

# Estudio exploratorio sobre la enseñanza de la geometría en primaria. Curso-taller como técnica para la obtención de datos

Gregoria Guillén  
Universitat de Valencia

Olimpia Figueras Mourut de Montpellier  
CINVESTAV IPN, México

## **Resumen**

*Investigaciones realizadas en Educación matemática han señalado que algunos maestros sienten la carencia de recursos para poder modificar su manera de enseñar la geometría a nivel escolar; reconocen tener limitaciones para enseñar esta materia y sienten que les es muy difícil mejorar su formación a partir de su práctica docente. En este trabajo presentamos comentarios y expresiones de maestros de primaria en ejercicio sobre la enseñanza de la geometría de los sólidos en primaria, obtenidos en el estudio exploratorio desarrollado en Nayarit (México) utilizando un “curso taller” para maestros como técnica para recolección de datos. Esta información que aportaron los maestros se refiere a: i) creencias y concepciones; ii) la labor docente referida a los contenidos que se enseñan y cómo se enseñan; iii) “aspectos” señalados por los maestros que participaron en el curso sobre el desarrollo del mismo.*

## **Abstract**

*In mathematics education research the following aspects have been highlighted: Teachers think they lack resources to modify their way of teaching geometry; they recognize having hindrances to teach that subject and find it difficult to ameliorate their initial education taking as a starting point their everyday practice. In this paper primary in-service teachers' ways of thinking about teaching geometry of solids obtained in an exploratory study carried out at Mexico are described. A teacher's workshop was set up in the state of Nayarit as a means to collect data about: i) beliefs and conceptions, ii) teaching linked to the contents they teach and how they teach it, and iii) 'aspects' brought out by the participants regarding the workshop.*

## **PRESENTACIÓN**

Hay una gran variedad de investigaciones relativas a la enseñanza de la geometría en primaria cuyos resultados pueden aplicarse en el salón de la clase. Sin embargo, como muestran algunas investigaciones (Barrantes y Blanco, 2004; Guillén 1997; Guillén y otros, 2004) el panorama no es muy alentador. Si nos centramos en la geometría de los sólidos, en estos trabajos se subraya la poca atención que se presta a la enseñanza de la misma en las escuelas y la “manera” en que ésta se enseña: se hace a partir de dibujos. Se apunta también que algunos docentes priorizan el estudio de la medida al de la geometría y se indican las razones que explican esta elección.

En este documento presentamos comentarios y expresiones de maestros de primaria en ejercicio sobre la enseñanza de la geometría de los sólidos en primaria, obtenidos a partir de un curso-taller desarrollado en Nayarit (México). Esta información que aportaron los maestros se refiere a: i) creencias y concepciones; ii) la labor docente referida a los contenidos que se enseñan y cómo se enseñan; iii) “aspectos” señalados por los maestros que participaron en el curso sobre el desarrollo del mismo.

La investigación llevada a cabo se inscribe dentro de un proyecto más amplio<sup>1</sup> cuyo objetivo final es iniciar la construcción de una “Biblioteca virtual” que permite incidir en la formación de los profesores y en sus concepciones y creencias e indirectamente en la mejora de la enseñanza de las matemáticas en primaria.

### **ANTECEDENTES. MARCO EN EL QUE SE HA DESARROLLADO EL TRABAJO**

Los resultados que se exponen en este documento forman parte de un trabajo exploratorio del que ya hemos publicado algunos resultados (Guillén y Figueras, 2004; Guillén et al. 2004). En estos trabajos se indican las hipótesis previas de partida y establecemos el marco en el que estamos realizando el trabajo, marco que vamos a describir brevemente a continuación. El estudio tenía tres propósitos: 1) Obtener información sobre la situación actual de la enseñanza de la geometría en la primaria en algunas escuelas de Nayarit y sobre "aquello" que los maestros subrayan en relación con el desarrollo de un curso-taller sobre didáctica de la geometría orientado a la formación y a la investigación. 2) Contrastar la información obtenida a partir del curso-taller con los resultados obtenidos mediante una encuesta, 3) Ampliar la formación de algunos maestros sobre el *conocimiento didáctico del contenido* (Thompson, 1992) en relación con la geometría de los sólidos a nivel escolar. Los resultados de este informe se refieren al objetivo 1. Pretendemos obtener información, por un lado, sobre creencias y concepciones de los maestros en relación con la enseñanza de la geometría de los sólidos y sobre los contenidos que los maestros “dicen” impartir en sus clases; por otro, sobre los aspectos que los maestros explicitan sobre el desarrollo del curso taller.

