligner sa portée et ses limites.

Il est remarquable que la connaissance sur ce cadre numérique –en tant que système qui implique l'ordre et l'équivalence– ne dépasse pas la moitié, le quart et le *demi-quart*, mot généré dans la vie quotidienne pour se référer à ce qui dans les mathématiques institutionnelles est connu comme huitième. Il est remarquable aussi que les situations de mesure soient la source principale de la connaissance sur les fractions, tandis que le partage semble avoir très peut d'importance dans ce sens. À la fin, on constate que le niveau de scolarité n'a pas d'incidence sur les connaissances liées à ce cadre numérique des adultes interrogés.

Fecha de recepción: 26 de febrero de 2006.

Mots-clés: fractions, activité et connaissance, apprentissage hors de l'école, genèse et psychogenèse, éducation des jeunes et des adultes.

INTRODUCCIÓN

Diversos estudios realizados en América Latina en las postrimerías del siglo XX mostraron que las personas sin escolaridad desarrollan conocimientos matemáticos importantes como resultado de sus actividades cotidianas. La mayoría de estos trabajos se orientó a estudiar el uso de la aritmética. La indagación permitió comprobar que el manejo del dinero y los cálculos con la moneda corriente son fuente fundamental de concepciones y destrezas relacionadas con los números naturales y sus operaciones (cf. Mariño, 1983; Carraher, Carraher y Schlieman, 1987; Ávila, 1990; Carvalho, 1995). Los resultados arrojados permitieron modificar las concepciones vigentes en torno a las personas sin escolaridad –que hasta entonces se consideraban ignorantes absolutos– y dieron pie a interesantes aunque incipientes propuestas de aprendizaje formal (por ejemplo, Mariño (s.f.); Carvalho, 1995; Delprato, 2002).

A pesar del amplio valor de los estudios antes mencionados, es posible señalar que sus alcances no rebasan la aritmética de los números naturales. Los estudios sobre las fracciones en cuanto saber resultado de la experiencia vital son mucho más escasos que los difundidos acerca de los números naturales y el cálculo con ellos. De hecho, en nuestra revisión bibliográfica, el único estudio que identificamos sobre el tema es el de Soto y Rouche, que tuvo como propósito estudiar las habilidades y estrategias de cálculo de un grupo de campesinos chilenos cuya condición específica los obligaba a calcular el costo-beneficio de sus cosechas. Los autores de este trabajo llegaron a la siguiente conclusión: "Los campesinos entrevistados manifiestan algunas dificultades frente a la notación formal de las fracciones y en las operaciones formales con números fraccionarios. Pero hacen 'lecturas' correctas de las fracciones y crean procedimientos operatorios adecuados" (Soto y Rouche, 1995, p. 89).

Esta conclusión nos parece limitada, por lo que consideramos pertinente profundizar la indagación acerca de las prácticas que involucran este tipo de números y los saberes que de ellas pudieran derivarse. Es fácil imaginar, por ejemplo, que las personas se enfrentan a situaciones vinculadas a las acciones de medir (el peso, la capacidad, el volumen) y que estas exigencias involucran números distintos de los que sirven para contar: los números fraccionarios o fracciones. De manera distinta, no resulta tan simple hacer suposiciones acerca de si las acciones de repartir son frecuentes en la vida cotidiana y, sobre todo, si dichas acciones obedecen a criterios de equidad y exhaustividad, tal como ocurre en la matemática convencional.

Por tal razón, indagué con un grupo de colaboradores acerca de los saberes que se han construido sobre las fracciones a partir de las actividades y prácticas que se realizan cotidianamente. El término cotidiano –de acuerdo con J. Lave– no denota una división entre la vida doméstica y el trabajo, los ámbitos privados o públicos o el trabajo rutinario y el creativo. Como dice esta autora: lo "cotidiano" no ocupa un momento del día, no constituye un rol ni un grupo de actividades, ocasiones sociales determinadas o entornos de actividades. El mundo cotidiano es sólo eso, lo que la gente hace en sus ciclos normales de vida diaria, semanal o mensual (Lave, 1991, pp. 29-30).

Una vez hecha esta precisión, regreso al hilo principal de la exposición. Por una parte, busqué delimitar el universo del saber construido sobre los números fraccionarios y las situaciones que generan y estructuran dicho conocimiento. Esta perspectiva coincide con los estudios de Lave (1991) o Scribner (1997), los cuales han logrado una amplia difusión. Sin embargo, con una orientación distinta de la adoptada por estas investigadoras, reconozco que la educación formal para jóvenes y adultos es tanto un hecho vigente como una acción necesaria y subrayo el valor de los lenguajes (incluido el matemático) que ahí se comunican. Por ello, sobre la base de los resultados obtenidos, en vez de menospreciar el valor de lo escolar a partir de resaltar las diferencias entre uno y otro tipo de saber, dejo abierta la reflexión y la discusión de los puntos de partida y los posibles trayectos en el aprendizaje formal de la temática aquí analizada.

Como base de nuestra investigación nos planteamos una serie de preguntas y respuestas simplemente descriptivas asociadas a los números fraccionarios: ¿Qué se hace con las fracciones en la actividad cotidiana? ¿Cuán útiles y necesarias les son a las personas? ¿Cuáles entornos y situaciones determinan el conocimiento que sobre ellas se construye? ¿Son la medición, el reparto y la proporcionalidad relevantes como productores de conocimientos sobre las fracciones? ¿Cuáles conocimientos se producen en torno a las fracciones en la interacción con dichas situaciones?

En lo que sigue informo acerca de cómo se llevó a cabo el estudio y algunos de sus principales resultados.

El problema de las fracciones

Como es bien sabido, las fracciones tienen múltiples significados que derivan del tipo de situaciones a las que pueden asociarse en el mundo real. Dichos significados han sido reconocidos tanto por matemáticos como por investigadores educativos (por ejemplo, Peterson y Hashisaki, 1969; Freudenthal, 1983; Kieren, 1983 y 1988, entre otros). Así, por ejemplo, la fracción $^1/_2$ puede representar un trozo de un pastel *dividido* en dos partes iguales; también puede representar el resultado de *repartir* un chocolate entre 2 niños, puede referirse, además, a la *proporción* de café y azúcar vertidas en una taza (una cucharada de café por dos de azúcar) o a la *longitud* de un lienzo si se utiliza un metro como unidad de medida.

Por otra parte, los desarrollos curriculares alcanzados hasta ahora en la educación matemática de jóvenes y adultos señalan que los procesos de aprendizaje formal deberían vincularse con la experiencia previa y sustentarse en los saberes construidos en dicha experiencia.[1] Si bien tal vinculación no es condición suficiente, sí es condición indispensable para construir propuestas de promoción de aprendizaje que respondan a los intereses y modos de construir el conocimiento de las personas (Ávila y Waldegg, 1997). Así pues, para el caso que nos ocupa, conviene conocer qué tipo de experiencias son fuente primaria de las concepciones que se han construido sobre las fracciones, puesto que éste es un tema central de la aritmética que se comunica en la educación básica de jóvenes y adultos.

Teniendo como telón de fondo las preocupaciones antes expuestas, enfrentamos a un grupo de personas a las diversas situaciones que –según nuestros supuestos– generarían conocimientos sobre las fracciones en la actividad cotidiana: los repartos, la medición y el cálculo de proporciones. En este escrito informo sólo los resultados obtenidos mediante:

- las situaciones de reparto (en las que se hace necesario fraccionar la unidad);
- las situaciones de medición (con el kilo, el litro y el metro).

Estas situaciones corresponderían a las dos grandes líneas trazadas por Freudenthal (1983): la fracción como *fracturador* y como *comparador*.

[1] Esta tendencia se observa ya en los textos titulados *Nuestra cuentas diarias* (Ávila *et al.*, 1986), editadas en México por el Instituto Nacional para la Educación de los Adultos; o en la propuesta curricular de Açao Educativa en Brasil (Masagao Ribeiro, coord., 1997).

