

La naturaleza de las cantidades presentes en el problema de probabilidad condicional. Su influencia en el proceso de resolución del problema

M^a Ángeles Lonjedo
IES Montserrat

M. Pedro Huerta
Universitat de València

Resumen

En la resolución de los problemas verbales de probabilidad condicional, los estudiantes están implicados en un proceso en el que podemos distinguir varias etapas o fases. Una de ellas es la traducción del texto del problema, generalmente escrito en la lengua vernácula, al lenguaje matemático. En las frases traducidas los estudiantes deben reconocer sucesos y probabilidades. Pero, en la mayoría de estos problemas los datos no están explícitamente mencionados en términos de probabilidad. En este caso, los estudiantes pueden resolver estos problemas recurriendo al pensamiento numérico y no necesariamente al probabilístico. En este trabajo investigamos, a través de un estudio con 51 estudiantes de diferentes niveles escolares, hasta qué punto la naturaleza de los datos presentes en un problema verbal de probabilidad condicional influye en la manera en la que los estudiantes los resuelven.

Abstract

In order to solve verbal conditional probability problems, students are involved in a process in which we can identify several steps or phases. One of them is that of the translation from the text of the problem, generally written in a vernacular language, to that of mathematics. In translating sentences, students should recognize events and probabilities. But, in much of those problems data are not explicitly mentioned in terms of probability. In this case, students can solve these problems with the help of arithmetical thinking and not necessarily with the help of probabilistic reasoning. In this work we investigate, through a study of 51 students from different school levels, the extent to which the nature of quantities in conditional probability influences the way in which students solve these problems.

INTRODUCCIÓN

Existen diferentes factores que influyen a la hora de resolver un problema, y en particular un problema de probabilidad condicional. Uno de estos factores no es necesariamente el conocimiento de las relaciones entre probabilidades, sino, por ejemplo, el de la identificación correcta de los sucesos y de sus probabilidades. Previamente a esto último, existen factores semióticos y semánticos que influyen en los estudiantes a la hora de establecer una correcta correlación entre los datos y los sucesos. En este trabajo no vamos a ocuparnos básicamente de estos factores sino que mostramos como el formato de presentación de los datos en los problemas de probabilidad condicional tienen su influencia en el proceso de resolución del problema.

Cuando los datos de un problema de probabilidad condicional están expresados en frecuencias absolutas, porcentajes, o en términos de razón, los estudiantes no interpretan ni usan los datos como probabilidades. En consecuencia, no necesitan las relaciones entre probabilidades que una enseñanza formal exigiría para obtener la solución del problema, al menos de una forma explícita. Sin embargo, esto no significa que los estudiantes no puedan resolver dichos problemas. En efecto, existen estudiantes que los resuelven, pero en ese caso usando el razonamiento aritmético y no el probabilístico. Es solamente al final del proceso y porque la pregunta del problema así lo exige, cuando los estudiantes responden en términos de probabilidad, usando para ello métodos de asignación de probabilidades. En este trabajo queremos aportar nuevos resultados al estudio exploratorio presentado en el CERME4, (Lonjedo, Huerta 2005), en el que ya mostramos los resultados de un estudio con 166 estudiantes de diferentes niveles escolares resolviendo problemas de probabilidad condicional en los que las cantidades no estaban explícitamente mencionadas en términos de probabilidad.

LA NATURALEZA DE LAS CANTIDADES PRESENTES EN EL PROBLEMA.

Explorando en los libros de texto los problemas escolares verbales de probabilidad condicional, observamos que las cantidades presentes en la mayor parte de estos problemas, no están expresadas en términos de probabilidad sino que presentan naturaleza diversa.