**Diferentes tipos de conocimiento.** Situando la investigación actual en el marco de la formación del profesor, tomando como referente, entre otros, el trabajo de Climent y Carrillo (2003) y los que ahí se referencian, en el conocimiento del profesor se consideran diferentes componentes: Conocimiento del contenido matemático *de* y *sobre* las matemáticas y el conocimiento de la materia para su enseñanza. Nosotros en esta indagación hemos comenzado analizando las creencias, concepciones y tomas de postura ante dicotomías que pueden presentarse, todas ellas componentes del conocimiento y desarrollo profesional, y nos centramos especialmente en “la labor docente del maestro”, considerando que tiene que enseñar los contenidos matemáticos escolares de hechos, procedimientos, conceptos, etc. Este contenido lo analizamos referido a *la formación profesional* del maestro.

Los antecedentes de este trabajo hay que situarlos también en una primera indagación sobre la problemática de la enseñanza de la geometría en Escuelas de Magisterio (Guillén, 1997). La secuencia de actividades diseñadas para la toma de datos la hemos elaborado tomando como referencia esta investigación. Dando continuidad a la misma, el contenido escolar de hechos, procedimientos, conceptos, etc. lo hemos reorganizado como referido a: a) procesos matemáticos (analizar, describir, clasificar, generalizar, etc.), b) relaciones entre contenidos geométricos, c) uso de destrezas (construir, modificar, transformar) para trabajar los procesos matemáticos indicados o para desarrollar habilidades (comunicar y/o representar formas).

---

<sup>1</sup> Proyecto "Procesos de transferencia de resultados de investigación al aula: el caso del bajo rendimiento escolar en matemáticas". Proyecto de investigación, co-financiado por el Colegio Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt) (con clave G37301-S).

**Acerca de creencias y concepciones.** Como marco para el trabajo consideramos también los estudios que han señalado la influencia de las concepciones de los individuos sobre su modo de actuar (véase por ejemplo, Peterson, Fennema, Carpenter y Loef, 1989, citado por Llinares, 1996). En nuestro estudio el término *creencia* lo utilizamos con el significado de Villoro (1982), quien considera que las condiciones necesarias para toda creencia son: *S* cree que *p* si y sólo si: 1) *S* está en un estado adquirido *x* de disposición a responder de determinada manera ante determinadas circunstancias; 2) *p* ha sido aprehendida por *S*, y 3) *p* determina *x*. De donde propone la siguiente definición: *creencia*, que se refiere a un estado interno del sujeto, es un estado disposicional adquirido, que causa un conjunto coherente de respuestas y que está determinado por un objeto o situación objetiva aprehendidos. Ese estado es una condición inicial sin la cual no se explicaría la consistencia en las respuestas del sujeto. Añadida a los estímulos y a otras condiciones iniciales (otras creencias y otras disposiciones) es causa del comportamiento. Las creencias se manifiestan a través de declaraciones verbales o de acciones. El término *concepción* lo usamos con el significado que expresa Ponte (1994): Las concepciones son los marcos organizadores implícitos de conceptos, con naturaleza esencialmente cognitiva, que condicionan la forma en que realizamos las tareas. Thompson (1992) apunta que las concepciones se mantienen con plena convicción, son consensuadas y tienen procedimientos para evaluar su validez.