ESTRATEGIA DE INVESTIGACIÓN

Características de la población

Interrogamos a 36 personas adultas: 17 sin escolaridad o iniciando un proceso de alfabetización; 6 que recién habían terminado un curso de alfabetización y 13 que en su infancia habían cursado hasta tercero, cuarto o quinto grado de primaria. Los cuadros 1, 2 y 3 resumen las características principales de nuestros interrogados:

Cuadro 1 Escolaridad de los sujetos participantes

Sin escolaridad o iniciando un proceso de alfabetización (Grupo 1)		Recién alfabetizados (Grupo 2)		Con tres, cuatro o cinco años de escolaridad (Grupo 3)	
Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres
7	10	2	4	7	6

Cuadro 2 Ocupación por grupo de escolaridad

Grupo 1		Grupo 2		Grupo 3	
Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres
1 agricultor	3 empleadas domésticas	1 albañil	1 empleada doméstica	1 agricultor	2 empleadas domésticas
2 carpinteros	1 ama de casa	1 vendedora de fruta	1 empacadora de fruta	2 albañiles	1 ama de casa
1agricultor/ albañil	1 cocinera		1 empleado de servicios de limpieza	1 obrero	3 comerciantes
1 cajero	1 obrera		1 ayudante de costura	1 repartidor	
1 empleado	2 comerciantes			1 policía	
	1 vendedora de periódicos			1 ferrocarrilero	
	1 campesina				

Cuadro 3 Edad

22-30 años		31-40 años		41-50 años		51-60		61-70		71-75	
H	M	H	M	H	M	H	M	H	M	H	M
1	3	4	3	4	6	4	5	2	1	1	2

Inicialmente pensamos dividir nuestra población en dos grupos de sujetos –*alfabetizados* y *no alfabetizados*– y, de la manera que se antoja más obvia, identificábamos estos adjetivos con *asistió a la escuela* o *no asistió a la escuela*. Sin embargo, en el terreno tal criterio no era útil. Lo mismo encontrábamos personas que, habiendo asistido en su infancia a la escuela, no sabían leer ni escribir, que personas que, sin haber ido a ella, habían aprendido a leer y, aunque en menor medida, también a escribir. Había quienes sabían leer, porque lo habían aprendido "no sabían dónde" y que, sin embargo, por no haber asistido a la escuela, manejaban sólo cálculo mental y utilizaban estrategias similares a las empleadas por analfabetos reportadas en estudios previos. Basados en esta realidad, decidimos una estratificación que, aunque arbitraria hasta cierto punto, operacionalmente resultó útil:

1. *Personas sin escolarización o iniciando un proceso de alfabetización*. Estos adultos no habían aprendido los mecanismos escolares de cálculo o, a lo sumo, los de la suma y la resta con dígitos y *no habían tenido contacto con las formas escolares de las fracciones* (a lo largo del escrito nos referiremos a ellos como *grupo 1*).
2. *Personas que habían concluido un curso de alfabetización*. Estos adultos habían estado en contacto durante varios meses con las formas escolares de cálculo más elementales, es decir, con números hasta el 100 y con las cuatro operaciones aritméticas; *tampoco habían tenido contacto con las formas escolares de las fracciones* (nos referiremos a ellos como *grupo 2*).
3. *Personas que habían cursado hasta tercero o cuarto grado de primaria* (en su infancia o ya adultos) y que, por esa razón, *habían estado en contacto* durante tiempo relativamente prolongado con los algoritmos de cálculo convencionales y *con las formas escolares de las fracciones* (nos referiremos a las personas con estas características como *grupo 3*).

Cabe subrayar que sólo las personas del grupo 3 habían tenido experiencia escolar con las fracciones. Sin embargo, conformamos los grupos 1 y 2 –aunque las personas incluidas en uno y otro grupo no habían tenido experiencia escolar con este tipo de números– con la hipótesis de que el contacto con los lenguajes simbólicos escolares que poseían las del grupo 2 podría hacer alguna diferencia en el acercamiento a los números mencionados.

Estrategia de recolección y análisis de datos

La recolección de datos se efectuó mediante entrevistas individuales basadas en la técnica del interrogatorio crítico. Se realizó una entrevista con cada uno de los sujetos a partir de 36 preguntas y problemas orientados a indagar las ideas construidas alrededor del concepto de fracción y la capacidad de operar con las fracciones. El interrogatorio se ajustaba de acuerdo con las respuestas iniciales que obteníamos.

En promedio, el tiempo de trabajo con cada uno de los participantes fue de dos horas. Las entrevistas se apoyaron, para algunas de sus preguntas, en la presentación de láminas que incluían diversos números fraccionarios (anuncios y envases), tarjetas con fracciones no contextualizadas y situaciones de proporcionalidad asociadas al contexto de precios y mezclas. Las entrevistas fueron audiograbadas y transcritas textualmente, así como complementadas con notas sobre las actitudes de los interrogados, sus manipulaciones y producciones escritas, cuando éstas últimas existían.

En el análisis de los datos se combinaron dos estrategias:

- Un análisis cualitativo donde el interés básico fue describir los usos de los conceptos abordados, así como los saberes y habilidades desarrollados a partir de dicho uso.
- Un análisis cuantitativo que, sustentado en la prueba de la χ^2, permitió hacer afirmaciones en relación con la influencia de la escolaridad sobre los conocimientos y habilidades para operar con las fracciones mostrados por las personas que formaron nuestro grupo de estudio. Los aspectos cuantitativos del estudio no se abordan en este artículo.

Las situaciones-problema presentadas eran postuladas semejantes a las que se enfrentan cotidianamente las personas: repartir alimentos, comprarlos por kilos o litros, etc. Estas situaciones se presentaban oralmente y se repetían las veces que fuera necesario para que los entrevistados mantuvieran en la memoria los datos del problema. Asimismo, se pidió a las personas que resolvieran los problemas "como quisieran", para ello, se les proporcionaba lápiz y papel, por si consideraban necesario utilizarlos.

LA FRACCIÓN COMO REPARTO: ALGUNOS RESULTADOS

Para indagar este tema, se presentaron situaciones en las que se solicitaba repartir uno o más objetos entre varias personas. Los objetos eran "naturalmente divisibles": pasteles, jaleas y gelatinas. Nuestra hipótesis era que tanto la medición como los repartos se relacionaban con vivencias cotidianas y que, por consiguiente, la interacción con ellas nos mostraría los conocimientos y destrezas construidas en la vida. Las respuestas que analizaremos fueron dadas a las dos siguientes situaciones:

- Si una señora hace un pastel de elote y lo reparte entre tres personas de manera que a las tres les toque un pedazo del mismo tamaño, ¿cuánto le tocará a cada persona? (reparto de una unidad en tercios).
- Una señora hizo una gelatina de limón, una de fresa y una de piña. Va a repartirlas entre cuatro personas y quiere que a todas les toque igual cantidad y de los tres sabores. ¿Cómo puede partir las gelatinas? ¿Cuánta gelatina le tocará a cada una de las cuatro personas? (reparto en cuartos de un *todo* constituido por tres objetos).

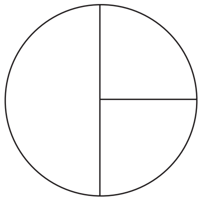
La selección de fracciones con denominador 3 y 4 obedeció a nuestra creencia de que serían familiares para las personas. Aunque en la prueba del guión de entrevista observamos que el denominador 3 no parecía de uso corriente, la decisión de mantener las preguntas respectivas nos permitió recoger información sobre el límite del saber cotidiano en torno a los números objeto de nuestro estudio.

Las respuestas construidas fueron bastante diversas en cuanto a las concepciones y habilidades que revelan. Considerando que la noción de fracción implica equitatividad y exhaustividad y que, para referirse a las fracciones, se hace necesario el uso de cierto lenguaje, las respuestas se analizaron e interpretaron de acuerdo con tales criterios.

