

El papel del profesor en la enseñanza de la derivada. Análisis desde una perspectiva cognitiva

José María Gavilán Izquierdo

El problema de investigación planteado en este trabajo es “describir y explicar la práctica del profesor de matemáticas desde la perspectiva de la construcción del conocimiento matemático que parece estar potenciando en los estudiantes”. El tópico matemático que se aborda es la noción de derivada en Bachillerato (16-18 años), que consideramos organizada, a partir de un análisis desde el punto de vista matemático y curricular a través de tres conceptos: derivada de una función en un punto ($f'(a)$), función derivada ($f'(x)$) y operador derivada ($D(f)$).

Para responder a este problema la tesis propone un conjunto de herramientas teóricas, construidas a partir de las revisiones de investigaciones sobre práctica del profesor, tanto de aquellas de naturalezas socioculturales y antropológicas, como aquellas de naturaleza cognitiva. También procedimos a realizar una revisión sobre modelos de construcción de conocimiento basados en la dualidad proceso/objeto.

El marco conceptual construido en la

investigación se apoya en dos ideas teóricas: “modelación de la descomposición genética de una noción matemática” realizada por el profesor y “perspectiva que subyace a la práctica del profesor” (Tzur *et al.*, 2001). La práctica se entiende como las actividades que genera cuando realiza las tareas que definen la enseñanza de las matemáticas y la justificación dada por el profesor (Llinares, 2000). La idea de “modelación de la descomposición genética” se construye a partir de la adaptación de la noción de descomposición genética de un concepto propuesta por el grupo RUMEC (Asiala *et al.*, 1996) al análisis de la práctica. Dicha modelación se hace visible en la práctica del profesor a través de los instrumentos de la práctica que usa. Los instrumentos de la práctica que se consideran en la presente investigación son los sistemas de representación (analítico y gráfico) de los conceptos matemáticos y los elementos matemáticos de un concepto. Los elementos matemáticos de un concepto son unidades de información respecto al mismo, un elemen-

to matemático tiene significado por sí mismo.

La noción teórica de “modelación de la descomposición genética” es una descripción (realizada por los investigadores mediante inferencias apoyadas en el modelo de aprendizaje considerado, modelo APOS) de los mecanismos de construcción de conocimiento que el profesor modela en su práctica. La noción de perspectiva que subyace a la práctica del profesor la definimos a través de dos dimensiones: *i)* cómo el profesor concibe el aprendizaje de los conceptos, y *ii)* su concepción de las matemáticas escolares, que se caracterizan mediante tres variables: *1)* forma en la que el profesor usa los sistemas de representación como instrumento de la práctica, *2)* cómo el profesor organiza los distintos conceptos y establece relaciones entre ellos, y *3)* las formas de conocer que parece potenciar el profesor mediante las modelaciones de los mecanismos de construcción.

El diseño metodológico de la investigación son dos estudios de casos. Los dos momentos de la práctica que se han considerado han sido el momento de la planificación y el momento de la gestión. Los datos de esta investigación han sido entrevistas con el profesor sobre la planificación de la enseñanza y el material usado por el profesor; las grabaciones y transcripción de sus lecciones y entrevistas de progreso durante la enseñanza y entrevista final después de la enseñanza de la unidad didáctica sobre la derivada. El análisis de los datos se realizó en tres niveles:

1. Nivel descriptivo: el objetivo era hacer una “inmersión” en los datos disponibles y de reducir el volumen de datos.
2. Nivel inferencial (1): el objetivo de este nivel de análisis era identificar la modelación de la descomposición genética de la noción de derivada realizada por el profesor. Para ello era necesario identificar segmentos de enseñanza que se caracterizaban por la modelación de un mecanismo de construcción por parte del profesor. Este análisis se realizó en dos fases: *Fase 1:* se identifican segmentos de enseñanza (intervalos temporales). *Fase 2:* a partir de los segmentos identificados en la anterior fase, hacemos una relectura y considerando conjuntamente algunos segmentos. Es posible inferir nuevas modelaciones de mecanismos de construcción.
3. Nivel inferencial (2): el objetivo de este nivel era inferir y caracterizar la perspectiva que subyace en la práctica del profesor desde la modelación de la descomposición genética realizada, utilizando las tres variables anteriormente definidas.

A partir de los resultados empíricos se caracterizaron diferentes perspectivas que subyacen en la práctica de los profesores acordes con los resultados de otras investigaciones. Desde estos resultados elaboramos de forma teórica dos perspectivas de

la práctica que denominamos holística y tradicional. La característica esencial de la "perspectiva holística" es concebir el aprendizaje apoyado en la necesidad de establecer explícitamente relaciones entre significados de un concepto, entre distintos conceptos y la integración de sistemas de representación. En esta perspectiva las matemáticas escolares son concebidas como un conjunto de significados, conceptos y nociones interrelacionados. La "perspectiva tradicional" se caracteriza por concebir el aprendizaje sin necesidad explícita de establecer relaciones y las matemáticas escolares son concebidas como un conjunto de procedimientos sin significados explícitos. Esta caracterización es coincidente con las dadas por otros investigadores.

Los resultados obtenidos complementan lo obtenido en diferentes investigaciones en educación matemática sobre la práctica del profesor y ponen de manifiesto la dependencia de la práctica del profesor de sus concepciones sobre cómo se produce el aprendizaje de conceptos y cómo concibe las matemáticas escolares.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Asiala, M., Brown, A., Devries, D. J., Dubinsky, E., Mathews, D. y Thomas, K. (1996), "A Framework for Research and Curriculum Development in Undergraduate Mathematics Education", en J. Kaput, A. Schoenfeld y E. Dubinsky (eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education II, CBMS Issues in Mathematics Education*, vol. 6 (pp. 1-32), Washington DC, American Mathematical Society y Mathematical Association of America.
- Llinares, S. (2000), "Comprendiendo la práctica del profesor de matemáticas", en J.P. Ponte y L. Sarrazina (eds.), *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Italia, Actas da Escola de Verão-1999* (pp. 109-132), Lisboa, Sección de Educación Matemática Sociedad Portuguesa de Ciencias de la Educación/ Sociedad de Educación y Matemática.
- Tzur, R., Simon, M. A., Heinz, K. y Kinzel, M. (2001), "An Account of a Teacher's Perspective on Learning and Teaching Mathematics: Implications for Teacher Development", *Journal of Mathematics Teacher Education*, vol. 4, núm. 3, pp. 227-254.

DATOS DE LA TESIS

Correo electrónico del autor: gabilan@us.es

Directores: doctora María Mercedes García Blanco y doctor Salvador Llinares Ciscar

Lugar de lectura: Departamento de Didáctica de las Matemáticas,

Universidad de Sevilla, España

Fecha de lectura: 10 de octubre de 2005