## RECOGIDA Y ANÁLISIS DE DATOS

Los resultados de este trabajo se han obtenido a partir de un curso-taller que impartimos en julio de 2003, en cinco sesiones de 5 horas de duración cada una, a 20 docentes del Estado de Nayarit (México) que cubrían todos los niveles educativos (de 1º a 6º). A partir del curso, obtuvimos información por varias fuentes (Elliot, 1986)<sup>2</sup>. Acompañando al material de trabajo repartimos una libreta, para que la utilizase el docente al dar sus respuestas; ésta se recogió después de finalizar el curso al entregarles la certificación del mismo. Asimismo, al finalizar cada sesión, el profesor que impartió el curso escribía un resumen de la sesión. Todas las sesiones se grabaron en audio y video para poder contar también con las intervenciones de los docentes. Para el estudio tuvimos en cuenta el trabajo desarrollado por los 13 docentes que siguieron todas las sesiones del curso y entregaron en el plazo indicado las libretas así como las intervenciones de todos los docentes en las sesiones.

En el anexo indicamos preguntas que planteamos a los maestros para que las respondieran de manera individual. Las actividades 0.1 y 0.2 (véase el cuadro I del anexo), a partir de las que se pretendía obtener información sobre creencias y concepciones acerca de la enseñanza de la geometría en primaria, se respondieron en la primera sesión del curso y las actividades A-1 y A-2 (véase el cuadro II del anexo) a partir de las que se pretendía obtener datos sobre los contenidos relativos a los sólidos que los maestros imparten y cómo se imparten, las trabajaron los docentes fuera del horario del curso. Bien en la primera sesión, después de trabajar la actividad a nivel individual, o al principio de la segunda sesión (para las actividades que se respondieron fuera del horario del curso) hubo una puesta en común en la que se analizaban las respuestas dadas por algunos docentes a estas actividades. Sus respuestas las consideramos también al resolver otras actividades. Por ejemplo, las respuestas a la actividad A-2 se consideraron cuando se plantearon cuestiones en las que se reflexionaba acerca del enfoque con el que habíamos introducido y desarrollado la geometría en el curso. Después de estas reflexiones lo que se analizaba era sus respuestas a A-3.

El elemento básico para el análisis de las respuestas y de las discusiones dadas por los docentes a las cuestiones planteadas fueron “expresiones de los docentes” que caracterizamos como Barrantes y Blanco (2004, p. 245) definen las unidades de análisis: Son palabras o conjuntos de ellas procedentes de las respuestas, que constituyen un fragmento de texto de unidad variable, dependiendo de la extensión con que se hable de la cuestión o discusión planteada. Puede ser una oración o un conjunto

---

<sup>2</sup> El trabajo que presentamos no corresponde a una investigación/acción; ahora bien, los métodos que se proponen en Elliot (1986) para recoger información en las fases de exploración y control de la investigación en la acción las hemos considerado aquí como fuente para obtener información.

de oraciones que no tienen por qué coincidir con las respuestas o intervenciones individuales de los docentes. Estas expresiones las distinguíamos y/o agrupábamos a su vez en función de a qué hacían referencia.

Por ejemplo, las expresiones que hemos distinguido para las respuestas dadas a la actividad A-2 hacen referencia a: i) familias de sólidos que se consideran objeto de estudio; ii) aspectos en los que se centra especialmente la atención en el estudio; iii) cursos para los que se sugiere su estudio; iv) características de estas familias que se señalan; v) idea y/o definición que se expresa; vi) relaciones que se contemplan; vii) ideas erróneas que se reflejan.

Para los comentarios que escribieron los docentes al finalizar el curso, en los primeros escrutinios encontramos que lo que se quería expresar estaba relacionado con: i) las maneras de enseñar del experto al desarrollar las sesiones, ii) las maneras de enseñar del alumno-docente, iii) con las maneras de aprender del alumno-docente, iv) con su conocimiento anterior al curso-taller, v) con su conocimiento posterior a éste, vi) con las dificultades enfrentadas por el alumno-docente, vii) con expresiones sobre el currículo, sobre la situación escolar y/o sobre los libros de texto y viii) en relación con la formación de docentes. Estos aspectos sirvieron de guía para estructurar las ocho categorías que delimitamos para que pudieran servir de taxonomía de las expresiones verbales de los docentes. Estas categorías se han subdividido a su vez en subcategorías, que a su vez se han dividido en clases. Dada la extensión de este informe, no damos cuenta de ellas.

Además del análisis cualitativo hemos realizado un análisis cuantitativo sobre las frecuencias en las que aparecen los enunciados o las categorías que hemos establecido.