Reparto en tercios

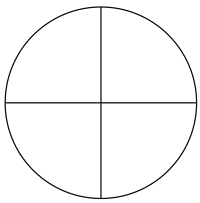
Repartos no equitativos o no exhaustivos

En algunos casos, el reparto no se hizo equitativamente, ni siquiera de manera aproximada, en vez de ello se dieron respuestas como la de Lucía (del grupo 1), quien dibuja:



Y luego dice: [Le toca] *"la mitad a una y un cuarto a otros"*.

En otros casos, la exhaustividad no fue motivo de preocupación, como se observa en la respuesta de Juan (también del grupo 1) que dibuja lo siguiente:



Luego dice: *"Sobraría un cuarto"*.

Como se puede apreciar en estas respuestas, las personas dejan de considerar o bien la equitatividad o bien la exhaustividad; parece irrelevante que sobre parte de lo que se distribuye, o bien que no le corresponda a cada quien un pedazo del mismo tamaño.

Se ve en lo anterior una escasa familiaridad con la partición en tercios manifestada no sólo por el no respeto a la exhaustividad o a la equitatividad, sino también por la falta de destreza al hacer los repartos,[2] e inclusive en el asombro de algunos

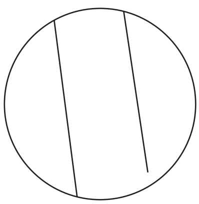
[2] Se hace necesario pensar antes de realizarlos, como si no se tuviera un esquema previo que permitiera resolverlos de manera más o menos automática.

al solicitárselos. Por ejemplo, Miguel (grupo 1), al pedírsele que repartiera el pastel entre tres personas, se sorprende y dice: "¡Ay, caray!" Rafael (grupo 3) –a pesar de sus destrezas con fracciones de denominador 2 y 4– hace aún más explícita la escasa familiaridad con este tipo de tareas: "Vamos a ver si sale, porque nunca he partido pasteles por tres". Finalmente, Rafael reparte equitativa y exhaustivamente utilizando un corte en Y –similar al que circula en las escuelas–, pero no utiliza el término tercio para denominar el resultado del reparto. Al igual que en la mayoría de nuestros interrogados, es obvia la inexperiencia con dicho término. Pero no es éste el nivel de conocimiento mostrado por todos los participantes en relación con los tercios. Al parecer, algunos cuentan con un poco más de experiencia con este tipo de repartos y hacen repartos aproximados.

Repartos aproximados

Algunas de las personas entrevistadas dividieron el pastel en *tercios* partiendo directamente en tres partes, aunque sólo de manera aproximada. Aunque este tipo de partición significa un progreso en relación con la bipartición antes observada, se manifiesta inexperiencia para anticipar tanto las acciones de partición como la fracción producto de dichas acciones.[3] Leamos, si no, el siguiente diálogo:

> E: Si una señora quiere repartir un pastel entre tres personas para que a todas les toque lo mismo, ¿cómo lo repartiría?
>
> Fra: Lo partiría así, maestro *[sobre el dibujo del pastel traza 2 líneas]*.



[3] Hablamos de progreso considerando que J. Piaget y sus colaboradores identificaron en niños pequeños una génesis en la subdivisión de áreas y el concepto de fracción que ubica la bipartición como forma de partición que precede a la subdivisión en tres partes (Piaget, Inhelder y Szeminska, 1966).

E: ¿Y cuánto le tocaría a cada uno?
Fra: Pues un cuarto a cada quien. ¿O qué?
E: ¿Un cuarto a cada quien?
Fra: O la mitad... Las tres personas son... Pues sí, maestro, porque si fuera la mitad, le tocaría la mitad a cada quien.
E: ¿Y entonces les toca?...
Fra: Un cuarto a cada quien (Francisca, grupo 1).

Francisca no utiliza la bipartición y divide directamente en las tres partes que la situación exige, pero no tiene a su disposición el término *un tercio* para denominar el resultado de la partición que ha realizado, lo que no obsta para que su reparto sea bastante aproximado. Otras personas que también parten directamente en tres van más allá que Francisca y deciden introducir nuevos términos para nombrar cada una de las partes obtenidas, como Blanca, que nos dice:

Blanca: Le tocaría más de a cuarto.
E: ¿Y cómo se llamaría esa parte?
Blanca: La llamaría... cuarterón (Blanca, grupo 1).

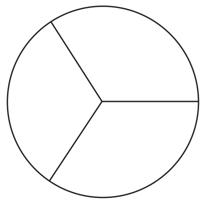
Hay quien mostró mayores destrezas para hacer los repartos entre tres, aunque el término tercio siguiera siendo desconocido, y generó *repartos correctos*[4] *pero sin uso del lenguaje convencional.*

Repartos correctos y ausencia de lenguaje convencional

Este caso se ejemplifica con los siguientes diálogos:

E: ¿Y si hiciéramos un pastel *[se presenta el dibujo de un pastel circular]* y lo quisiéramos repartir entre 3 personas...?
Cruz: ¿Para sacarle el pastel para 3 personas?... tres partes... *[se queda pensativo, no hace nada].*
E: ¿No lo quiere repartir ahí en el dibujo?
Cruz: Pues aquí sería... *[dibuja]:*

[4] Utilizamos el término *correcto* para referirnos a los repartos exhaustivos y equitativos (en los términos relativos en los que la situación concreta permite esto último).



Cruz: Ahí tiene usted. A una persona le daríamos éste *[señalando una parte en el dibujo]*, a otra, éste y a otra, éste.

E: ¿Y usted cree que podríamos llamar de alguna manera a cada pedazo, ponerle nombre?

Cruz: *[Piensa]* Sí, un pedazo.

E: Pero por ejemplo: así como una mitad o un cuarto...

Cruz: Sí, también, porque por ejemplo lo que pese de este lado *[señala un trozo]* va a pesar también de acá; por ejemplo: medio kilo o un cuarto de kilo.

E: Pero si no sabemos cuánto pesa el pastel, ¿no podemos buscar un nombre, así como "la mitad", si partimos en dos?

Cruz: Ah, también $^1/_4$, $^1/_4$ y $^1/_4$ *[va señalando los trozos en el dibujo]*.

E: Pero otra persona me dijo que un cuarto era así *[dibuja un pastel dividido en cuartos]*.

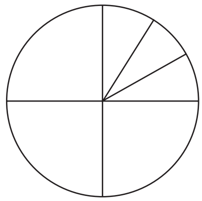
Cruz: No, éstos *[los tercios]* son más enteros... más grandes... porque de acá *[en el pastel dividido en cuartos]* salió uno más y de aquí *[en el dividido en tercios]* salieron tres medios, nada más.

E: ¿Pero entonces no hallamos otro nombre para decirle a este pedazo?

Cruz: No, a ese no le hallo (Cruz, grupo 1).

Al igual que la mayoría de los entrevistados, Cruz desconoce el tercio como lenguaje fraccionario; seguramente el término no le ha sido necesario en su vida cotidiana; es distinto con los medios o los cuartos, pues este último término le sirve incluso de "comodín" para referirse a la parte resultante.

Otro tipo de respuestas correctas "sin denominación" son las que utilizan el siguiente procedimiento para repartir entre tres: partir en cuartos y luego partir en tercios el cuarto sobrante. Tres mujeres (Marcela, Julia y Angelina), cada una con diferente nivel de escolaridad, repartieron de esta manera:



En este tipo de repartos (correctos) se advierte el apoyo de los cuartos –obtenidos mediante bipartición– para llegar a la respuesta, la cual expresa un reparto exacto: $^1/_4 + (^1/_3$ de $^1/_4)$.[5]

También hubo quienes en sus respuestas mostraron conocimiento de los tercios, pero si bien fueron 16 personas las que realizaron un reparto exacto cuando aquellos estaban implicados, sólo 6 de entre estas personas (y únicamente uno ubicado en el grupo 3) utilizaron la denominación *tercios* o *tercera parte*.