Gigerenzer (1994) sugiere que los problemas de probabilidad bayesianos, en los que la información y las preguntas se dan en términos de frecuencias, son más fáciles de resolver. Otros estudios (Ojeda 1995; Huerta, Lonjedo 2003; Lonjedo, 2003) muestran esto mismo y que dependiendo de la presentación y la expresión de los datos en el texto de los problemas de probabilidad condicional, su resolución puede hacerse utilizando el razonamiento numérico. En muchos casos observamos como la resolución de dichos problemas implica al pensamiento aritmético y no al probabilístico, ya que los datos no son interpretados conscientemente como probabilidades y por tanto los estudiantes no necesitan utilizar las relaciones entre probabilidades para resolver el problema. Es sólo al final del proceso de resolución del problema cuando los estudiantes responden a la pregunta del problema en términos de probabilidad. Esta diferencia en la forma de abordar un problema por un estudiante cuando resuelve problemas de probabilidad condicional, utilizando el razonamiento numérico o el razonamiento probabilístico, hace que clasifiquemos así los problemas de probabilidad en problemas de asignación de probabilidades y problemas de cálculo de probabilidades (Huerta, Lonjedo, 2003). Así pues, al ser los problemas de probabilidad condicional problemas de probabilidad, esta clasificación también nos sirve.

Desde este punto de vista, los problemas escolares de probabilidad condicional que encontramos en los libros de texto podemos clasificarlos como problemas de asignación o problemas de cálculo de probabilidades. De este modo, un problema de probabilidad condicional será clasificado como problema de cálculo de probabilidades si los datos del problema son interpretados como probabilidades y consecuentemente son necesarios para responder a la pregunta del problema las relaciones entre probabilidades..

Ahora bien, la tradición en la enseñanza de las probabilidades nos muestra lo contrario. Los profesores y los libros de texto no suelen partir de este hecho empírico para llegar al pensamiento probabilístico,

sino que se suelen plantear problemas en los que se exige este pensamiento sin que la resolución lo exija.

Solución

Indiquemos por: $M_A = \{\text{la pieza procede de la máquina A}\}$
 $M_B = \{\text{la pieza procede de la máquina B}\}$

Entonces,

$$\Omega = \{300 \text{ piezas}\} = M_A + M_B$$

$$P(M_A) = \frac{1}{3} \quad P(M_B) = \frac{2}{3}$$

1) Sea $D = \{\text{la pieza es defectuosa}\}$

$$P(D) = P(D/M_A) \cdot P(M_A) + P(D/M_B) \cdot P(M_B) = (0.05) \cdot \frac{1}{3} + (0.06) \cdot \frac{2}{3} = 0.0567$$

2) Es la probabilidad de M_A , condicionada a la presencia de D

$$P(M_A/D) = \frac{P(D/M_A) \cdot P(M_A)}{P(D/M_A) \cdot P(M_A) + P(D/M_B) \cdot P(M_B)} = \frac{(0.05) \cdot 1/3}{0.0567} = 0.2941$$

1. Resolución del libro de texto

unidad de "Teorema de las probabilidades totales y teorema de Bayes". Sin embargo, algunos estudiantes (Lonjedo, 2003) resuelven problemas similares a éste, tanto en la estructura de los datos como en la naturaleza de los mismos, como mostramos a continuación, es decir, mediante métodos de asignación de probabilidades:

Si tenemos 100 piezas de la máquina A y el 5% son defectuosas: tenemos 5 piezas defectuosas de las 100 de A.

Si tenemos 200 piezas de la máquina B y el 6% son defectuosas: tenemos 12 piezas defectuosas de las 200 de B.

En total, de 300 piezas de las dos máquinas, $5+12=17$ son defectuosas.

Luego la probabilidad de ser defectuosa es: $\frac{17}{300} = 0.05\widehat{6}$

Para la segunda cuestión, tenemos 17 piezas defectuosas, de donde 5 vienen de la máquina primera, luego la probabilidad pedida es de: $\frac{5}{17} = 0.2941$

Mostramos un ejemplo de un problema de probabilidad condicional en donde los datos son frecuencias absolutas y tantos por cien, se pregunta por dos probabilidades, una marginal y una condicional.

(Cuadras C.M, (1983) Problemas de Probabilidades y Estadística, Vol 1: Probabilidades p.55) Dos máquinas A y B han producido respectivamente, 100 y 200 piezas. Se sabe que A produce un 5% de piezas defectuosas y B un 6%. Se toma una pieza y se pide:

Probabilidad de que sea defectuosa.

