

Socioepistemología y prácticas sociales

Alberto Camacho Ríos

Resumen: El objetivo de este documento es dar a conocer la naturaleza de las “prácticas sociales”, viéndolas como generadoras de resignificaciones de conocimiento matemático y como eje central del acercamiento teórico llamado socioepistemología, a través de una breve revisión de proyectos de investigación realizados según esta perspectiva. El escrito muestra los diferentes tipos de prácticas sociales y sus implicaciones en los diseños instruccionales de la matemática escolar: “prácticas de transculturación de conocimiento”, “prácticas de transposición didáctica”, “prácticas de modelación”, “prácticas procedimentales”, etcétera.

Palabras clave: prácticas sociales, socioepistemología, modelación, situación, argumentación.

Abstract: The objective of paper is give out the nature of “social practices”, observing them like generators of resignificances of mathematical knowledge and as central axes of the theoretical approach of socio-epistemology, through a brief review of research projects made under this perspective. The paper shows different forms of social practices and their implications in the instructional designs of school mathematics: “trans-culturation of knowledge practices”, “didactic transposition practices”, “modelation practices”, “procedure practices”, and so on.

Keywords: social practices, socio-epistemology, modeling situation, argumentation.

LA NOCIÓN DE PRÁCTICA SOCIAL

La frase “práctica social” se refiere a la actividad del ser humano sobre el medio en el que se desenvuelve. A través de las prácticas sociales el hombre da sentido a los problemas fundamentales de la ciencia, sometiéndolos a las complejas relaciones entre ellos y su entorno.

Fecha de recepción: 30 de mayo de 2005.

Mediante las prácticas sociales se amplía la experiencia y se penetra en aquellas cualidades de los procesos que no se muestran de un modo aparente (De Gortari, 2000).

Existen dos maneras en las que se manifiesta la actividad práctica: una es la acción de la naturaleza y, la otra, las prácticas sociales que los seres humanos ejercen sobre el conocimiento. Las acciones deliberadas del hombre sobre el conocimiento determinan cambios en el contenido de los objetos, los cuales merecen un estudio a través de ciertas condiciones.

Para Abric (2001), el análisis de toda práctica social supone que se tengan en cuenta al menos dos factores esenciales:

Las condiciones sociales, históricas y materiales en las que ella se inscribe, por una parte, y por la otra, el modo en el que se apropia el individuo, o grupo concerniente, proceso en el cual los factores cognitivos, simbólicos y representacionales desempeñan un papel determinante (Abric, 2001, p. 238).

En el contexto de la solución de problemas matemáticos y desde el punto de vista de la modelación, en Freudental (1991) se distinguen las prácticas sociales como manifestaciones realizadas por los seres humanos, a fin de resolver problemas matemáticos. Esta resolución comprende: "...investigar lo que es esencial entre contextos, situaciones, problemas, procedimientos, simbolizar, formular, validar, generalizar, en definitiva, matematizar". Volveremos a esta proposición más adelante.

En Chevallard y Johsua (1985) se deja ver que la idea de práctica social surge con el reconocimiento que otorga la sociedad al "conocimiento escolar" como tal, es decir, como un ente social. Por ejemplo, en diversas épocas, el marxismo y la teología fueron conocimientos fundamentales en el ambiente escolar, influidos por la ideología y la Iglesia, respectivamente. En estos ejemplos se percibe cómo se desgastan, envejecen o bien quedan en desuso los conocimientos (Arsac, 1991, p. 111).

Las nociones y procedimientos que se enseñan tienen ciclos de vida y cambian a la par que evolucionan las comunidades humanas en el ámbito social y cultural (Cantoral y Farfán, 2000). En México, por ejemplo, en la enseñanza preparatoria fue central el concepto de "variaciones concomitantes", influido, en la Escuela Nacional Preparatoria, por la ideología del positivismo barrediano del siglo XIX. Estuvo en ese estado por alrededor de 60 años o más. Otro caso fue la enseñanza de la "geometría descriptiva" en la École Polytechnique francesa, entre 1794 y 1840; su hegemonía en este lapso se debió a los resultados que en la

práctica se lograban con su ejecución y acciones sociales extramuros. G. Monge, el creador de la geometría descriptiva y profesor de esta asignatura en la École Polytechnique, había acordado que los alumnos dedicaran la mitad del tiempo en la escuela al estudio de esa disciplina. En lo social, la geometría descriptiva “favoreció el progreso de las ciencias y las artes”, tal y como lo sugería Condorcet en su *Rapport et Project de décret sur l'organisation générale de l'instruction publique* (Braczko, 1982).

En este sentido, las prácticas sociales se ejercen por lo general en situaciones extraescolares y escolares que pueden ser motivadas por contextos políticos, sociales, culturales, ideológicos o de otra naturaleza. Por tanto, una práctica no se limita sólo al conocimiento, aun cuando este último sea el centro de la primera.

Por la acción que se ejerce sobre conocimiento, podemos dividir las prácticas sociales en: *a)* las vinculadas a los cambios del conocimiento por actividades extradidácticas, y *b)* otras, en las que el uso del conocimiento se ejerce en el salón de clase mediante actividades didácticas.

De ambos rubros hablaré en lo que sigue, permitiéndome ejemplificar con casos reales y actuales en algunos de los tópicos y con casos históricos, en otros. Además, en su momento, intentaré relacionar ambos contextos con la aproximación teórica llamada socioepistemología.

LA ACTIVIDAD EXTRADIDÁCTICA DE LAS PRÁCTICAS

PRÁCTICAS SOCIALES DE EJERCICIO PÚBLICO

Las diferencias en los conocimientos que aparecen en algunos libros de texto de historia del nivel elemental son casos típicos de prácticas sociales que ejercen decisiones públicas en los contenidos escolares, a partir de favorecer la formación de una identidad nacional desde edades tempranas. El caso que presentamos en la figura 1, si bien no involucra conocimiento matemático, es un buen ejemplo de las actitudes ideológicas que toman los encargados de diseñar los libros de historia. Aparece en Carretero (1998) y se refiere al grabado del artista flamenco Thierry de Bry (siglo XVI), que representa a Colón desembarcando en la isla que posteriormente se llamaría la Española (Hispaniola). El grabado aparece alternativamente en los textos de historia de cuarto año de primaria tanto en España y México como en otros países latinoamericanos. En los casos de España y México, la pintura presenta visiones contrapuestas de la realidad histórica, la cual se

Figura 1 Arribo de Colón a las Antillas



Rúbricas que acompañan a las ilustraciones

Texto español	Texto mexicano
<p>Al fondo se pueden ver los tres barcos, y en el frente a Colón, vestido al estilo de la época del artista (segunda mitad del siglo XVI), recibiendo ofrendas de los nativos, que aparecen desnudos. La naturaleza evangélica de la expedición se muestra mediante la escena de los marineros erigiendo una cruz en la playa.</p>	<p>En este grabado de Theodore de Bry (1528-1599), una expedición española toma contacto con los habitantes de las Antillas. Los dos principales motivos del encuentro para los europeos eran recoger objetos de oro (como se ve en el frente) y convertir a los nativos al cristianismo, para lo cual se erige la cruz (según se ve a la izquierda).</p>

introduce como “función nacionalista” para intentar constituir elementos básicos de la identidad nacional, “necesarios” en los individuos de cada país.

En realidad [comenta Carretero] la función nacionalista se lleva a cabo en la mayoría de las sociedades mediante el mismo mecanismo, situando el relato histórico desde la posición de la mayoría, ignorando a la minoría (Carretero, 1988, p. 52).

Este tipo de prácticas se mantiene vigente haciendo uso de los personajes involucrados y de las situaciones históricas, más cercanas a las formaciones mitológicas del imaginario colectivo que a la propia realidad histórica. Quien realiza la práctica lo hace con la ventaja de su posición geopolítica e ideológica, independientemente de que sea desleal o no con la propia realidad histórica.

PRÁCTICAS DE TRANSCULTURACIÓN DE CONOCIMIENTO

Las prácticas de transculturación se pueden entender como la manipulación del conocimiento ejercida en contextos culturales influidos por la ideología, la lingüística, la lengua u otras razones de índole social que permiten que, de esa manera, el saber viva o no en instituciones educativas externas a dicha manipulación.