Reparto y denominación convencionales

Unos cuantos adultos respondieron usando las formas convencionales e incluyendo el término tercios. Un caso que destaca en este sentido es el de Ambrosio, campesino analfabeto, quien nos dice: "¿Se reparte en tres?... toca un tercio". El conocimiento que tiene de esta fracción lo muestra también al decirnos: "Lleva más el que lleva media gruesa de naranjas, porque el tercio de gruesa ya son tres partes, y la media nomás es la mitad, nomás dos". Ambrosio hace referencia implícitamente a la relación parte-todo: si el todo se divide en menos partes, éstas serán de mayor tamaño; también establece una correcta relación de orden entre los tercios y los medios. Este hecho no es trivial, pues el conocimiento que una persona tenga de los números en general, y de las fracciones en particular, no se agota con su identificación o denominación. El conocimiento numérico implica también la capacidad de compararlos y ordenarlos, de establecer equivalencias entre ellos, es decir, analizar unos en relación con los otros; pero sólo unos cuantos entrevistados (casi todos sin escolaridad) respondieron correctamente a la ordenación antes mencionada.

[5] Esta manera de dividir fue reportada por Piaget y sus colaboradores y la consideran como una "transición entre la bipartición y el reparto directo en tres" (cf. Piaget, Inhelder y Skemimnzka, 1966); M. Dávila la constata en un estudio didáctico realizado con niños (1992).

El desconocimiento del tercio como fracción; otro significado para el término

Preguntamos a las personas: "¿Quién compra más, una persona que lleva media gruesa de naranjas o una persona que lleva un tercio de gruesa?" Ante el desconocimiento de la fracción $^1/_3$ era frecuente que las personas intentaran encontrarle sentido a la expresión mediante la equivalencia con alguna fracción o cantidad conocida:

> La de un tercio compró más *[se confunde y pregunta:]* Es como dos cuartos ¿no? ¿Como un kilo, tercera parte, tres cuartos? (Rafael, grupo 3).
>
> Ésa sí no me la sé, no sé medir allí. Porque un tercio ¿qué sería? ¿Un costal lleno? Compró más el que compró el tercio completo" (Jorge, grupo 3).
>
> *[Llevaría más]* la que compra tercios, porque me parece que son 300 naranjas (Adelaida, grupo 1).

Estas últimas respuestas proporcionan indicios de que en la vida cotidiana se utilizan más otros significados de la palabra tercio. En la entrevista con algunas de las personas (por ejemplo con Cruz) comprobamos que el término refiere a un hato o carga de rastrojo, de pastura, de leña:

> Cruz: La que compre un tercio *[lleva más]*. Porque trae más un tercio a lo mejor, yo digo, es como un costal ¿cuál es más? El costal entero y la mitad ya no, porque la mitad es mitad y el entero es entero.
>
> E: ¿Y el tercio cómo es?
>
> Cruz: Nosotros entendemos allá *[en el campo]* un tercio, pero no en esta forma que usted dice, porque tercio lo hacemos nosotros, agarramos el maicito que le queda a uno y hace uno tercios; se amarra con un lazo –nosotros lo llamamos liana– y ése es un tercio ahí, sí, el medio tercio es más chico, viene siendo la mitad (Cruz, grupo 1).

Un caso que nos resultó llamativo es el de Juliana (grupo 2), porque en el círculo de alfabetización al que asistía trabajaron las fracciones por petición de ella y de otras madres de familia que buscan elementos para apoyar a sus hijos en la escuela.[6] Como resultado del trabajo en el círculo ahora sabe "leer" números como $^1/_3$ o $^1/_5$, al menos eso nos dejó ver cuando le presentamos tarjetas con

[6] Juliana constituye, en un cierto sentido, una excepción en el grupo 2, pues estuvo en contacto con la representación simbólica de algunas fracciones.

esas u otras escrituras fraccionarias. Sin embargo, no parece haber vinculado este conocimiento con las situaciones que lo dotarían de sentido, pues al repartir y partir en tres partes iguales, tampoco sabe denominar las partes resultantes, ella se concreta a decir "No, de éstas [partes] no sé cómo se llamarían". Es decir que la identificación de los símbolos no sobrepasa ese nivel, pues no relaciona el hecho de dividir en tres partes iguales con el término "tercio" ni con la expresión $^1/_3$.

Reparto en cuartos (3 enteros entre 4)

El reparto de un objeto en cuartos resultó ser la tarea resuelta con más facilidad por nuestros entrevistados. Diecisiete de ellos hicieron el reparto y denominaron la parte resultante de acuerdo con las formas convencionales, utilizando la expresión "Tres cuartos". No obstante, otros se aproximaron con mayor dificultad a la tarea. Veremos en seguida los distintos tipos de respuesta recabadas.

Repartos no equitativos

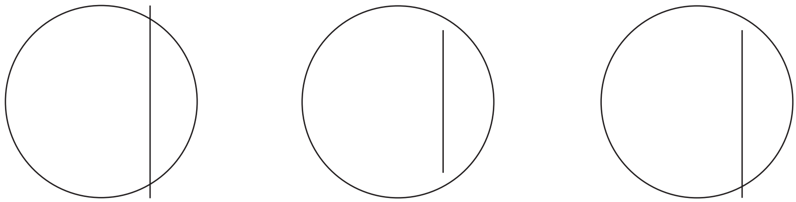
Hubo quienes (9 participantes) también mostraron escasa familiaridad con las situaciones de reparto cuando se enfrentaron al problema de distribuir equitativamente tres gelatinas entre cuatro personas. En sus soluciones resalta la escasa preocupación por la igualdad de las partes resultantes. Esto se aprecia en las respuestas que se nos ofrecieron como definitivas después de algunos rodeos; la de Juliana (grupo 2) es una de ellas:

> A tres les tocaría un poco más, y a la otra le tocaría muy poco.

Esta manera de repartir se aleja de la precisión que permitiría el uso de las fracciones. Basándonos en los términos utilizados para explicar el reparto –"Les toca más" o "Un pedazo a cada una"– se trata de un reparto que podemos llamar *cualitativo*.

Repartos aproximados

A pesar de que en términos generales los *cuartos* son bastante familiares para las personas, algunas de ellas parecían tener poca experiencia en fraccionar utilizándolos y ensayan hacerlo de maneras alejadas de las formas escolares comunes. Sin embargo, estas formas dan por resultado repartos aproximados; los siguientes son los de Francisca, quien carece de escolaridad:



(Francisca, grupo 1)

Francisca dice: "No sabría decirle cómo se llama el pedazo que le toca a cada quien". Sin embargo, el no contar con las formas escolares de partición ni con el lenguaje formal correspondiente no impide que sus repartos sean bastante cercanos a los que resultarían con una estrategia de reparto más "experta". En este caso, la que parece actuar es la estimación.

Repartos equitativos sin uso del lenguaje convencional

Cuatro de nuestros entrevistados, tres de ellos del grupo 1, dieron una respuesta de este tipo. Después de hacer el reparto con el apoyo de un dibujo –mediando algunos rodeos pero con cierta exactitud– al preguntárseles cómo podría llamarse la porción resultante, responden: "tres pedazos", "un trozo de cada uno" u otras cosas similares. A pesar de nuestra insistencia, no encuentran otra manera de denominar las partes obtenidas después de hacer el reparto.

Reparto correcto y uso del lenguaje convencional

Algunas veces, como en los casos que se anotan a continuación, las respuestas a la tarea de dividir tres entre cuatro son prácticamente automáticas y permiten suponer cierta experiencia en relación con este tipo de repartos:

> E: Una señora hizo una gelatina de limón... *[plantea el problema de las gelatinas]*.
>
> Guillermo: Tres cuartos *[bastante rápido, sin utilizar dibujo]* (Guillermo, grupo 1).
>
> . . .
>
> E: *[Plantea el problema.]*
>
> Asunción: *[piensa]* $^3/_4$ a cada quien.
>
> E: ¿Cómo sabe?
>
> Asunción: Porque si fuera una *[gelatina]* le tocaría $^1/_4$ (Asunción, grupo 3).