Sabiendo que es defectuosa, probabilidad de que proceda de la primera máquina

En la figura 1 puede verse la resolución que presenta el libro. El texto considera este problema como un problema de cálculo de probabilidades en concordancia con la ubicación del problema en la

NATURALEZA DIFERENTE DE LOS DATOS EN LOS PROBLEMAS ESCOLARES DE PROBABILIDAD CONDICIONAL

El análisis de una serie de libros de texto escolares nos permite clasificar los problemas atendiendo a la naturaleza de los datos en el texto del problema, considerada aquí como una de las variables de tarea sintácticas¹. Así, distinguimos:

Datos presentados en términos de probabilidad. Si las cantidades se presentan en términos de probabilidad, entonces cuantifican la probabilidad de que un suceso A se realice mediante $p(A) \in [0, 1]$. Mostramos un ejemplo:

	A	noA	Total
B	0'4	0'2	
noB	0'25		
Total			1

(*Matemáticas 4t ESO, Opción B, Editorial Ecir, página 240, problema 43*). Completa la següent taula de contingència:

A partir de la taula, confecciona un diagrama d'arbre i determina $P(B/A)$, $P(noB/A)$, $P(B/noA)$ i $P(noB/noA)$.

En este problema, $p(A|B)$ puede ser calculado por:

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$
, esto es, utilizando el razonamiento probabilístico – relaciones entre probabilidades.

Datos presentados en frecuencias absolutas. Cuando en un problema se presentan las cantidades en términos de frecuencias absolutas, éstas expresan la frecuencia con la que se produce una determinada característica. Matemáticamente es posible interpretar la frecuencia como el cardinal asociado a un conjunto que representa a los objetos que poseen dicha característica. Por tanto, los datos expresados en términos de frecuencia pueden usarse como un cardinal. En consecuencia, $p(A|B)$ puede ser

$$p(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

obtenido comparando dos números cardinales y expresarla, por ejemplo, por: es decir, utilizando ahora un razonamiento aritmético y relaciones entre probabilidades.

Por otro lado, como $A|B$ no es un suceso, no podemos considerar un conjunto que lo represente. Por tanto, en los problemas de probabilidad condicional los datos que se refieren a la probabilidad condicional nunca podrán ser expresados en términos de frecuencias absolutas. Si, por el contrario, hiciésemos esto, entonces el único significado que podemos asociar a la frecuencia sería el del cardinal de un suceso intersección.

Veamos un ejemplo:

(*Editorial Santillana, Matemáticas Cou opciones C y D, Daniel Santos Serrano, problema 9*) En un grupo de 500 individuos se pasó un test de inteligencia y se midió su rendimiento académico. Los resultados fueron como sigue:

	Rendimiento académico	
	Alto	Bajo
Superior	200	80
Inferior	100	120

Considerando que A es "ser superior en inteligencia" y B es «tener rendimiento alto», averiguar:

Si A y B son independientes. Si se selecciona al azar un alumno con rendimiento alto, ¿cuál es la probabilidad de que sea superior en inteligencia? (p.248, problema 9)

¹ Como variable sintáctica se entiende cualquier característica del problema que tiene que ver con el orden y las relaciones de las palabras y símbolos que contiene el enunciado del problema (Cerdán y Puig, 1988, p.34)

Datos presentados en términos de razón. Cuando las cantidades se expresan en términos de razón, indirectamente nos presentan los datos en términos de probabilidad, y es el resolutor quien decide transformar las razones a probabilidades o no. Veamos dos ejemplos, en el primero los datos son dos razones y en el segundo los datos son tantos por cien:

Engel, L'enseignement des probabilités et de la statistique, volumen 1(1975) (France; CEDIC) *En Sikinie, un homme sur 12 et une femme sur 2888 sont daltoniens. Les fréquences des deux sexes sont égales. On choisit une personne au hasard et on découvre qu'elle est daltonienne. Quelle est la probabilité pour que ce soit un homme?*

Grupo Cero, Borrás, Carrillo, D'Opazo, Morata, Puig, ..., Matemáticas de Bachillerato curso 1, (1982), Barcelona: Teide.