El ejemplo de un caso de manipulación de conocimientos escolares aparece en Cheng (2005, p, 598).¹ En el documento, la autora plantea el trabajo de importación y transferencia de la química occidental a Japón y China, vehiculada para ambos países a través de los *Elements of Experimental Chemistry*, escrito por el inglés W. Henry en 1814.² En Japón, la obra se recibió en alemán, mientras que para la comunidad china se utilizó la versión en inglés. La traducción al japonés se publicó en ese país entre 1837 y 1847, mientras que en China su publicación en el idioma local ocurrió en 1871.

La naturaleza de las connotaciones lingüísticas entre las lenguas china y japonesa estableció una diferencia en la traducción. En Japón se adoptó la modalidad de una traducción literal a través del alemán, mientras que en China se siguió la modalidad del uso de paráfrasis o traducción libre, es decir, dar interpretaciones más amplias de las palabras que redundan en mejorar el significado de éstas en la traducción. En este tenor, el alemán tiene características lingüísticas contrarias a la paráfrasis; por ejemplo, se puede hacer uso de una sola sílaba para expresar un objeto o acontecimiento, lo que permite aglutinar fácilmente de esta manera frases completas.

Esto último hizo que, en Japón, los estudiantes de nivel preparatoria sufrieran un aislamiento nacional en torno a la química, causada por el poco contacto de este país con la lengua alemana y por la espinosa traducción literal de los *Elements* de Henry. En cambio, en China la traducción del texto fue realizada por misioneros europeos arropados con el bagaje de la cultura occidental, lo cual condujo a que, a través del uso de paráfrasis en la traducción, los escolares chinos pudieran entender con más detalle los conocimientos de la química.

¹ Los dos ejemplos de transculturación de conocimientos que aparecen en este rubro fueron presentados por los respectivos autores en el XXII International Congress of History of Science, Beijing, China, en la mesa SS27 Trans-cultural diffusion of science. En ambos casos se hace referencia tanto a los resúmenes como a los documentos *in extenso*; estos últimos aún no han sido publicados.

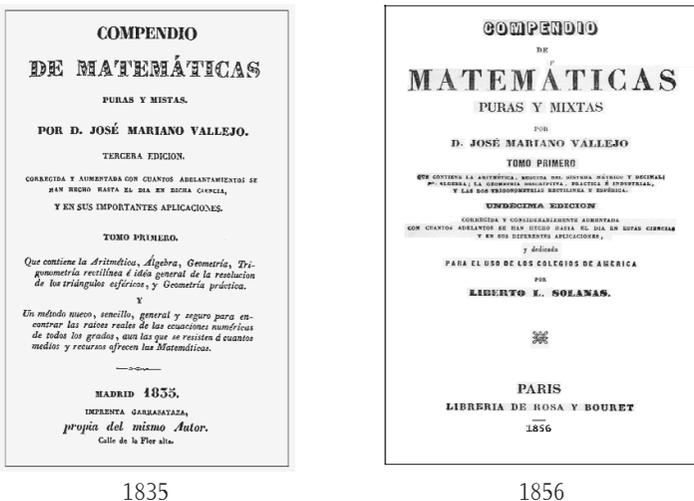
² La autora supone la edición de 1814, impresa en Boston, mientras que la primera edición es anterior a 1810. Hoy día todavía se encuentra, por ejemplo, la 6a. edición en dos volúmenes impresa en Londres. El texto tuvo una amplia difusión en el ámbito mundial; aparte de las traducciones china y japonesa, existen traducciones al alemán y al francés, ambas cercanas a 1812.

En síntesis, afirma Cheng: “Los diferentes modos y métodos de traducción fueron producto del medio social y (en este caso) tienen una amplia influencia en los reveses de su propio desarrollo” (Cheng, 2005, p. 6 del documento *in extenso*). La descripción termina con la afirmación de la autora en torno al proceso de adopción, a partir de la traducción del chino al japonés, por parte de la comunidad académica japonesa, del texto traducido vía la paráfrasis china.

Otro caso, donde la influencia en los cambios del conocimiento se dio a partir de la ideología imperante, aparece en Camacho (2001, pp. 312-319; 2004, pp. 210-215, y 2005a, p. 596).

La versión del *Compendio de Matemáticas*, escrito por el autor español J.M. Vallejo alrededor de 1817 e impreso en Francia cerca de 1848 para enviarse como manual de enseñanza de la matemática a los colegios mexicanos, fue ampliamente recortada: por ejemplo, en la versión americana no aparece la introducción, se cortaron o evitaron libros completos y conocimiento matemático importante que hubiera colocado a México en el contexto educativo y científico europeo del siglo XIX (la figura 2 muestra las carátulas de la versión española de 1835 y de la edición mexicana de 1856). En la parte correspondiente a la aritmética de la versión para América no aparecen las definiciones de fracciones decimales periódicas infinitas colocadas en las páginas 66 y 67 del texto español. La rúbrica del cálculo con decimales era fundamental para adoptar el siguiente paso, que consistía en aprender el sistema métrico decimal. Para nuestro país, el sistema mé-

Figura 2 En un mismo texto diferentes contenidos



trico se transferiría hasta mediados del siglo XIX, precisamente en la edición de 1856 del *Compendio* de Vallejo.

La “Geometría práctica” fue trasladada a la versión americana complementándola con elementos históricos del trabajo topográfico realizado en Ecuador por Bouguer, La Condamine, y Jorge Juan y Antonio Ulloa hacia 1735. El personaje que realizó la práctica de compilación, de apellido Solanas, incluyó además datos históricos de los levantamientos topográficos que realizó Vallejo en Madrid, conjuntamente con sus alumnos “caballeros seminaristas” del Seminario de Nobles de Madrid. Sin embargo, esto último, lejos de favorecer la comprensión de la medición, nivelación y diseño de plantas topográficas, hace confuso el texto con respecto al ambiente natural y elemental de la propuesta en esta dirección de la versión española. ¿Premeditación? ¿Inadvertida compilación?

Toda compilación de documentos responde a una intención. “Compilar” significa reunir en una misma obra diversos extractos de otros libros o documentos; quien lo hace determina una regulación cultural sobre lo que se asigne o no a la obra que se trata de abreviar o ampliar y, en consecuencia, sobre aquéllos a quienes está dirigida. Solanas, el compilador, fue en todo momento quien decidió los libros que deberían incluirse en el *Compendio*, así como los que no aparecerían, incluidos ciertos conocimientos. Las razones que tuvo para hacerlo no son fáciles de precisar.

Las consecuencias de esta y otras compilaciones revelan que México fue, durante esta etapa de transición política para España, un zona geocultural de difusión restringida de manuales didácticos diseccionados, que sirvieron de enlace a un pretendido intento de influencia social, basada, quizá, en una posición ideológica de sujeción, hacia una América ya perdida, por parte de los grupos de exiliados españoles de tendencia ideológica hispanoamericana.

En particular, un conocimiento básico colocado en el *Compendio* es la noción de “cantidad”. Vallejo la asume como una dicotomía; primero, como objetos de la matemática –números y variables– y enseguida, como magnitudes de la fenomenología física, es decir: áreas, volúmenes, distancias, etcétera.

El corte realizado al *Compendio* no permitió que los estudiantes mexicanos de la época analizada fueran provistos de modelos variacionales que explícitamente los hubieran llevado a entender, en ese contexto, problemas de la fenomenología física.

La transculturación de conocimientos matemáticos es evidente hoy por hoy, la globalización ejerce influencias científicas en los países más desprotegidos, los cuales recurren al uso de conocimientos vehiculados en textos extranjeros que

no necesariamente responden a las expectativas y problemas de enseñanza que caracterizan a los países emisores de dichos conocimientos. No obstante, quienes operan y ejercen la transculturación tienen nombre: profesores, investigadores, administradores de la educación, etc., y, por consiguiente, también deberían tener responsabilidad de la práctica.