Seguramente personas como Asunción (comerciante) y Guillermo (carpintero) –las menos entre nuestros entrevistados– han realizado actividades que les permiten responder a la situación echando mano de modelos de solución construidos previamente. Se puede percibir que el problema no los obliga a construir una estrategia de solución; más bien parece que utilizan un esquema previamente construido.

Para otras personas, en cambio, la construcción de las respuestas implicó un trabajo cognitivo importante, como si no tuviesen experiencia alguna en hacer repartos de este tipo; para ellos, realizar la tarea planteada significó un auténtico reto intelectual, tal es el caso de Miguel:

> E: *[Plantea el problema de las gelatinas y dibuja tres círculos.]*
>
> Miguel: A una le vamos a dar un cachito de acá, de la otra le vamos a dar igual, de la otra le vamos a dar igual y de la otra le vamos a dar igual *[va señalando cada una de las gelatinas como mostrando que las parte]*.
>
> E: ¿Un cachito de cada una?
>
> Miguel: No, no que digamos un cachito muy así *[hace con sus dedos un ademán que indica pequeño],* le vamos a dar... digamos una media, para que ya estén contentas la comadres.
>
> E: Y para que supiéramos que a todas les tocó igual, ¿cómo podríamos decir de qué tamaño es el pedazo de cada una?

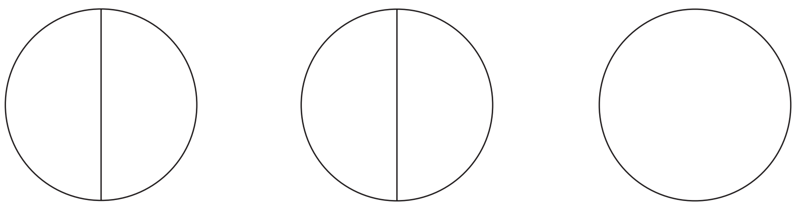
Miguel: *Para que ninguna se enoje... le podríamos decir: come, que está muy rica [se ríe].*

E: *Si es que le entendí a lo que hizo usted aquí con su dedo sobre los dibujos, usted saca un pedazo de cada gelatina para cada una... ¿Y no podríamos decir que le tocó a cada quien un cuarto o un medio o algo así? ¿No podríamos decir cómo se llama el pedazo que les toca? Porque queremos que les toque exacto.*

Miguel: *Pues sí, le podemos poner medio a cada una, para que no haya discrepancia.*

E: *¿Cómo? ¿Puede dibujarlo?*

Miguel: *[Dibuja sobre los círculos]:*



[Al terminar se da cuenta de que le sobra una gelatina y dice:]

¡Ah!, pero nos sobraría... pero son cuatro... entonces para cuatro... entonces nos tocaría... *[piensa]* una quedaría sin nada *[se refiere a que no hay trazo en una gelatina, y que quedaría completa]*.

E: ¿Y qué podríamos hacer?

Miguel: Pues darle un poco menos a una, y a la otra igual, a la otra igual, para sacarle los cuatro medios ¿no?... en éstas *[señala los dos primeros círculos]* y ahora ésta *[la que está sin repartir]* la vamos a repartir entre las cuatro; les toca de a cuarto ¿no? Sí, de a cuarto a cada una. Porque de éstas *[las dos primeras]* ellas ya están probando, ya nomás les falta de ésta, entonces cortaríamos de a cuarto, para que todas queden muy conformes.

E: ¿Y cómo quedaría *[el reparto]* si de ésta les damos de a cuarto?

Miguel: Quedaría... a ver, suponiendo que nosotros somos los que vamos a comer la gelatina, a este joven *[un muchacho que está en una mesa cercana donde se realiza la entrevista]* le vamos a dar esto, que a esta joven le vamos a dar este otro y a aquél le damos el otro y nos sobraría un cachitín; bueno, como dice el dicho: pues el que la hizo, pues que nomás la pruebe *[al hablar va haciendo con los dedos un ademán, como si fuera dividiendo la gelatina en cuartos].*

E: ¿Y podríamos decir qué cantidad de gelatina le tocó a cada comadre?

Miguel: Tres cuartos, sí, porque después de darles *[un medio],* todavía se volvieron a comer otra (Miguel, grupo 1).

Miguel elabora su respuesta mediante biparticiones, así obtiene medios y cuartos que luego adiciona ($^1/_2$ + $^1/_4$) para obtener el resultado del reparto; da algunos rodeos en el proceso. Es decir, que para él, la situación constituía efectivamente un problema (en el sentido de no tener disponible un modelo de solución construido con antelación). Con ello se ponen en evidencia dos cosas: los conocimientos sobre las fracciones que Miguel tiene pero que no ha sistematizado y, por otra, la poca experiencia relacionada con situaciones de reparto que ha obtenido en su actividad cotidiana; más adelante veremos que su destreza es mayor cuando se mueve en el ámbito de la medida.

La misma inexperiencia de Miguel se observó en muchos de nuestros entrevistados. Al parecer, se comprueba que este tipo de situaciones tampoco están muy presentes en la vida cotidiana y no constituyen un problema socialmente relevante, al menos no para quienes participaron en nuestra investigación.

LAS FRACCIONES EN SITUACIONES DE MEDICIÓN: ALGUNOS RESULTADOS

La fracción como medida, de acuerdo con Behr *et al.* (1983), expresa la cuestión de cuánto hay de una cantidad en relación con una unidad definida; es decir, la fracción es el resultado de la comparación de una magnitud con una unidad de referencia. En la actividad cotidiana, este significado de la fracción subyace, por ejemplo, en las siguientes situaciones: si se tiene cierta cantidad de tela, cuánta es esa cantidad en relación con el metro; o, si se tiene una cantidad de frijol, cuánta cantidad de frijol se tiene en relación con el kilo. En este contexto, la fracción es el resultado de comparar la cantidad que se tiene con una unidad de referencia.

Las situaciones de compra-venta, y en particular el contexto del mercado, han sido identificados por diversos investigadores como espacios importantes de actividad matemática de las personas adultas. Era pues razonable suponer que las personas participarían cotidianamente –aunque en diferente posición (Evans, 2000, p. 7)– en situaciones de medición del peso, la capacidad o la longitud; de manera más activa si su posición es la de vendedores, o como espectadores si su papel es el de compradores. En estas actividades de medición aparecerían las fracciones, pues no siempre la cantidad de productos vendidos o solicitados correspondería a un número exacto de veces la unidad de referencia (kilo, litro o metro).

Para explorar el manejo de este significado de la fracción, tomamos como unidades de referencia el kilo, el litro y el metro, con la hipótesis de que serían unidades bastante conocidas por las personas entrevistadas.

La relación entre la unidad y las partes

Como la fracción en el contexto de medida implica una relación entre una parte y un todo, planteamos preguntas que requerían establecer relaciones entre medios, cuartos y *medios cuartos* con una unidad de referencia: el kilo o el litro. La idea de *medio cuarto* se incorporó porque, durante las entrevistas exploratorias, nos percatamos de que las personas utilizaban con frecuencia la expresión *medio cuarto* –que se refiere a la mitad de un cuarto, o sea, a una octava parte del kilo– cuando expresaban la cantidad que acostumbran comprar de algunos productos. Tal uso parece estar asociado a una cierta condición social y económica: "De queso, compro *medio cuarto,* o de jamón también, porque está caro", escuchamos decir en varias ocasiones.

