

La teoría de conjuntos en la formación de maestros: facetas y factores condicionantes del estudio de una teoría matemática

Mario José Arrieche Alvarado

La importancia de la teoría de conjuntos como lenguaje unificador de distintas ramas de la matemática hizo que en la reforma de la enseñanza conocida como “matemática moderna”, se diera especial énfasis a estos contenidos en los currículos de enseñanza secundaria y primaria en la década de 1960 y 1970, y en algunos países incluso en la de 1980.

Es de hacer notar que, a pesar de la relevancia que estas nociones han tenido en los diferentes niveles educativos, se produjeron fuertes críticas a su enseñanza en secundaria y primaria por prestigiosos matemáticos de la época, tales como Feynman (1965), Kline (1973), Freudenthal (1983), etc. Como consecuencia de estas críticas se decide suprimir los contenidos conjuntistas en estos niveles.

No obstante, actualmente en algunos países se presenta el estudio de la teoría de conjuntos en los currículos de matemáticas para la formación de maestros de primaria. En tal sentido, nos impulsamos a proponer en esta tesis un tema de investigación de naturaleza curricular sobre “el papel que

la teoría de conjuntos debería desempeñar en la formación de maestros”, entendiendo el currículo matemático según proponen Rico y Sierra (1997), como el diseño, desarrollo, evaluación de planes de formación matemática y su realización práctica.

Para dar respuesta a este problema de investigación, consideraremos necesario tomar en cuenta los aspectos epistemológicos, cognitivos e instruccionales puestos en juego en el proceso enseñanza-aprendizaje de una teoría matemática en un contexto institucional fijado, como es, en nuestro caso particular, “la teoría elemental de conjuntos” y el contexto institucional de “la formación de maestros de primaria”.

Puesto que abordar un estudio completo del currículo de matemática, de la formación de maestros sería excesivamente amplio, sólo nos centraremos en el tratamiento de los números naturales, tanto en primaria como en la formación de maestros. Debido a la estrecha conexión existente entre las nociones de número y conjunto, para este contenido tratamos de encontrar

criterios relacionados con la “ecología de los saberes” (Chevallard, 1991) para decidir sobre el problema curricular afrontado.

La naturaleza del problema considerado nos conduce a un paradigma metodológico de tipo mixto entre métodos cualitativos y cuantitativos (Goetz y Lecompte, 1988), utilizando con mayor intensidad el método cualitativo. Así pues, se combina el estudio documental y cualitativo en la faceta epistemológica con diversas técnicas y enfoques en las partes cognitiva e instruccional.

Para lograr la meta propuesta en la tesis procedimos de la siguiente manera. En la parte de fundamentos teóricos, presentamos un análisis epistemológico y curricular de la teoría de conjuntos, para lo cual hemos realizado un estudio documental que consistió en la lectura y análisis de diferentes fuentes relacionadas con el tema de investigación, tales como: tesis doctorales, textos de filosofía de la matemática, artículos sobre matemáticas modernas, investigaciones referentes al aprendizaje y la enseñanza de la teoría de conjuntos en la formación de maestros, etcétera.

El estudio epistemológico de la teoría de conjuntos se realiza con la finalidad de precisar su origen, desarrollo, evolución y su papel en la matemática; además de procurar identificar los problemas, motivaciones y obstáculos que dieron lugar a las nociones conjuntistas. Complementamos este estudio con la revisión de las construcciones de los números naturales dadas por Frege, Dedekind, Peano, Weyl y Lorenzen con el propósito de caracterizar el papel de las nociones conjuntistas en la cons-

trucción de los números naturales realizada por cada uno de estos autores, apoyándonos en el modelo teórico de tipo semiótico-antropológico propuesto por Godino y Batanero (1994; 1997). El estudio curricular de la teoría de conjuntos se realiza con la finalidad de describir el fenómeno didáctico conocido como “matemática moderna” en los niveles de primaria y secundaria en el periodo de los años 1960 a 1980, así como en los currículos de formación de maestros.

En la parte experimental realizamos un análisis a una colección de libros de textos de primaria, correspondientes a la época de vigencia de la matemática moderna y de la época actual, con la finalidad de caracterizar el papel de las nociones conjuntistas en el tratamiento dado a los números naturales en este nivel educativo. Además, realizamos los análisis del libro de texto (Krause, 1991) usado en el proceso de estudio de los temas de conjuntos, relaciones y funciones de un grupo de maestros en formación; y de la descripción de las clases de un profesor de la asignatura Matemática y su Didáctica, correspondiente al programa de Formación de Maestros de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada, sobre el tema en cuestión y los números naturales. Dichos análisis se realizan con el propósito de caracterizar los significados elementales y sistémicos puestos en juego en la interpretación del texto usado en el proceso de estudio mencionado, y el de caracterizar los conocimientos (propuestos por el profesor) de las partes del texto que hacen referen-

cia a los contenidos matemáticos tratados en las sesiones de clase, además de los patrones de interacción entre profesor y estudiantes a propósito de los contenidos tratados.