PRÁCTICAS DE TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA

La noción de “práctica social de referencia” fue introducida por J.L. Martinand en el campo de la enseñanza de la física; apareció por vez primera en el año de 1982. Desde el punto de vista de la enseñanza, el trabajo que debe aportar el investigador en torno a las prácticas sociales corresponde a tres registros diferentes:

Los registros epistemológico, psicológico y pedagógico. El primero concierne al análisis de la práctica y la significación del problema de enseñanza que se desea resolver; el segundo al alumno, sus representaciones, sus estrategias de resolución de problemas, los obstáculos que enfrentará; el tercero refiere a la estructura de la clase y a las condiciones de enseñanza (Martinand, 1987).

El primero de estos registros, “el análisis de la práctica y la significación del problema de enseñanza”, es congruente con el análisis de la dimensión epistemológica que se involucra actualmente en el análisis preliminar para el diseño de situaciones didácticas.

La noción de práctica social de Martinand sería utilizada desde la década de 1980 por Chevallard en la teoría de la transposición didáctica (TTD), al intentar dar respuesta al problema de la justificación de los contenidos para la enseñanza matemática (Chevallard, 1992). La pregunta central de su proyecto era la siguiente: ¿Quién propone los conocimientos para la enseñanza matemática? La respuesta la dio a partir del reconocimiento de la sociedad al conocimiento escolar.

Para Chevallard, las prácticas ejercidas sobre el conocimiento pueden ser, de manera particular, profesionales o domésticas, algunas, o prácticas directamente sobre el conocimiento científico, otras. El papel del conocimiento en el ambiente social fue distinguido por este autor a través de diferentes tipos de prácticas:

- a) “Prácticas de producción” de conocimiento. Un ejemplo típico es el conocimiento matemático que surge de las comunidades científicas.

- b) “Prácticas de uso” del conocimiento.
- c) “Prácticas de enseñanza” del conocimiento.

En las prácticas sociales intervienen objetos materiales o abstractos; por lo general, los segundos se presentan de una manera proposicional, oral, gráfica e incluso gestual. Los objetos materiales suelen ser instrumentos físicos de medición. Otros ingredientes que intervienen son las actitudes de los individuos, así como el papel social que desempeña el conocimiento involucrado.

A estas últimas, Chevallard agregó las “Prácticas de transposición didáctica”, definidas como: “Manipulación del conocimiento que permite que ciertos aspectos de éste vivan en *nichos* institucionales” (Chevallard, 1992).

En conjunto, estos tipos de prácticas son ejercidas por una *noósfera*, grupos sociales que se distinguen por realizar los cambios al conocimiento de manera que éste pueda ser llevado al salón de clase.

En el centro de la TTD, Chevallard colocó la noción de “distancia epistemológica”, es decir, la distancia que equilibra la parte del conocimiento científico vigente con su contraparte en el mismo conocimiento dedicado a la enseñanza (Chevallard y Johsua, 1982).

Las primeras prácticas de transposición, en el sentido de Chevallard, fueron las síntesis de conocimiento realizadas por los diseñadores europeos de manuales para la enseñanza matemática, como el *Traité du Calcul Differentiel et Integral* de S.F. Lacroix y *Principios matemáticos* de B. Bails, entre otros textos, en un intento por volver elemental el propio conocimiento matemático que debía enseñarse (Camacho, 2005b).

La mejor manera de entender estos procesos se refleja en lo cotidiano de los cursos de matemáticas, donde los profesores hacen pasar un mismo concepto por diferentes contextos: algebraico, variacional, gráfico, etc., para intentar, con ello, que sus estudiantes aprendan lo mostrado. Intercalar argumentos en los cursos tradicionales de cálculo diferencial, por ejemplo en el caso del concepto de función inyectiva, y expresiones gráficas que los hagan comprensibles, haciendo uso del recurso del criterio de la recta horizontal, o sea: “una función es inyectiva si cada recta horizontal intersecta la gráfica de la función cuando mucho en un punto”, reduce el carácter epistemológico del concepto, transponiéndolo para mejorar su aprendizaje.

En la mayor parte de los cursos de matemáticas, sobre todo del nivel superior de enseñanza, se hace referencia al conocimiento matemático como “objeto por enseñar”. A partir de esta condición, el “objeto de enseñanza” se plantea como

una transformación o transposición didáctica del conocimiento matemático. La TTD distingue estos conceptos desde tres perspectivas: 1) los establecidos por la noósfera llamados “objetos para enseñar”, concebidos en los programas oficiales; 2) los “objetos de enseñanza”, presentados en los libros de texto, y 3) los “objetos enseñados”, tal como los plantean los profesores en el salón de clase y aparecen en los cuadernos de los estudiantes.

Un ejemplo concreto de actividades extraescolares ejercidas en el conocimiento matemático por una noósfera compuesta de profesores ha sido la amplia revisión de planes de estudio que llevó a la reforma de 2004 dentro del sistema tecnológico federal en México. En el centro de la reforma, la revisión intentó conciliar la enseñanza del curso de matemáticas I, cálculo diferencial e integral, del nivel de ingeniería, el cual se dividió en dos partes: para un primer semestre, cálculo diferencial, y otro más para cálculo integral. Por la división realizada y lo recortado que quedaron ambos programas, fue necesario incorporar nuevos temas en los dos; en el primero, “series y sucesiones” y en el segundo, “aplicaciones de la integral”. Esto último hizo que se desplazaran del currículo el resto de los cursos de matemáticas, concibiéndose así un nuevo curso de matemáticas V, ecuaciones diferenciales, que se cargó con más conocimientos. La noósfera en cuestión, la mayoría de los profesores de ese sistema, se permitió además desaparecer de algunos planes de estudio del nivel medio superior el curso de cálculo diferencial e integral que se había impartido desde el propio inicio del sistema tecnológico.

Martinand sentó las bases de las definiciones que posteriormente harían Y. Chevallard, para la TTD, y G. Brosseau para la teoría de las situaciones didácticas (TSD). Para el primero, las prácticas sociales suministran significados que sirven para explicitar las transformaciones del conocimiento que integrará la situación didáctica. Para el segundo, la perspectiva de Martinand es que las situaciones didácticas propuestas a los alumnos no deberían surgir solamente desde el punto de vista de las prácticas sociales, sino que éstos se deberían tomar en consideración en los diseños, con lo cual se favorecería el aprendizaje. Actualmente, podemos decir que la TTD sustenta a la TSD, su estudio lleva a la elección adecuada de la forma del conocimiento que debe integrarse en los diseños de situaciones con las que es posible que los estudiantes adquieran conocimiento.

LA ACTIVIDAD DIDÁCTICA DE LAS PRÁCTICAS SOCIALES

PRÁCTICA PROTOTÍPICA Y PRÁCTICA PERSONAL SIGNIFICATIVA

En Godino y Batanero (1994, p. 219) se llama “práctica” a toda actividad o manifestación realizada con el propósito de resolver algún problema, en la cual se adopten las actividades inherentes a la matematización planteadas por Freudenthal. A partir de la noción anterior, los autores establecen como “práctica prototípica”, en cuanto “práctica personal significativa”, los “invariantes operatorios” que una persona pone en juego ante situaciones problemáticas, en particular, en la solución de problemas matemáticos escolares. Si bien la propuesta de los autores es un proyecto en proceso del que se desconocen resultados, el uso de los invariantes operatorios se refiere a la cuestión de la comprensión y de la utilización de los significantes del lenguaje, y de los simbólicos, constituidos en “esquemas” en los estudiantes. Vergnaud articuló los esquemas piagetianos alrededor de cuatro instancias que involucran la noción de “invariante operatorio”:

- a) Teoremas y conceptos, o sea, el conocimiento que enfrentan los estudiantes.
- b) Invariantes operatorios constitutivos del esquema.
- c) El significado.
- d) El significante

Los “invariantes operatorios” son aquellos conocimientos adquiridos por los individuos: teoremas, conceptos, axiomas, etc., los cuales se encuentran esquematizados en habilidades mentales que, como conocimiento previo, se accionan frente a una situación para dar significado al problema tratado.

Los invariantes, en la dirección que se plantea, se accionan a partir de la situación en la que se coloca a los individuos, cuya práctica establece una “producción” de conocimiento que se ejerce en el orden de la propia situación.