Las primeras preguntas planteadas fueron bastante sencillas:

- ¿Cuántos medios litros salen de un litro de leche?
- De un litro de atole, ¿cuántos cuartos salen?
- Si usted divide un kilo de queso en *medios cuartos,* ¿cuántos *medios cuartos* salen?

Las dos primeras preguntas, encaminadas a indagar acerca de las ideas sobre las fracciones con denominador 2 y 4 y la relación entre éstas y la unidad, no representaron ningún problema. El total de nuestros entrevistados las respondió correcta y ágilmente. Igual ocurrió cuando las preguntas se referían a dos o tres unidades (litros o kilos). Las respuestas y argumentaciones recabadas indican que hay bastante familiaridad con los medios y los cuartos y su relación con la unidad convencional de medición: el kilo o el litro. Así, las justificaciones dadas a por qué se considera que en un litro hay dos medios litros o en un kilo cuatro cuartos muestran que el asunto resulta de una gran obviedad:

> Dos. Porque con dos es el litro. Si fueran cuartos serían cuatro (Margarita, grupo 3).
>
> Cuatro, porque de un kilo tienen que salir cuatro partes (Etelvina, grupo 1).

Este tipo de respuestas fueron las más comunes, es decir, que la relación entre los medios o los cuartos y la unidad es una cuestión que simplemente se evoca. Resultó un poco más complicado establecer la relación entre *medios cuartos* y el kilo como unidad de referencia. Del total de 36 personas interrogadas, 28 respondieron correctamente la pregunta "¿Cuántos *medios cuartos* salen de un kilo de queso?", pero en general, la respuesta no fue automática, sino que obligó a establecer una doble relación: entre $^1/_2$ de $^1/_4$ y $^1/_4$, y luego entre $^1/_4$ y la unidad. Para el establecimiento de esta doble relación se observó una estrategia de conteo del tipo:

> Compro un cuarto y son 2 *medios cuartos,* compro medio y son 4 *medios cuartos,* compro un kilo y son 8 *medios cuartos* (Etelvina, grupo 1).

En quienes no respondieron nuestra pregunta identificamos escaso uso de la relación *medio cuarto*-kilo en su actividad cotidiana. Por ejemplo, un adulto mayor, que en la época en que quisimos entrevistarlo preparaba y vendía *raspados* en un barrio bastante pobre, nos dice:

> Fidencio: Yo de eso no sé.
>
> E: ¿No sabe? ¿Qué no compra el jarabe por litro o medio litro...?
>
> Fidencio: No, señorita, está muy caro, compro según sale *[dinero de la venta]: 2,* 3 pesos [...]

Otras personas dan respuestas que muestran desconocimiento sobre la relación *medios cuartos* y un kilo:

> Rosalina: Seis, porque son 12 cuartos... serían ocho y *medio cuartos* (Rosalina, grupo 2).
>
> Juliana: ¿Cuatro?... *[piensa]* La verdad no sé cuánto (Juliana, grupo 2).
>
> Angelina: Salen seis, porque serían más chicos (Angelina, grupo 3).

Es decir, que la habilidad mostrada en el manejo de los medios y los cuartos sufre cierta pérdida cuando las fracciones en juego son los *medios cuartos*. De hecho, para algunas personas (que no logran establecer la relación entre el *medio cuarto* y el kilo), la fracción *medio cuarto* es sólo una denominación, una etiqueta que identifica un trozo más pequeño que $^1/_2$ o $^1/_4$ y para el cual en ocasiones alcanzan los ingresos; tal denominación no expresa una relación *parte-todo*. Algunos nos dijeron: "Es por ahí, más chico, pero cuánto es en cuartos o en medios no sé".

Es decir que, aunque se utilice la expresión *medio cuarto* (de kilo), y se asocie a una parte más pequeña que $^1/_4$, esto no significa que se piense necesariamente en su relación cuantitativa con $^1/_4$ ni con la unidad original: el kilo completo. S. Llinares y M.V. Sánchez (1997) han mencionado que, en etapas incipientes de comprensión de las fracciones, lo que se establece entre unas y otras es una relación cualitativa y no cuantitativa: cuando un niño habla de una botella de medio litro –dicen–, "Quizás la única relación que se establece con la de un litro es que es más pequeña" (Llinares y Sánchez, 1997, p. 18). En nuestro estudio, se observa claramente este hecho en el caso del *medio cuarto*. Otra constatación a partir de nuestros datos es el escaso dominio de las fracciones en el contexto de medición de la longitud.

El de las fracciones: un conocimiento escasamente transferido a la medición de la longitud

Como se habrá visto hasta aquí, si de medios y cuartos se trata, en general se muestran conocimientos sobre las fracciones y cierta destreza en su manejo; esta destreza se extiende, disminuida, a los *medios cuartos*. Sin embargo, estos saberes tienen acotaciones: están asociados fundamentalmente a medir con el kilo y el litro –actividades que parecen ser más relevantes en la vida cotidiana– y no siempre son trasladados a otros contextos, como el de la medición de la longitud. De tal suerte que un buen número de personas no logró establecer la relación entre el metro y el *cuarto de metro*, a pesar de que en contexto de peso y capacidad establecieron fácilmente la relación $1 = {}^4/_4$. Se nos dijo, por ejemplo:

> No, yo no he pensado en cuartos de metro (Marcela, sin escolaridad).
>
> ¿Se puede decir cuartos de metro? (Adelaida, sin escolaridad, un tanto sorprendida).

José Guadalupe nos había dicho que conoce el metro porque en alguna ocasión ha sido albañil, entonces quisimos ir más allá solicitando la comparación entre 50 cm y $^3/_4$ de metro:

> Yo creo que llevaría más el que compró 50 centímetros, porque los otros son nomás 3 (José Guadalupe, grupo 2).

Puede verse, sin embargo, que el conocimiento que Guadalupe pudo haber adquirido en la época en que trabajó en la construcción no es suficiente para establecer la comparación solicitada.

Una comparación difícil en un contexto considerado masculino

Nuestros entrevistados habían resuelto con relativo éxito situaciones que implicaban ordenar fracciones de denominadores 2 y 4 vinculadas con el kilo y el litro. Para la exploración sobre el orden entre fracciones con denominadores 2, 4 y 8, abandonamos el contexto de las compras en el mercado e hicimos las siguientes preguntas:

- En una ferretería venden varilla de diferentes gruesos: de $^3/_4$ de pulgada, de $^7/_8$ de pulgada y de $^1/_2$ pulgada. ¿Cuál es la varilla más gruesa?
- En la ferretería también venden clavos; de $^3/_8$, de $^3/_4$ y de $^1/_2$ de pulgada. ¿Cuáles son los clavos más largos?

Únicamente 12 de los participantes dieron muestra de tener alguna experiencia al respecto; entre ellos, sólo 8 dieron respuestas convencionales en ambos problemas. Varios elementos contribuyeron a la dificultad:

a) el contexto (varillas y clavos), que resultó poco familiar para la mayoría de las mujeres;
b) la incorporación de tres fracciones, y
c) la inclusión de la fracción con denominador 8.

Varias mujeres, al no poder ofrecer una respuesta, argumentaban que cuando necesitan comprar clavos, llevan la “muestra” (Adelaida) y no necesitan dar la medida; éstas son otras de las respuestas recabadas:

> Es que de pulgadas no sé (Jovita, grupo 3).
>
> Eso no sabría contestarlo, porque yo no sé de varillas, sé que hay varios gruesos, pero no sé (Etelvina, grupo 1).
>
> Es que yo no entiendo si el de $^3/_8$ es más grande o más pequeño. Sería el de $^3/_8$ ¿no? Es que no sé qué tanto mide un octavo (Jovita, grupo 3).