## RESULTADOS

En el estudio realizado se han obtenido una gran variedad de resultados pero dada la brevedad de este informe sólo vamos a indicar algunos como ejemplo.

**Resultados sobre creencias, concepciones y tomas de postura.** La mayoría de los docentes en sus respuestas a las actividades del cuadro I del anexo plasmaron una idea de geometría como la materia que estudia las formas: los cuerpos geométricos y las figuras planas; asimismo, en sus respuestas contemplamos otras visiones sobre esta materia escolar: 1) Visión escolar estática-restringida, sugerida por el currículum tradicional; se concibe como mera asignatura que se enseña a partir de parte de los contenidos que se indican en los libros de texto. 2) Visión docente; se concibe como los contenidos que se imparten con los recursos que se utilizan. 3) Se concibe como una ciencia del espacio físico en el que el niño vive y se mueve; se conecta la geometría con el entorno cotidiano del niño. 4) Se mira la asignatura en un contexto escolar en relación con las otras asignaturas; se ve como parte de las matemáticas escolares y/o se compara su importancia con la de otras asignaturas del currículum escolar. 5) Se trasciende la mera concepción como asignatura escolar; se concibe la geometría como la descripción de las formas que hay en el universo; se incluye como parte de las matemáticas y/o se considera como una ciencia del saber humano. 6) Se tiene una visión de la misma asociada a la etimología del término; así se ve la geometría como ciencia de las figuras geométricas desde el punto de vista de su forma y su medida.

Pudimos comprobar, por un lado, que las opciones elegidas como que reflejan mejor la opinión de los docentes eran las que estaban influidas por el currículum asociadas a la aritmética (opinión 4 del anexo) o a la geometría (opinión 3) y, por otro lado, que todos eligieron los sólidos en vez de la geometría plana para iniciar el estudio de la geometría. En las sesiones del curso pudimos interpretar esta elección: en la introducción se hacía referencia a algunos objetos que había en el entorno cotidiano a los que se les daba el nombre que tienen según su forma. Además se expresó la idea de que una creencia favorable hacia la enseñanza de la geometría de los sólidos no conlleva que se vaya a enseñar en las clases ya que hay otros condicionantes.

**Acerca de los resultados relativos a los contenidos geométricos que se imparten y cómo se imparten.** En las respuestas a varias actividades pudimos constatar que en 3° y/o 4° el estudio se centra en la terminología para distinguir unos prismas de otros y en lo manual (dibujo y construcción); y en los niveles superiores (5° y 6°) el estudio se dirige hacia la aritmetización (estudio del volumen, capacidad y del área lateral). Se corroboró también que la geometría de los sólidos y del plano se enseña como contenidos separados sin remarcar sus relaciones y conexiones.

Constatamos en repetidas ocasiones la creencia de que los conceptos geométricos hay que introducirlos y describirlos dando una "definición" de los mismos que contenga todas las propiedades que se conocen del concepto correspondiente. Las características que expresaron la mayoría de los docentes para el cilindro, cono, prismas y pirámides correspondían a las que se incluían en la definición que ellos daban para estas familias; "idea" que en la mayoría de las respuestas podría surgir del mundo de la construcción a partir de un desarrollo. Sólo dos de ellos la dieron en términos de volumen, otro, contempló el cono y/o la esfera (pero no el cilindro) como sólidos de revolución y también hubo un docente que contemplaba la esfera como lugar geométrico.

Con respecto a las caras laterales de un prisma sólo un docente indicó que eran paralelogramos. La mayoría indicaron que eran rectángulos. Si además tenemos en cuenta que dos de estos maestros indicaron que las bases del prisma son polígonos regulares y/o que las caras laterales son iguales, podemos lanzar la hipótesis de que en el estudio que se hace de estas familias no se presta apenas atención a los prismas de base irregular ni a los prismas oblicuos.

Otras expresiones de las respuestas de los docentes que cabe señalar son las que dan cuenta de que la geometría de los sólidos se enseña centrando la atención en el nombre de las familias y a partir de ejemplos prototipo colocados en posición estándar. Entre ellas: i) se dan descripciones que reflejan una colocación de los sólidos en posición estándar; ii) se plasma una idea de base del prisma o de la pirámide como cara de apoyo; iii) se expresa la idea de que en las pirámides las aristas laterales son más largas que las aristas de la base; iv) las pirámides truncadas se consideran como pirámides; v) se habla de las pirámides como si sólo tuvieran un ejemplo (el que usan en la descripción).