Ejemplos concretos con los que se puede experimentar pueden hacerse con niños de primer año de primaria a los cuales se les ofrezcan figuras elementales colocadas en una cuadrícula, líneas rectas y cuadrados, y a quienes se les pida reproducir simétricamente dichas figuras, intentando observar en ellos el invariante de la conservación de la medida y la propia noción de simetría (Vergnaud, 1994). El mismo ejercicio se puede extender a otros individuos y niveles educativos involucrando líneas rectas oblicuas, por ejemplo figuras triangulares, donde la cuestión de los invariantes operatorios consiste en que los individuos guarden

la conservación de “magnitud” lineal y la conservación de los ángulos en el ejercicio de simetría.

En los cursos de matemáticas del nivel de ingeniería, es válido que el profesor o los investigadores se cuestionen por los invariantes operatorios de sus estudiantes, como pueden ser los casos de la “proporción” que se guarda entre cantidades variables, la noción que tienen del concepto de “variación”, la interfase en la modelación entre las nociones de constante y variable, etcétera.

Los invariantes se colocan en tipologías mediante cuestionarios organizados y diseñados con la intención de explorar y distinguir las características de las concepciones de los estudiantes, fin último de este tipo de investigación. Esa información forma parte del estudio de la componente cognitiva y es esencial para diseños posteriores de situaciones didácticas.

De aquí se desprenden varias cuestiones; la primera es que, para que una situación concebida por el profesor sea una situación para sus estudiantes, es necesario que estos últimos cuenten con los medios cognitivos o concepciones con los que puedan actuar para dar respuesta a la propia situación; otra, es que la “práctica” de los estudiantes en este sentido es la modelación que hacen de la realidad de la situación con los invariantes operatorios contenidos en sus esquemas mentales, y, por último, que el trabajo sistemático, por parte del investigador, que lleva a la verificación de los invariantes operatorios, cae del todo dentro del terreno de la psicología cognitiva.

PRÁCTICAS SOCIALES, FUNDAMENTO DE LA SOCIOEPISTEMOLOGÍA

PRÁCTICAS DE MODELACIÓN Y SIMULACIÓN

La socioepistemología (SE) surge como línea de investigación en México a finales del siglo pasado con los trabajos que en esa dirección realizaron investigadores del área del nivel superior del Departamento de Matemática Educativa (DME) del Cinvestav del IPN.

En su origen, la SE aparece como un eje fundamental de investigación del “pensamiento y lenguaje variacionales”, en la que el énfasis de ese acercamiento teórico se pone en la importancia que se da a las “prácticas sociales”, las cuales adquieren sentido dentro de la “matemática de la variación y del cambio” en los sistemas educativos (Cantoral y Farfán, 2003, pp. 265-266). En este enfoque se

sugieren una serie de actividades que requieren la construcción, entre estudiantes, de un universo de formas gráficas que ellos proporcionan para desarrollar la noción de “predicción” a través de fenómenos que involucran movimiento o cambio y que se idealizan con la fórmula del binomio de Newton.³ Según la hipótesis de los autores, la combinación de ambas tareas favorece el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacionales, cuya adquisición requiere prolongados procesos en los que los individuos construyen “bases de significados” de los conceptos en juego.

Bajo la perspectiva de la socioepistemología, en una primera instancia se ha pretendido colocar a los sujetos en situación de aprendizaje, creándoles herramientas a través de argumentos contenidos en el álgebra básica y el estudio de curvas que involucren procesos que permitan la adquisición de lenguajes gráficos que faciliten la transferencia entre diversos campos conceptuales, virtualmente ajenos en la enseñanza tradicional, estableciéndose con ello isomorfismos operativos entre el lenguaje algebraico y el lenguaje gráfico. La idea surge a partir de que, en el análisis matemático, algunos estudiantes logran procesos algorítmicos con los conceptos fundamentales sin que sean capaces de asignar un sentido más amplio a las nociones involucradas en su comprensión (Farfán, 1997).

De aquí se desprenden varias cuestiones:

- a) La visualización y el uso de códigos deviene en ruta de entendimiento o construcción de los conceptos del estatus variacional de la matemática escolar.

Y, como argumentos fundamentales:

- b) la naturaleza de la práctica social, y
- c) la resignificación del conocimiento matemático escolar.

En ambos casos, tanto en la TTD como en la SE, se parte del reconocimiento del saber que ha sido manipulado a través de las prácticas sociales, a fin de establecer los diferentes significados que adquiere en ese proceso. En el primero, la TTD, el estudio se fundamenta en el conocimiento sugerido por la noósfera y en los cambios que determinan las dos etapas posteriores, toda vez que ello permite llevarlo al salón de clase. En el segundo, la SE, el análisis del conocimiento es de corte epistemológico, por lo que, en la mayoría de los casos, se hace nece-

³ Según Cantoral y Farfán, el binomio de Newton surge de un sistema de prácticas sociales vinculadas con clases de situaciones que requieren predicción.

saría la búsqueda en la historia de las prácticas sociales, a fin de reconocer en ellas bases de significados, o resignificaciones, cuya estructura lleve a establecer la “construcción del conocimiento matemático”, con lo cual es posible construir diseños instruccionales.

La etapa de diseño es llamada en la SE “reconstrucción del conocimiento matemático escolar”. En este apartado, los registros epistemológicos conciernen a la práctica social, así como al intento de dar significado al problema de enseñanza que se trata de resolver.

Trataré de aclarar con casos concretos lo que he explicado hasta aquí, sobre todo respecto de los últimos dos argumentos en los que se fundamenta la socioepistemología, es decir, la naturaleza de las prácticas sociales y la resignificación del conocimiento que subyacen en esta dimensión.

Uno de los primeros proyectos que concentra la resignificación de la noción de “punto de inflexión” aparece en Castañeda (2002, p. 40). El autor hizo análisis de las obras de cálculo de L'Hôpital y Agnesi y determinó una base de significados elementales de este concepto a partir de sus epistemologías. En las obras analizadas, L'Hôpital y Agnesi coincidieron en llamar el punto de inflexión “como el lugar geométrico donde ocurre un cambio de concavidad”, en otro caso, Agnesi hizo uso del signo de las “segundas diferencias” y encontró que en el sitio donde éstas toman el valor cero se coloca el punto de inflexión de la curva, entre otras significaciones.

Quizá los casos más significativos sean el de Lezama (1999 y 2003) y Martínez (2003). Ambos investigadores dotaron de extensos campos de significados a conceptos como la función exponencial, el exponente no natural y la función trigonométrica, logrando incorporarlos en situaciones didácticas organizadas para diversos escenarios escolares.

En el proyecto de Buendía y Cordero (2002), el trabajo epistemológico llevó a concluir que “Euler estuvo involucrado en actividades por las cuales tuvo necesidad de formalizar las funciones periódicas”. La práctica que favoreció esta formalización “fue la descripción de un movimiento que ocurre en el tiempo”, al manejar éste como la variable independiente. Esta descripción llevó a la autora a definir una estrategia situacional con la que se buscó que los involucrados establecieran patrones de regularidad con lo periódico; en esencia, aquello que lleva a predecir mediante recursos gráficos.

En otro trabajo de esta naturaleza, Guadarrama (2004) ha mostrado cómo alumnos indígenas de la región zapoteca del estado de Oaxaca recurrieron a la construcción de nuevos escenarios y bases de resignificación de conceptos, in-

fluidos por su ambiente cultural, para resolver problemas elementales de matemáticas que les planteaban sus profesores.

La “resignificación” en estos autores se considera como el reconocimiento de las diferentes aristas del conocimiento en su evolución, en cuanto análisis epistemológico. En consecuencia, las diferentes circunstancias del conocimiento, determinadas por el investigador, se colocarán en los diseños situacionales. Cada cambio del saber determinará u operará cambios en lo cognitivo de los estudiantes, de modo que en la situación didáctica, es de suponer que se lleve el control de ambas componentes: epistemológica y cognitiva.