De acuerdo con lo que nos diría el sentido común, son los hombres quienes se vinculan con estos contextos, de ahí que, mientras que muchas de las mujeres fallan, aquéllos no hayan rehuido la cuestión. Sin embargo, la familiaridad con el contexto no significó que todos hicieran ordenaciones pertinentes. Por ejemplo, Ambrosio, aunque se guía por la experiencia, no responde correctamente y dice:

> Ambrosio: El de $^3/_4$ porque es por ahí así *[hace una señal con el dedo]* es el más grande.
>
> E: ¿Y el de $^7/_8$?
>
> Ambrosio: Pues yo por octavos no sé (Ambrosio, grupo 1).

Tampoco lo hace Ricardo:

> El de $^3/_4$ porque es un poco más de $^5/_8$ (Ricardo, grupo 3).

Por su parte, tres mujeres también enfrentaron la cuestión exitosamente.[7] En este último caso, el éxito en las respuestas se relaciona más con un conocimiento (escolar) relativamente amplio sobre las fracciones que con una familiaridad con el contexto.

Las argumentaciones dadas por los entrevistados que "sabían de varillas" –varios de ellos por ser o haber sido albañiles– muestran que lo que está en la base de sus respuestas es la experiencia y un saber práctico derivado de ella que se orienta a la denominación, y no al conocimiento de las fracciones como relación entre dos números. Veamos el caso siguiente:

> El de $^7/_8$ *[es más grande],* ¿no? Porque es la que se mete para que se cargue más... supongamos, usted construye un edificio, ésa es la más gruesa, hemos comprado la $^7/_8$, es la más gruesa (Jorge, grupo 3).

[7] Sólo se les plantearon ambas preguntas a 26 de nuestros entrevistados; entre ellos, únicamente 5 hombres y 3 mujeres las respondieron correctamente.

Sólo en un caso se nos dio una argumentación relacional, ésta es proporcionada por José, cuya ocupación es la carpintería:

> José: La de $^7/_8$.
> E: ¿Cómo sabe?
> José: Porque es un octavo más que la de tres cuartos y es un cuarto más que la de medio (José, sin escolaridad).

En efecto, si interpretamos la respuesta de José, tenemos que $^7/_8 = {}^3/_4 + {}^1/_8$, es decir, $^7/_8 = {}^6/_8 + {}^1/_8$. Por otra parte, aunque $^7/_8 \neq {}^1/_2 + {}^1/_4$, su aproximación es bastante buena. Seguramente la repetida experiencia de medir y utilizar instrumentos portadores de estos números ha permitido que José desarrolle esta habilidad para comparar fracciones, incluidas las de denominador 8.

Las respuestas recabadas a partir de estas dos situaciones confirman el desconocimiento de las fracciones distintas de los medios, los cuartos y los *medios cuartos* en la mayoría de las personas, así como las dificultades para establecer relaciones de orden entre ellas. Aquí también se observa una ligera incidencia (positiva) de la escolaridad en el tipo de respuestas ofrecidas.

DISCUSIÓN

Sobre la base de la indagación aquí reportada, es posible desprender las siguientes afirmaciones:

- La vida cotidiana es fuente de habilidades y conocimientos matemáticos que incluye algunos relacionados con las fracciones.
- Las situaciones que se enfrentan en la vida cotidiana delimitan y estructuran la actividad matemática vinculada con las fracciones y el razonamiento que la acompaña.
- Los cálculos que se realizan cotidianamente con este tipo de números son mucho más escasos que los realizados con números naturales y obedecen a objetivos distintos de los que se plantean en la escuela.

En efecto, todos los participantes en nuestra investigación mostraron haber construido concepciones y habilidades en torno a las fracciones a partir de su actividad cotidiana. La fuente principal de las concepciones y habilidades son las prácticas de medición del peso y la capacidad. De acuerdo con este origen, las personas se manejan con bastante destreza en el ámbito de los medios, los cuartos y –aunque en menor medida– de los *medios cuartos*, denominación acuñada para referir a lo que desde la matemática convencional llamamos octavos.

En cambio, lo más frecuente es que se manifieste un desconocimiento del tercio como fracción, inclusive en las personas con escolaridad. Tanto en el caso en el que esta fracción se vincula con la idea de medida, como cuando expresa el resultado de un reparto, se mostraron escasos conocimientos y habilidades al respecto. Esto indica que el tercio es una fracción muy poco utilizada en la vida cotidiana y agrega sustento empírico a las afirmaciones piagetanas acerca de que la bipartición es la manera más simple de fraccionar. Además, el uso del término "tercio" –según la gran mayoría de nuestros entrevistados– no tiene ninguna relación con las fracciones, sino que se refiere a un hato o carga de ciertos productos agrícolas.

Ahora bien, las concepciones que se han construido sobre las fracciones a partir de las prácticas cotidianas son frágiles y precarias por varias razones:

- Son locales, es decir, asociadas al contexto específico en el que se generan: principalmente el peso y la capacidad. En cambio, en contexto de longitud, un buen número de entrevistados no logró establecer la relación entre el cuarto y la unidad (el metro) a pesar de que en contexto de peso y capacidad sí lo hicieron.
- Las fracciones, como un sistema que implica relaciones de orden y equivalencia, no van más allá de los medios, los cuartos y los *medios cuartos;* fuera de este ámbito, lo más frecuente es que las fracciones expresen denominaciones y no relaciones.
- Esto último se observa ya –en ocasiones– en relación con la fracción *medio cuarto*, la cual, para algunas personas, es sólo una fracción del cuarto –que deviene así en una nueva unidad– y no la octava parte del kilo. Para otras personas –que sólo han establecido una relación "cualitativa" entre ambas fracciones–, el *medio cuarto* se refiere simplemente a un trozo más pequeño que el cuarto de kilo, perdiéndose así las relaciones de orden y equivalencia propias de los números fraccionarios.

Nuestra hipótesis inicial ubicaba ciertas particiones y repartos en la experiencia cotidiana de los sujetos; considerábamos que este tipo de situaciones serían generadoras de conocimientos sobre las fracciones. Tal hipótesis resultó ser errónea. Se observa poca experiencia al respecto y escasa preocupación por hacer repartos equitativos y exhaustivos y aun menor por denominar numéricamente las partes resultantes. Éstos son indicadores de que la cotidianeidad no brinda situaciones que obliguen a realizar tal tipo de tareas ni exige definir con precisión (en términos de relación parte-todo) el tamaño de los trozos que resultan de una partición.

Al parecer, desde la perspectiva cotidiana no tiene mucho sentido decir que a alguien le tocó un tercio o tres cuartos de algo; lo que parece tener más sentido es saber el peso del alimento por repartir y conocer así la cantidad que corresponderá a cada quien. De ahí que, al solicitárseles hacer algún reparto, la pregunta inicial de varias de las personas entrevistadas fuese: ¿cuánto pesa el pastel?, ¿de qué tamaño es? u otras similares. Y es que saber el peso de una rebanada tiene consecuencias prácticas, saber la relación entre la parte y el todo no; es irrelevante saber si a uno le corresponde $^1/_8$ o $^2/_3$ de un pastel: lo que sí es relevante es la cantidad –en términos absolutos– de pastel que le toca a cada quien. Y para saberlo, hay caminos más directos que calcular en términos de la relación parte-todo expresada por una fracción.

En efecto, el conocimiento en torno a las fracciones expresa experiencias, metas, valores y necesidades de la vida cotidiana de las personas. La precisión (equitatividad y exhaustividad) en la realización de repartos no parece formar parte importante de ellos. Los adultos que participaron en el estudio usan las fracciones con un sentido y de una manera diferente de la que se enseña en la escuela.

Los problemas con las fracciones –en el ámbito cotidiano– derivan de contextos particulares estructurados culturalmente: la medición (del peso, la capacidad y la longitud) de las mercancías que se compran o se venden para satisfacer las necesidades básicas. En tal sentido, al estar asociados a acciones relacionadas con la compra-venta de productos y alimentos, la economía específica de las personas es también determinante de los conocimientos y habilidades que se construyen. La compra de *medios cuartos* está relacionada con productos de precios elevados. Otra evidencia del vínculo entre economía y saber nos la ofrece Fidencio, quien afirma:

> No *[compro de a cuarto o* medio cuarto, *porque]* está muy caro, compro según sale *[dinero de la venta]: 2,* 3 pesos...