**Acerca de los comentarios de los docentes sobre "su impresión" del curso-taller.** Analizadas las categorías de las expresiones de los docentes que indicamos en la metodología hemos encontrado cambios que se apuntaron por algunos docentes en relación con la geometría escolar como consecuencia del desarrollo del curso; éstos se referían a creencias y/o concepciones y/o a la labor docente. Entre los primeros destacamos las expresiones que remarcan que con el estudio de la geometría se puede iniciar y desarrollar actividad a partir de ella en cualquier grado escolar y las que relacionan la geometría con el entorno del estudiante. Entre los segundos señalamos cambios en relación con: i) el enfoque para introducir el estudio de la geometría; ii) el énfasis que se pone en el trabajo manual y el trabajo mental; iii) el uso que se hace de las destrezas para trabajar los procesos matemáticos de describir y clasificar; iv) la utilización que se hace de los recursos didácticos; v) el papel que juegan los no ejemplos para la enseñanza escolar; vi) el papel que juegan las definiciones; vii) las creencias que se tienen sobre algunas acciones ligadas a la generalización como componentes de la práctica escolar en primaria; viii) cómo desarrollar el lenguaje geométrico de los niños; viii) cómo comportarse ante los "errores" que surgen en la clase.

## CONCLUSIONES

En este estudio hemos podido comprobar ideas que tenían algunos docentes de primaria mexicanos sobre la geometría de los sólidos a nivel escolar que se han visto reflejadas en los contenidos geométricos que dicen impartir en sus clases y en la manera de impartirlos. En estas ideas tenía un gran peso el estudio de la misma dirigido hacia la aritmetización. Asimismo se le daba mucha importancia a la terminología asociada a la geometría y a su estudio mediante definiciones (que

supuestamente son de las matemáticas), así como a las cosas manuales, en particular al dibujo, que tiene que ver con la destreza manual para dibujar. También constatamos que estos docentes tenían en consideración otra idea que está en contraste con la anterior: lo que se dice en su propio currículum, que para el estudio de la geometría señala partir de los objetos y de la vida real; sin embargo no les quedaba claro por qué partir de ahí ni hacia dónde ir. Se reconocía no tener un guión para la enseñanza de la geometría desde los objetos reales hacia la geometría contemplando también los modelos y otras representaciones de los objetos geométricos.

Por otro lado, en relación con el curso taller desarrollado podemos concluir que éste se ha mostrado muy efectivo para que los maestros reflexionen sobre el conocimiento que tienen acerca de la enseñanza/aprendizaje de la geometría de los sólidos en primaria y sobre sus carencias, y para motivarles a continuar su formación. Dado el gran interés y motivación que mostraron los maestros que participaron en el estudio para aprender/enseñar sobre la enseñanza/aprendizaje de la geometría escolar y su buena disposición para colaborar en la investigación que estábamos realizando, en un intento de mejorar la situación de la geometría en la escuela primaria, surge un rayo de esperanza para que la enseñanza de la geometría en algunas escuelas de primaria sea una realidad y no sólo un deseo que está plasmado en las orientaciones curriculares.