Por su parte, los primeros intentos para dar sentido a la noción de práctica social, dentro de la aproximación socioepistemológica, aparecen en los trabajos de Arrieta *et al.* (2003, p. 418). En ellos se plantea la noción de práctica social desde la actividad deliberada de los sujetos, como: “Un conjunto de acciones voluntarias que intencionalmente desarrolla el individuo para construir conocimiento”.

Con esta noción, las prácticas sociales se restringen a solamente la generación de conocimiento, y los escenarios o situaciones didácticas para que ocurra la construcción de éste deben centrarse en ellas, de manera que las componentes de las situaciones “componentes de convención matemática”, es decir: “El proceso de búsqueda de consensos en el seno de la comunidad que trabaja para dar unidad y coherencia a un conjunto de conocimientos” (Martínez, 2005, p. 201), sean consecuencias particulares de tales prácticas a partir de su reproducción en el salón de clase.

En la TSD las transposiciones del conocimiento que surgen del análisis epistemológico están sujetas a la componente didáctica que sugiere la noósfera y a la parte cognitiva de los individuos para el diseño de la situación. Mientras que, en la SE, la componente social es el detonante de la práctica donde se inscribirán los registros de la componente epistemológica, con cuyo análisis se determinarán bases de significados que llevarán a instaurar la construcción del conocimiento matemático, sustento de los diseños instruccionales.

En el escrito de Suárez (2001), se deja ver la alternativa inmediata que lleva al diseño de situaciones para el estudio de la variación, inscribiéndolo a través de “prácticas de simulación”, cuyo eje se centra en la graficación y el manejo de datos.

En otro informe (Arrieta y Canul, 2003, p. 209), se insiste en la simulación fenomenológica que establece una primacía de las herramientas de uso en la práctica como bases de categorías, sobre los objetos matemáticos: “En el ejercicio de las prácticas es donde se utilizan los artefactos con intenciones situadas en un contexto”.

De aquí que el contexto sea inseparable de la práctica de manera semejante

a Freudental (1991), lo cual está en contraste con el papel de las condiciones que facilitan o alteran las acciones del sujeto. Es, pues, en el contexto, “donde aparecen, se estructuran y se movilizan como argumento ciertas nociones matemáticas”:

Las prácticas de modelación que se han elegido se enfocan en prácticas que se desarrollan en interacción con fenómenos físicos [...] conjeturando y realizando predicciones acerca de ellos y utilizando modelos.

Arrieta y Canul estiman una metodología a través del diseño de secuencias didácticas “siguiendo la metodología de la ingeniería didáctica” y haciéndole adecuaciones desde la propia perspectiva del proyecto, es decir, las prácticas de simulación. En esencia, las propuestas parten de tres cuestiones fundamentales en el cuerpo del diseño de las situaciones a través de la simulación:

- a) la selección de las prácticas sociales a través del lenguaje de los objetos matemáticos en juego;
- b) el carácter discursivo de la construcción social del conocimiento, y
- c) las interacciones en el aula.

En estos trabajos queda por aclarar la naturaleza de la noción de “situación” en el sentido de la socioepistemología, la cual hasta aquí ha estado sujeta a las herramientas de uso en la interacción con el modelo del problema que se desea resolver y las nociones matemáticas en juego, toda vez que la actividad práctica de la modelación dará para reproducir los significados de los conocimientos.

PRÁCTICAS PROCEDIMENTALES

Desde el punto de vista de la SE, agruparé dentro de las “prácticas procedimentales” las prácticas de simulación y modelación vistas anteriormente. El término “procedimental” deviene actividad de ingeniería que los profesionistas en diversos ramos realizan haciendo uso de la matemática. En este tipo de actividades, debemos tomar en consideración la aplicación práctica de la matemática en la ingeniería como fuente de resignificaciones del conocimiento en el propio centro de la modelación.

Las prácticas procedimentales involucran prácticas de simulación y modelación, así como argumentos de las ciencias de observación como la astronomía de posición y otras, que no contemplan las propias prácticas de simulación y mode-

lación. Desde este punto de vista, las prácticas procedimentales se pueden considerar a partir de dos grandes rubros:

- a) aquel donde el conocimiento matemático, en todas sus formas, toma definición en actividades de la ingeniería como la observación, y
- b) las actividades de corte experimental, como la simulación y la modelación, donde se colocan el pensamiento y el lenguaje variacional.

En el primer caso, es posible inscribir la tesis de Montiel (2005), la cual plantea un estudio socioepistemológico de la función trigonométrica. A partir del análisis a las observaciones celestes de Ptolomeo y Copérnico, la autora estableció buena parte del estudio epistemológico de su proyecto en la búsqueda de “una base elemental de significados” para las funciones trigonométricas de seno y coseno. En ambos casos, para la construcción de las primeras tablas de medidas de cuerdas subtendidas por diferentes arcos de circunferencia divididas en 360 partes, mientras que el diámetro se supone dividido en 120 partes, ambos personajes dieron una primera definición para la medida de un arco de 90° llamando “seno máximo” a la cuerda correspondiente. Si bien la noción del seno trigonométrico aparece, como se deja ver, en un ambiente experimental totalmente especulativo, la definición actual de éste adquiere un primer significado de esta última.

En la exploración de la resignificación de argumentos, como el caso de la función seno, es fácil reproducir en el salón de clase la experiencia de Ptolomeo o la de Copérnico: en una primera etapa los alumnos pueden diseñar tablas trigonométricas de valores angulares, por ejemplo de 10° en 10° y múltiplos de π , a partir de dibujar con regla graduada y transportador en un cartoncillo círculos trigonométricos con un radio de 10 cm, a fin de determinar de este modo los valores de los catetos opuesto y adyacente de cada ángulo, así como la proporción que guardan ambos. La siguiente etapa consiste en que, con la información de la tabla, dibujen en un plano de x contra y los valores así establecidos que, unidos punto por punto, constituirán las gráficas respectivas del seno, coseno, tangente, etc., sin que el propio estudiante lo perciba inicialmente.

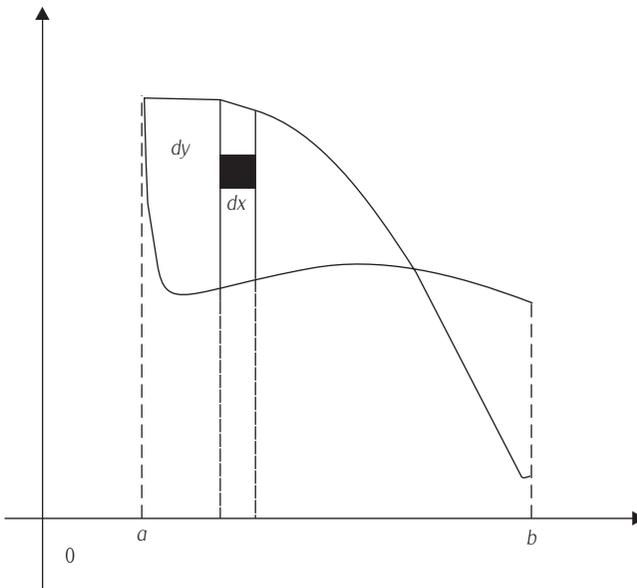
La experiencia es vasta en significados geométricos de estas funciones y puede servir de puente para mejorar su introducción, haciendo interactuar, incluso, desde este momento, los conocimientos de la tabla para valorar ecuaciones e identidades trigonométricas. Por su sencillez, la práctica se concibe tanto para niveles elementales, como primaria y secundaria, como para niveles preparatorios y de ingeniería.

En el segundo rubro, las prácticas procedimentales de modelación o simulación, consisten en traducir una situación, en este caso, las situaciones son del todo fenómenos de variación entre cantidades, haciendo uso de un pequeño número de conceptos o bien una parte “rudimental” de ellos (variables, parámetros, clasificaciones, objetos) aislados de una disciplina particular, la matemática. El conjunto de conceptos utilizados posee una lógica propia de funcionamiento, independiente del dominio del fenómeno por modelar (Tavignot, 1994, p. 411).

La puesta en interacción entre la lógica de los conceptos y el dominio del fenómeno facilita en los estudiantes un buen número de habilidades, como son: esquematizar, formular y visualizar un problema de diferentes maneras, descubrir relaciones y regularidades, reconocer aspectos isomorfos, descripciones y predicciones hacia el propio fenómeno, así como nuevas facetas e interacciones del conocimiento que son puestas en correspondencia entre la perspectiva teórica y el hecho experimental.