Es decir, que al contar sólo con una reducida cantidad de dinero, ésta deviene el límite de lo que es posible adquirir, de tal suerte que el cálculo se deja al vendedor, mientras que el comprador asume un papel de *espectador* ante el trabajo aritmético necesario para calcular el costo de la compra.

En suma, a partir de nuestros datos, es posible constatar que el universo de uso y el uso de las fracciones en la vida cotidiana es bastante diferente de como podemos pensar este tipo de números desde la escuela. Por consiguiente, podemos confirmar, parafraseando a Bishop (1999), que la economía de las personas específicas es esencial en el desarrollo de los saberes matemáticos, los cuales están vinculados con necesidades y problemas del mundo "vivo", donde se toman en consideración otros valores distintos de los escolares.

Quizás por eso los conocimientos identificados durante esta investigación no tienen relación con la escolaridad de las personas entrevistadas. Más bien, la experiencia generada en el trabajo o en las actividades propias del intercambio comercial es la que genera, estructura y mantienen activas las concepciones y destrezas vinculadas, en este caso, con las fracciones.

Pero con afirmar esto no concluye la indagación sobre la matemática en contextos no escolares para quienes nos interesamos en la educación matemática, porque si bien son evidentes las diferencias entre el mundo cotidiano y el escolar, también es cierto que, en una realidad donde hay muchos millones de jóvenes y adultos sin escolaridad básica, el reconocimiento del saber construido en la experiencia de vida no es respuesta suficiente a las necesidades de aprendizaje formal de esas personas. Se hace necesario imaginar y ensayar caminos que vinculen exitosamente estos dos mundos. Pero el problema va más allá: habrá de comenzarse por revisar el sentido de la educación matemática formal de los jóvenes y adultos que, por su condición de marginalidad, no pudieron asistir a la escuela durante su infancia. La tarea queda por hacerse, y es enorme.

ADENDA

A lo largo de este artículo sostuve que las prácticas cotidianas delimitan y estructuran de manera importante los conocimientos sobre las fracciones que desarrollan las personas a lo largo de su vida. Una lectura de los trabajos de Piaget y sus colaboradores –realizada en un momento posterior a la escritura de este trabajo– me revelaron la existencia de una psicogénesis en torno a la subdivisión de áreas y el concepto de fracción (Piaget, Inhelder y Szeminzka, 1966) que coincide en mucho con la que puede extraerse de este escrito: las particiones más tempranas basadas en la bipartición, las dificultades para lograr la equitatividad o la exhaustividad, la partición "directa" en tres que aparece más tardíamente, etc. No es posible evadir la cuestión: ¿es la evolución de la bipartición al dominio de otras particiones una cuestión cultural? O ¿es una cuestión psicogenética la que llevó a que las prácticas culturales (incluidas las formas de medición) se basaran en la bipartición? A pesar de la importancia capital de esta cuestión, por ahora no me es posible responderla, sólo la dejo planteada.

AGRADECIMIENTO

Agradezco a David Block sus comentarios a la versión preliminar de este artículo y a José Luis Cortina su valiosa participación en la investigación de la cual derivó.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ávila, A. (1990), "El saber matemático de los analfabetos. Origen y desarrollo de sus estrategias de cálculo", *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, vol. XX, núm. 3, pp. 55-95.

Ávila A. y G. Waldegg (1997), *Hacia una redefinición de las matemáticas en la educación de adultos*, México, INEA.

Ávila, A., O. Figueras, E. Mancera y G. Waldegg (1986), *Nuestras cuentas diarias*, primera parte, vols. 1 y 2, México, INEA.

Behr, M., R. Lesh, T. Post y E. Silver (1983), "Rational Number Concepts", en R. Lesh y M. Landau, *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*, Nueva York, Academic Press.

Bishop, Alan J. (1999), *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*, Barcelona, Paidós.

Carraher, T., W. Carraher y L. Dias Schlieman (1987), "Written and Oral Mathematics", *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 18, núm. 2, pp. 83-97.

Carraher, T, D. Carraher y A. Schlieman (1991), *En la vida diez, en la escuela cero*, México, Siglo XXI.

Carvalho de Luchesi, D. (1995), *A interação entre o conhecimento matemático da prática e o escolar*, tesis de doctorado, Universidad de Campinas, Brasil.

—— (1997), "El conocimiento matemático de la práctica y el conocimiento matemático escolar desde la perspectiva del salón de clase", en varios autores, *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos,* Santiago de Chile, UNESCO, pp. 65-76.

Dávila, M. (1992), "El reparto y las fracciones", *Educación matemática,* vol. 4, núm. 1, pp. 32-45.

—— (2002), *Las situaciones de reparto para la enseñanza de las fracciones. Aportes para la elaboración de un estado del conocimiento,* tesis de maestría en Ciencias, DIE-CINVESTAV, México.

Delprato, M.F. (2002), *Los adultos no alfabetizados y sus procesos de acceso a la simbolización matemática,* tesis de maestría en Ciencias, DIE-CINVESTAV, México.

Evans, J. (2000), "The Transfer of Mathematics Learning from School to Work. Not Straightforward but not Impossible Either!", en Annie Bessot y Jim Ridgway (eds.), *Education for Mathematics in the Workplace,* Holanda, Kluwer Academic Publishers, pp. 5-15.

Freudenthal, H. (1983), *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. Textos seleccionados,* reproducción en español con la autorización de Kluwer Academic Publishers Group, trad. de Luis Puig, México, SME-CINVESTAV, 1994.

Kieren, T.E. (1983), "On the Mathematical, Cognitive and Instructional Foundation of Rational Numbers", en R. Lesh (ed.), *Number and Measurement Paper from Research Workshop,* Estados Unidos, ERIC/SMEAC, pp. 101-143.

—— (1988), "Personal Knowledge of Rational Numbers: Its Intuitive and Formal Development", en J. Hiebert y M. Behr (eds.), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades,* vol. 2, Estados Unidos. Lawrence Erlbraum/NCTM.

Lave, J. (1991), *La cognición en la práctica,* Barcelona, Paidós.

Llinares, S. y M.V. Sánchez (1997), *Fracciones,* España, Síntesis.

Mariño, G. (s.f.), *Cuentas claras,* Bogotá, Dimensión Educativa.

—— (1983), *¿Cómo opera matemáticamente el adulto del sector popular? Constataciones y propuestas,* Bogotá, Dimensión Educativa.

Masagao Ribeiro, V. (coord.) (1997), *Educação de jovens e adultos. Proposta curricular para 1° segmento do encino fundamental,* Brasil, Ação Educativa/ Ministério da Educação e do Desporto.

Noss, R., C. Hoyles y S. Pozzi (2000), "Working Knowledge: Mathematics in Use", en Annie Bessot y Jim Ridgway (eds.), *Education for Mathematics in the Workplace,* Holanda, Kluwer Academic Publishers, pp. 17-35.

Peterson, J.A. y J. Hashisaki (1969), *Teoría de la aritmética,* México, Limusa.

Piaget, J., B. Inhelder y A. Szeminska (1966), *The Child's Conception of Geometry*, Londres, Routledge and Reagan Paul.

Scribner, S. (1997), *Mind and Social Practice. Selected Writings of Sylvia Scribner,* Ethel Tobach *et al.* (eds.), Cambridge, Cambridge University Press.

Soto, I. y N. Rouche (1995), "Problemas de proporcionalidad resueltos por campesinos chilenos", *Educación Matemática,* vol. 7, núm. 1, pp. 77-95.

DATOS DE LA AUTORA

Alicia Ávila Storer
Universidad Pedagógica Nacional, México
aavila@mail.ajusco.upn.mx