## REFERENCIAS

- Barrantes, M. y Blanco, L. J. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar, *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 22 (2), pp. 241-250.
- Climent, N. y Carrillo, J. 2003. El dominio compartido de la investigación y el desarrollo profesional. Una experiencia en matemáticas con maestras. *Enseñanza de las ciencias*, vol. 21, 3, pags. 387-404.
- Elliot, J. (1986). "Action-Research": Normas para la autoevaluación en los colegios, en Elliot, J.; Barrett, G.; Hull, CH.; Sanger, J.; Wood, M.; Haynes, L. (1986). *Investigación/acción en el aula*. Valencia: Generalitat Valenciana. CCEC, pags. 21-48.
- Guillén, G. (1997). El modelo de Van Hiele aplicado a la geometría de los sólidos. Observación de procesos de aprendizaje. (Tesis doctoral). Valencia: Universitat de València (Publicada en 1999. Col·lecció: Tesis doctorals en Microfitxes. Valencia: Universitat de València).
- Guillén, G. y Figueras, O. (2004). Estudio exploratorio sobre la enseñanza de la geometría en primaria. Elaboración de una encuesta, en Castro, E.; De la Torre, E. (eds.) (2004). *Investigación en Educación Matemática*. Octavo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (S.E.I.E.M). A Coruña: Universidade da Coruña, pags. 219-228.
- Guillén, G.; Figueras, O.; Corberán, R.M. (2004). Algunos resultados sobre la enseñanza de la geometría en primaria. Un estudio exploratorio. Se publicará en las Actas del XVI Simposio Iberoamericano de Enseñanza Matemática. Universitat Jaume I. Castellón, 15-15 de septiembre de 2004.
- Llinares, S. (1996). Contextos y aprender a enseñar matemáticas: el caso de los estudiantes para profesores de primaria, en Jiménez, J.; Llinares, S. y Sánchez, V. (Eds.). *El Proceso de llegar a ser un profesor de primaria, cuestiones desde la educación matemática*. Granada: Mathema, pags. 13-36.

Ponte, J. (1994). Mathematics Teacher' Professional Knowledge, en Ponte, J. y Matos, J. eds. *Proceedings of the Eighteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Lisboa: International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Thompson, A. (1992). Teachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research, in Grouws, D.A. ed. (1992). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan, Pp. 127-147.

Villoro, L. (1982). *Creer, saber, conocer*. México: Siglo XXI editores.

### ANEXO: ACTIVIDADES

- |     |   |
|-----|---|
| 0.1 | ¿Qué le viene a la cabeza cuando escucha la palabra geometría? ¿Qué indicaría cuando quiere explicar a otra persona lo que para usted es la geometría?  |
| 0.2 | <p>Considere las opiniones que presentamos a continuación sobre cómo ha de ser la iniciación al estudio de la geometría o sobre los contenidos por los que ha de iniciarse ésta. Indique con una E la/s opinión/es con la/s que no está de acuerdo, con una B aquella/s con la/s que está de acuerdo y utilice una A para aquella que refleja mejor su opinión.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Tiene que comenzar con el conocimiento empírico de figuras planas y sus elementos, conocimiento que se obtiene por observación y razonamiento y que permite sacar conclusiones de esta observación.</li> <li>2. Tiene que haber un desarrollo informal de la geometría euclidiana, presentando sus elementos en un orden intuitivo.</li> <li>3. Tiene que conectar con el espacio en el que el niño vive y se mueve; debe tratarse pues como una organización de las experiencias espaciales intuitivas del niño.</li> <li>4. Se tiene que tratar relacionándola directamente con ejemplos prácticos; el énfasis se debe poner en la utilización de situaciones sacadas de la vida real.</li> <li>5. El estudio de la geometría tiene que comenzar con el plano.</li> <li>6. El primer contacto con el estudio de la geometría tiene que ser con la geometría del espacio.</li> <li>7. La geometría del plano se ha de estudiar inmersa en la geometría del espacio.</li> </ol> |

Cuadro 1

- |     |  |
|-----|--|
| A.1 | ¿Qué conceptos relativos a los sólidos trabajan en el grado que imparten? ¿Cuáles eliminarían del currículo de los propuestos para su grado? ¿Cuáles añadirían?  |
| A-2 | <p>Considere cada una de las siguientes familias de sólidos: cubos, prismas, pirámides, cilindros, conos, esferas, y responda a las siguientes cuestiones:</p> <p>¿La trabajan en clase? ¿Cómo lo hacen? ¿Cómo se introduce en los textos de primaria? ¿Cómo la introducen ustedes en sus clases? ¿Se han introducido en un grado anterior?</p> <p>¿Qué características subrayaría de cada una de estas familias? Apunte todo lo que podría decir de cada una de ellas y las relaciones que conoce entre diferentes familias de sólidos o entre sus elementos. Indique también en qué grado impartiría las características y/o relaciones que señale o si considera que no son adecuadas para la primaria.</p> |

Cuadro II