Por su naturaleza, las prácticas procedimentales pueden considerarse a sí mismas como el apoyo imprescindible del diseño de situaciones, donde la matemática no se piensa a través de objetos duros que los estudiantes deban construir, sino a través de sus relaciones procedimentales con la modelación. El objetivo de

Figura 3 El diferencial de área



revalorar los conocimientos adquiridos coloca a los estudiantes en el propio proceso de la construcción del conocimiento. En este sentido, la noción de situación adquiere una dimensión distinta de la que se ha concebido para la TSD de G. Brousseau, no obstante que se preservan y modifican las dimensiones habituales de estudio, como lo veremos más adelante.

En general, las prácticas procedimentales se caracterizan por la “toma” de cantidades diferenciales, como pueden ser volúmenes, áreas, etc., para, así, pasar a la solución de problemas. Esta actividad permite en los estudiantes la transición y uso de diversas formas de un mismo concepto matemático. Además, visto como herramienta de uso en problemas de ingeniería, el contexto donde se desenvuelven los conceptos los provee de mayores significados, incluidos aquellos que el investigador desee reproducir en la situación.

Por la condición de la práctica, la parte procedimental se guía a través de los pasos elementales que conducen a los ingenieros a la modelación y solución de problemas.⁴

Así y desde la perspectiva de la socioepistemología, el proyecto de Solís (2004, p. 42)⁵ contempla un argumento llamado “comportamiento tendencial” que cabe en este tipo de prácticas y, según sugiere el autor, permite a los estudiantes “construir significados de diferentes conceptos matemáticos” a través de argumentos gráficos.

En particular, con ecuaciones diferenciales lineales del tipo $ay' + y = f$ se ha pretendido identificar patrones de comportamiento de la función f al variar el coeficiente a en la ecuación diferencial, haciendo interactuar en situación los argumentos algebraico y gráfico. La importancia que asume el proyecto de Solís se coloca en la posibilidad de que los estudiantes “construyan los significados en el propio acto de la situación”:

⁴ Los siguientes pasos son cotidianos en este tipo de actividades: *a) Se conoce.* Después de leer cuidadosamente el problema, reconocer aquello que se conoce de éste. *b) Encontrar.* Plantear de manera breve y concisa lo que se debe encontrar. *c) Esquema.* Dibujar un esquema del sistema, etiquetándolo con constantes y variables, suponiendo valores diferenciales para las segundas. *d) Suposiciones.* Haga una breve lista de las suposiciones que pueden simplificar la obtención de la ecuación que gobierna el problema. *e) Análisis.* Comience el análisis aplicando las reglas matemáticas más sencillas extraídas de las regularidades del problema e introduzca las ecuaciones necesarias. Ejecute los cálculos necesarios para obtener los resultados deseados. *f) Comentarios.* Analice sus resultados. El análisis debe incluir un resumen de las conclusiones clave, una crítica de las suposiciones iniciales y una inferencia de las tendencias mediante la ejecución de cálculos adicionales permeados por preguntas del tipo *qué sucedería si...*

⁵ El proyecto de Solís es consecuencia de los trabajos realizados por F. Cordero en el DME del Cinvestav, IPN.

[...] la hipótesis consiste en considerar que, a partir del diseño de la situación, los estudiantes construyen argumentos de comportamiento [...] y que la relación simbiótica entre las nociones de predicción y simulación es el eje que les permite reorganizar tales argumentos para resignificar las ecuaciones diferenciales.

En relación con el trabajo de Solís, se ha definido en Cordero (2004) la noción de “resignificación” como: “El uso del conocimiento en la situación donde se debate entre su función y su forma de acuerdo con lo que organiza el grupo humano”.

Las prácticas sociales se delimitan como un conocimiento teórico que “orienta las epistemologías en el orden de la situación”. No obstante, los aspectos epistemológicos que aparecen en la práctica deben considerarse como “argumentaciones” en lo situacional, es decir, marcos compuestos intencionalmente de significados, procedimientos, y procesos y objetos, que reflejan la posición procedimental de las prácticas sociales, de manera sistémica, en las dimensiones epistemológica, didáctica, cognitiva y social.

De ello, el autor desprende lo ya comentado en Farfán (1997), que los “marcos de referencia” para la resignificación del uso de gráficas están ausentes en el ámbito escolar. De aquí que la intención de tales proyectos sea la de proveer al sistema educativo de estos marcos.

En Cantoral *et al.* (2000, p. 65), Cordero irá más allá; distingue la noción de “situación” desde la perspectiva de la socioepistemología porque en ella: “[...] no se asignan objetos matemáticos a una realidad separada, sino más bien se reconoce que hacer distinciones y formar construcciones es una parte esencial de la modelación”.

El autor establece, además, etapas institucionales de investigación que llevan al diseño de situaciones didácticas, a fin de que los estudiantes resignifiquen el conocimiento que previamente se haya determinado en la etapa del análisis epistemológico. Éstas plantean:

1. Partir de experiencias educativas ubicando las epistemologías del (o los) concepto(s) en juego. Las epistemologías deben proveer de hipótesis sobre los métodos de uso de gráficas en las prácticas sociales (en esta etapa se pretende resignificar el conocimiento en juego).
2. Actividades de análisis para establecer las comprensiones de las gráficas en cuanto a su función y forma por las clases de actividades que generen

sus prácticas sociales o institucionales. Diseño y rediseño de situaciones didácticas a través del conocimiento resignificado.

3. Aplicación en laboratorio experimental de los rediseños de situaciones. Generar, además, gestiones escolares potenciales para el nivel superior de enseñanza.

En resumen, presentaré la propuesta de Cordero en los siguientes términos: las prácticas sociales de graficación dotan al investigador de resignificaciones, las cuales se conciben como “argumentaciones” para la parte del diseño situacional. Estos diseños, por completo experimentales, llevan a su vez a los estudiantes a resignificar el conocimiento a través de las prácticas situacionales de modelación, simulación o procedimentales, en las que el conocimiento se concibe en un contexto variacional.

En particular, para la situación del conjunto de soluciones posibles en las prácticas procedimentales donde la variación es el eje del problema, es preciso describir: una tabla de valores, una gráfica, una función, una ecuación, etc., que contenga el interés de cada una de las decisiones de los estudiantes. En este sentido, optimar para la situación es determinar la mejor de las opciones, es decir, la mejor elección del significado para la solución del problema, a través de conocer la parte cognitiva de los estudiantes a ese respecto (Orange, 1990).

CONCLUSIONES

En las prácticas sociales, los objetos son sometidos gradualmente por los sujetos en interacciones donde el conocimiento se obtiene como resultado de la actividad. Las prácticas sociales, colocadas en situación didáctica, establecen ámbitos de posibilidades de cambio que modifican los valores intelectuales de los seres humanos, concebidos éstos en un medio educativo.

En el contexto de la socioepistemología, las prácticas sociales vinculan la actividad de enseñanza de la matemática en el nivel de ingeniería con las propias prácticas de modelación de la ingeniería.

Las actividades sencillas que se convierten en prácticas sociales pueden atraer la atención grupal sobre nociones variacionales que relacionan, por ejemplo, área con perímetro. Intentemos entender el objeto de la socioepistemología con esta última idea. Un ejemplo muy común de esa naturaleza en el salón de clase, en los cursos de quinto y sexto año de primaria, es el siguiente: se toma

una cuerda cerrada tendiéndola entre los dedos pulgar e índice de cada mano, de manera que se forme un rectángulo cuya base sea la distancia entre ambas manos y su altura la distancia entre los dedos de una mano. La experiencia consiste en enseñar este “modelo” a los alumnos aproximando los dedos y alejando la mano de acuerdo con ello. El rectángulo cambia de forma: disminuye la altura y aumenta la base. La actividad variacional del rectángulo es el mejor momento para las preguntas a los estudiantes: ¿Qué pasa con el área? ¿Qué pasa con el perímetro? Sorprenden las respuestas inesperadas de los alumnos, como la de suponer la conservación del área si se conserva el perímetro. Si se continúa con el problema hasta reducir los dedos, las respuestas de los alumnos pueden sorprender aún más; no obstante, al suponer nula el área por la disminución gradual de los dedos, es posible que en los alumnos haya surgido una idea primitiva de función continua.⁶

Esto último prueba la posibilidad de accionar actividades variacionales en estudiantes de niveles elementales, sin el prejuicio de la matemática escolar del nivel superior; toda vez que los elementos que sugiere la socioepistemología entran en el juego de la actividad sin más recurso que la sencillez de la actividad de simulación. La actividad, por sí misma, pone en juego recursos y conocimientos que se pueden distinguir fácilmente y que ofrecen diferentes vertientes de investigación, como la resignificación y construcción de conocimiento, así como la exploración de invariantes operatorios en los estudiantes.