Finalmente, para completar la parte experimental realizamos un estudio de tipo cognitivo a un grupo de 122 maestros en formación, que han cursado también la asignatura Matemática y su Didáctica de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada con la finalidad de caracterizar los significados personales con respecto a la teoría de conjuntos de estos estudiantes. Para investigar esta faceta del problema, utilizamos el enfoque cuantitativo, determinando los porcentajes de respuestas correctas, parcialmente correctas e incorrectas a las preguntas de un cuestionario sobre conjuntos, relaciones y aplicaciones.

La memoria la hemos estructurado en siete capítulos, una introducción general, las referencias bibliográficas, los anexos y una sección donde sintetizamos las conclusiones obtenidas sobre los objetivos fijados, señalando en qué medida fueron confirmadas o no las hipótesis formuladas. También presentamos en esta sección las conclusiones de los factores condicionantes del estudio de una teoría matemática identificados en el proceso seguido en la investigación, los aportes de la investigación y algunas cuestiones abiertas.

Entre los resultados y conclusiones más relevantes señalamos los siguientes.

En el desarrollo de nuestra investigación, hemos encontrado que las nociones básicas de la teoría de conjuntos están in-

volucradas implícita o explícitamente en las diversas construcciones de los números naturales. Por otro lado, en los libros de textos actuales de primaria analizados también se detectaron casi explícitamente las nociones de conjunto, subconjunto y aplicación biyectiva en el tratamiento de los números naturales. Además, como los números naturales son el primer contacto de los niños con la matemática, surge como una consecuencia obvia que los futuros maestros de primaria deben poseer conocimientos matemáticos sólidos sobre dichos números, y por tanto conocer las nociones básicas de teoría de conjuntos involucradas en las diversas construcciones.

El análisis semiótico realizado al texto (Krause, 1991) usado como base del proceso de estudio sobre conjuntos, relaciones y aplicaciones en un grupo de maestros en formación nos permitió detectar que el tratamiento de las nociones estudiadas en el mismo tiene un nivel matemático alto comparado con el nivel que poseen los futuros maestros, aumentando el número de posibles conflictos en los estudiantes al tratar de interpretar el texto; se destaca que la mayoría de los conflictos semióticos señalados como potenciales en este análisis son corroborados en el estudio cognitivo cuando los alumnos observados muestran dificultades de comprensión en las nociones conjuntistas, relaciones y aplicaciones donde se indicaban dichos conflictos.

Los resultados del estudio cognitivo hecho a un grupo de 122 maestros en formación indican que estos sujetos presen-

taron un alto índice de dificultad en las nociones de subconjunto, elemento de un conjunto, conjunto vacío y conjunto unitario, las cuales son consideradas como nociones básicas de la teoría de conjuntos. Además, también se resalta en estos resultados las dificultades de los estudiantes en las nociones de aplicación y relación, y, sobre todo, en el estudio de las propiedades de estas nociones. Las razones de estas dificultades podemos atribuirles, en algunos casos, a los conflictos semióticos que surgen entre el uso ordinario de algunos términos y las definiciones matemáticas de los conceptos, como ocurre con la noción de conjunto y el uso del término colección.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Chevallard, Y. (1991), "Dimension instrumentale, dimension sémiotique de l'activité mathématique", *Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique de Grenoble*, IREM d'Aix de Marseille.
- Feynman, R. (1965), "New Textbooks for the New Mathematics", *Engineering and Science*, vol. 28, pp. 9-15.
- Freudenthal, H. (1983), *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*, Dordrecht, Reidel.
- Godino, J. D. y C. Batanero, C. (1994), "Significado institucional y personal de los objetos matemáticos", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 14, núm. 3, pp. 325-355.
- (1997), "A Semiotic and Antropological Approach to Research in Mathematics Education", *Philosophy of Mathematics Education Journal*, vol. 10. Disponible en: <http://www.ex.ac.uk/local/PErnest/pome10/art7.htm>.
- Goetz, J. y M. Lecompte (1988), *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*, Madrid, Morata.
- Kline, M. (1973), *El fracaso de la matemática moderna*, Madrid, Siglo XXI.
- Krause, E. F. (1991), *Mathematics for Elementary Teachers*, Lexington, Ma, D. C. Heath.
- Rico, L. y M. Sierra (1997), "Antecedentes del currículo de matemáticas", en L. Rico (ed.), *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación matemática* (pp.17-75), Madrid, Síntesis.

DATOS DE LA TESIS

Correo electrónico del autor: marioarrieche@hotmail.com

Director: doctor Juan Díaz Godino

Lugar de lectura: Universidad de Granada, España

Fecha de lectura: 28 de junio de 2002