Si los profesores del nivel superior amplían este mismo ejercicio con estudiantes de ese nivel poniendo en juego expresiones variacionales x y y y para el rectángulo, el ejercicio se vuelve sustancioso en significaciones que enriquecen las nociones de variación, predicción y cantidades máximas y mínimas, centrándose en un modelo de simulación por demás simple y del todo geométrico.

No obstante, pueden surgir preguntas del ejercicio del tipo: ¿Hacia dónde lleva este proceso al estudiante? ¿A construir o resignificar conocimiento? Es claro que ambas opciones están interactuando: el proceso lleva al sujeto a fortalecer lo aprendido a través de dotar de significado los conocimientos previamente enseñados de variable, variación, predicción, etc. Con estas nuevas resignificaciones, el alumno puede colocarse en posición de finalizar un proceso de construcción

⁶ Este ejercicio fue aplicado a estudiantes del nivel básico (5° grado), a fin de verificar sus invariantes operatorios respecto de las nociones de área y perímetro dentro del análisis a la dimensión cognitiva en el cuerpo del análisis preliminar para el diseño de una situación didáctica de estas nociones. En mi caso, orienté el trabajo que realizaron durante los meses de julio y agosto tres estudiantes universitarios, aprovechando la convocatoria 2005 del verano de la ciencia de la Academia Mexicana de Ciencias.

de conocimiento iniciado con el juego de la graficación de funciones, o continuar aun en el mismo proceso, pero provisto con un esquema mental más amplio de significados.

A pesar de que parecería que el ejercicio no requiere más argumentos en clase que el de ser exhibido, otras preguntas adquieren sentido si quisiéramos llevarlo a un medio ambiente situacional, por ejemplo: ¿En qué momento se realizan los análisis de las componentes ya mencionadas? y ¿cuál es el mejor diseño situacional que responde al ejercicio? Intentemos una respuesta: la socioepistemología parte de que el trabajo del investigador consiste en establecer una base de significados de los conocimientos de contenido variacional como los mencionados, esta actividad es breve y se centra en los contenidos de los textos con los que antaño se enseñaron tales conceptos, así como en las propias obras científicas donde se haya gestado el conocimiento, previa elección del conocimiento por resignificar. No obstante, será el propio investigador el que lleve a cabo el diseño situacional a través de reconocer no sólo la parte epistemológica del conocimiento en tales obras, sino, incluso, de tener un perfil en el que se estimen las concepciones de los estudiantes hacia el conocimiento que forma parte de la modelación en juego, así como tener presente el objeto de la actividad: construir conocimiento, resignificarlo o ambas cuestiones.

Pero aceptamos que la socioepistemología se encuentra actualmente en una etapa experimental y de gestación teórica que, en el corto plazo, brindará estos resultados. Incluso esta aproximación ofrece los suficientes elementos con los que es posible determinar los invariantes operatorios, o concepciones, de los estudiantes antes de experimentar siquiera en ellos la resignificación de conocimientos. Pero, ¿los invariantes operatorios de los estudiantes no son acaso significados, equivocados o no, del conocimiento que se está investigando?

En esta orientación, la aproximación socioepistemológica cuenta hasta el momento con investigación de campo en dos direcciones, por un lado, la búsqueda de bases elementales de significaciones con las que se pueda incidir en la “reconstrucción del conocimiento matemático escolar”, es decir, los diseños de situaciones y, por otro, investigación de corte experimental en la que se ha puesto en juego la simulación y modelación, en el intento de que los estudiantes construyan conocimiento a través de las resignificaciones que se reproducen en las actividades.

Las investigaciones de simulación y modelación que anteriormente expuse parecen ser del segundo tipo. Sin embargo, en éstas los autores han sobrestimado la modelación, imponiéndola como la parte íntima del diseño de situaciones.

No obstante, los resultados obtenidos con estas últimas son congruentes, ya que la interacción entre la lógica propia de los conceptos matemáticos que se involucran, así como el dominio fenoménico por modelar, facilitan por sí mismos la predicción e interacción entre ambos dominios, aun cuando soslayan u ocultan la estructura del diseño de la situación. Así, en los pocos proyectos terminados que contemplan diseños de situaciones y que se han puesto en evidencia, no se encuentran los “análisis preliminares”, si acaso apenas el análisis epistemológico, que contengan las premisas esenciales que surgen del estudio al conocimiento, es decir, el conocimiento resignificado a través de las componentes epistemológica, cognitiva y didáctica.

Esta breve afectación parte del supuesto de que las construcciones mentales, o sea el tratamiento cognitivo del conocimiento, se acuerdan en el propio marco de las resignificaciones que se generan en las prácticas sociales, mientras que la construcción del conocimiento está anclada en una epistemología de prácticas y no propiamente de conceptos (Chevallard *et al.*, 1998), lo cual no deja lugar a dudas, puesto que las epistemologías que resultan de las prácticas se categorizan a través de las diversas reformulaciones o resignificaciones del conocimiento. Sin embargo, en los diseños de situaciones que no se hacen explícitos, estas categorías o bien se han soslayado, o bien se han dejado de lado, puesto que no se perciben en el contexto de los diseños situacionales ni en las etapas iniciales del trabajo de investigación en las que el investigador toma control de los significados del conocimiento en juego. Una pregunta que surge de ello tiene que ver con el control de los significados: ¿De qué manera las resignificaciones del conocimiento irán apareciendo en el proceso situacional? Por consiguiente, esta misma convención deja de lado una de las premisas esenciales que surgen del análisis de la componente cognitiva para la transmisión de conocimiento fincada por Grenier (1988) para los diseños situacionales, es decir: “Un proceso es comunicable sólo si incluye un estudio de las concepciones de los pupilos alrededor de la noción”.

Intentaré dar un primer punto de vista: En este último rubro, considero que la socioepistemología requiere una revisión de los contenidos en la dirección de los diseños situacionales en los cuales, efectivamente, se privilegie la aproximación que dan las prácticas sociales sin dejar de lado los estudios fundamentales de las otras componentes.

La TSD tiene el mismo nivel teórico y metodológico en sus componentes, tanto en México, donde ha tenido una amplia difusión y aceptación, como en Francia, donde adquirió su definición. La utilidad directa de las dimensiones de análisis como prescripciones de enseñanza, independientemente de la aproximación teó-

rica que se use, conduce a otros problemas que pueden alterar más drásticamente el aprendizaje de los conceptos matemáticos. Brosseau hizo una advertencia en esta dirección:

Crear conceptos próximos a los objetos de estudio, sacralizar los conceptos profesionales sin preocuparse demasiado de sus relaciones, en particular de su compatibilidad con los conceptos y teorías ya existentes, reutilizar sin rigor conceptos que son familiares, ignorar los análisis *a priori* (análisis preliminar) de las situaciones, separar las discusiones del diseño de la ingeniería, despreciar la formulación y la discusión de las hipótesis, el atestiguar las fuentes, la presentación, constituyen graves peligros (Brousseau, 1994, p. 62).

La socioepistemología es valiosa por los resultados que arroja de la construcción del conocimiento matemático. Este último se concibe comúnmente como “conocimiento significativo”, el cual tiene un valor muy estimado para el diseño de situaciones didácticas. Si la construcción del conocimiento matemático es fuente de significados para los diseños de situaciones, otro punto de vista que daré al respecto es que el establecimiento de dicha construcción debe sujetarse a una estructura que les otorgue continuidad a las resignificaciones contenidas en éste, lo cual dotará al investigador de significados todavía más valiosos para el propio diseño.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abric, J.C. (2001), *Pratiques sociales, représentations sociales*, París, PUF.
- Arrieta, J., G. Buendía, M. Ferrari, G. Martínez y L. Suárez (2003), “Las prácticas sociales como generadoras del conocimiento matemático”, *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Santiago de Chile, Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, vol. 17, tomo I.
- Arrieta, J. y A. Canul (2003), “Las prácticas sociales de modelación en la construcción de lo exponencial”, *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Santiago de Chile, Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, vol. 17, tomo I.
- Arsac, G. (1992), “The Evolution of a Theory in Didactics: The Example of Didactic Transposition”, *Research in Didactique of Mathematics*, Selected Papers, ADIREM, París, La Pensée Sauvage.

- Braczko, P. (1982), *Une éducation pour la démocratie. Textes et projets de l'époque révolutionnaire*, París, Garnier.
- Brousseau, G. (1994), "Perspectives pour la didactique des mathématiques", en M. Artigue, R. Gras, C. Laborde y P. Tavninot (eds.), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, París, La pensée sauvage.
- Buendía, G. y F. Cordero (2002), "Las prácticas sociales como generadoras de conocimiento", *Serie de Antologías Número 2*, Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, Red Nacional de CIMATES.
- Camacho, A. (2001), "Los obstáculos para la difusión de conocimientos matemáticos a los colegios mexicanos de mediados del siglo XIX", *Epsilon, Revista de la SAEM "Thales"*, Sevilla, España, Facultad de Matemáticas.
- (2004), "Difusión de conocimientos matemáticos a los colegios mexicanos del siglo XIX. De la noción de cantidad al concepto de límite", *Cronos Cuadernos Valencianos de Historia de la Medicina y de la Ciencia*, Departamento de Historia de la Ciencia y Documentación López Piñero, Universitat de València, vol. 7, núm. 2.
- (2005a), "Transculturization Practices of Mathematics Knowledge to the Mexicans Colleges of the Nineteenth Century", en *SS27 Trans-cultural Diffusion of Science. Abstracts Book of XXII International Congress of History of Science*, Beijing, China.
- (2005b), "Sistemas sintéticos: lo inteligible en los manuales para la enseñanza", *Cinta de Moebio, Revista Electrónica de Epistemología de Ciencias Sociales*, Universidad de Chile, marzo, <http://www.moebio.uchile.cl/22/index.htm>.
- Cantoral, R. y R. Farfán (2000), "A Sociocultural Approach to Infinitesimal Calculus Invited as a Regular Lecture", en Hiroshi Fujita, Yoshihiko Hashimoto, Bernard R. Hodgson, Peng Yee Lee, Stephen Lerman y Toshio Sawada (eds.), *Proceedings of the Ninth International Congress on Mathematical Education*, Tokyo, Kluwer Academic Publishing, pp. 108-110.
- (2003), "Mathematics Education: A Vision of its Evolution", *Educational Studies in Mathematics*, Países Bajos, Kluwer Academic Publishers.
- Cantoral, R., R. Farfán, F. Cordero, J.A. Alanís, R.A. Rodríguez y A. Garza (2000), *Desarrollo del pensamiento matemático*, México, Trillas.
- Caretero, M. (1998), "El espejo de Clío: Identidad nacional y visiones alternativas en la enseñanza de la historia", *Cero en conducta*, México, octubre, año 13, núm. 46.
- Castañeda, A. (2002), "Estudio de la evolución didáctica del punto de inflexión: una aproximación socioepistemológica", *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, México, Thomson-CLAME, vol. 5, núm. 1.

- Chevallard, Y. (1992), "Fundamental Concepts in Didactics: Perspectives Provided by an Anthropological Approach", en Regine Dovady y Alan Mercier (eds.), *Recherche in Didactique of Mathematics, Selected Papers*, París, La Pensée Sauvage.
- Cordero, F. (2004), "La socioepistemología en la graficación del discurso matemático escolar", *Resúmenes de la 18ª Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México, 19 a 23 de julio.
- Cheng, Y. (2005), "Chemistry Translation in Japan and China", en *SS27 Transcultural Diffusion of Science, Abstracts Book of XXII International Congress of History of Science*, Beijing, China.
- Chevallard, Y. y M.A. Johsua (1982), "Un exemple d'analyse de transposition didactique: la notion de distance", *Recherches en didactique des mathématiques*.
- (1985), "Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège -Première partie: L'évolution de la transposition didactique", *Petit x*, núm. 5.
- Chevallard, Y., M. Boch y J. Gazcón (1998), *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*, Biblioteca para la Actualización del Maestro, México, SEP.
- De Gortari, E. (2000), *Diccionario de la lógica*, México, Plaza y Valdés.
- Farfán, R. (1997), *Ingeniería didáctica: un estudio de la variación y del cambio*, México, Grupo Editorial Iberoamérica.
- Freudental, H. (1991), *Revisiting Mathematics Education*, Dordrecht, Kluwer.
- Godino, J. y C. Batanero (1994), "La notion de signifié en didactique des mathématiques", en M. Artigue, R. Gras, C. Laborde y P. Tavnignot (eds.), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, París, La pensée sauvage.
- Grenier, D. (1988), *Construction et étude du fonctionnement d'une processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième*, tesis, Université de Grenoble I.
- Guadarrama, J. (2004), *La construcción social del concepto de solución*, tesina para examen predoctoral, México, CICATA-IPN.
- Lezama, J. (1999), *Un estudio de reproducibilidad: El caso de la función exponencial*, tesis de maestría, México, DME, Cinvestav-IPN.
- (2003), *Un estudio de reproducibilidad de situaciones didácticas*, tesis de doctorado, México, DME, Cinvestav-IPN.
- Martinand, J.L. (1987), "Quelques remarques sur les didactiques des disciplines", *Didactique I*, Les sciences de l'éducation, núms. 1-2.
- (1992), *Contribution à la caractérisation des objectifs pour l'initiation aux sciences et techniques*, tesis, Université de Paris 7.

- Martínez, G. (2003), *Caracterización de la convención matemática como un mecanismo de construcción de conocimiento. El caso de su funcionamiento en los exponentes*, tesis de doctorado, México, Programa de matemática Educativa, CICATA, IPN.
- (2005), “Los procesos de convención matemática como generadores de conocimiento”, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, México, vol. 8, núm. 2.
- Montiel, G. (2005), *Estudio socioepistemológico de la función trigonométrica. La visualización de las funciones seno y coseno mediante sus propiedades analíticas*, tesina para examen predoctoral, México, CICATA-IPN.
- Orange, Ch. (1990). “Didactique de l’informatique et pratiques sociales de référence”, *Bulletin de L’Epi*, núm. 60, en http://www.epi.asso.fr/revue/60/b60_p151.htm.
- Solís, M. (2004), “Simbiosis entre las nociones de predicción y simulación como eje para resignificar las ecuaciones diferenciales lineales”, *Resúmenes de la 18ª Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México, 19 a 23 de julio.
- Suárez, L. (2001), “Las actividades de simulación y modelación en el salón de clase para la construcción de significados del cálculo”, *Serie Antologías*, Programa Editorial Red Nacional de CIMATES.
- Tavignot, P. (1994), “Réflexions sur les aspects méthodologiques de la recherche en didactique des mathématiques”, en M. Artigue, R. Gras, C. Laborde y P. Tavignot (eds.), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, París, La pensée sauvage.
- Vergnaud, G. (1978), “The Acquisition of Arithmetical Concepts”, ponencia presentada en la Second International Conference for the Psychology of Mathematical Education, Osnabröck.
- (1994), “Le rôle de l’enseignement à la lumière des concepts de schème et de champ conceptuel”, en M. Artigue, R. Gras, C. Laborde y P. Tavignot (eds.), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, París, La pensée sauvage.

DATOS DEL AUTOR

Alberto Camacho Ríos

Instituto Tecnológico de Chihuahua II
camachoalberto@hotmail.com