En el proceso de fabricación de circuitos impresos para radio transistores se obtiene, según demuestra la experiencia de cierto fabricante, un 5% de circuitos defectuosos. Un dispositivo para comprobar los defectuosos detecta el 90% de ellos, pero también califica como defectuosos al 2% de los correctos. ¿Cuál es la probabilidad de que sea correcto un circuito al que el dispositivo califica como defectuoso? ¿Cuál es la probabilidad de que sea defectuoso un circuito calificado de correcto? (problema 26, p. 170.)

Datos expresados en combinación. Existen problemas de probabilidad condicional en los libros de texto en los que los datos no están expresados en un único formato, como en los ejemplos que mostramos a continuación, sino que se combinan más de uno de ellos. Así, en estos problemas aparecen datos expresados en porcentajes y mediante signos formales propios de la probabilidad; en términos de probabilidad y razón; en razón y frecuencias. En el siguiente problema, por ejemplo, los datos son porcentajes y probabilidades:

Santos, D., (1988), Matemáticas COU, Opciones C y D, Madrid: Santillana. p.248, problema 10, *En un curso el porcentaje de aprobados en Historia (A) es 60 %. Para Matemáticas (B) es del 55 %. Sabiendo que $p(B/A) = 0.7$, ¿cuál es la probabilidad de que, escogido al azar un alumno, resulte no haber aprobado ninguna de las dos asignaturas?*

Observamos en los ejemplos anteriores, como los datos en los problemas de probabilidad condicional no siempre se expresan de manera explícita en términos de probabilidades. Cuando esto ocurre, el resolutor tiene la capacidad de interpretarlos según que dichos datos tengan algún sentido para los sucesos a los que los asigna. En función de esto, despliega un proceso de resolución que puede implicar al pensamiento numérico o al probabilístico, dependiendo del sentido dado a los datos del problema.

EL ESTUDIO EMPÍRICO

Uno de los objetivos de nuestro estudio es explorar como los estudiantes resuelven problemas de probabilidad condicional cuando las cantidades de estos problemas satisfacen ciertas condiciones en su estructura y naturaleza. Principalmente, nuestro interés está en explorar qué razonamiento –aritmético o probabilístico –utilizan los estudiantes al resolver los problemas, en relación con la estructura de los datos y su naturaleza.

LA PRUEBA

La prueba consiste en 6 problemas de probabilidad condicional de nivel 2 (Lonjedo, Huerta 2004) en el que la estructura de datos no varía, pero sí su naturaleza y el contexto. Esta prueba está basada en un estudio exploratorio anterior (Lonjedo, Huerta 2005), en el que ya mostramos como los estudiantes que no habían recibido enseñanza formal en probabilidad condicional no resolvían los problemas en los que los datos se expresaban en términos de probabilidad. Por esta razón, como muchos de los participantes en la investigación estaban en estas condiciones, decidimos que en la prueba no hubiera

ningún problema en el que los datos se expresaran en términos de probabilidad. Así, todos los problemas de la prueba tienen tres datos explícitamente mencionados en el texto del problema, pero expresados en términos de razón y/o en términos de frecuencias absolutas. Además, respecto de la anterior prueba, en esta hemos tenido en cuenta aspectos semánticos para evitar un lenguaje ambiguo al referirnos a los sucesos, a los datos y a las preguntas. En tres de los 6 problemas preguntamos por un porcentaje y en los otros tres por una probabilidad, teniendo todos ellos una solución aritmética². Además, el problema 1 y el problema 5 son isomorfos en cuanto a la estructura de los datos y la pregunta pero cambian la naturaleza de los datos y de la pregunta.

En la tabla siguiente presentamos los seis problemas que componen la prueba, así como su clasificación según nivel, característica y tipo $N_iC_jT_h$ ³, la naturaleza de sus cantidades y la forma de plantear la pregunta del problema.

PROBLEMA	$N_2C_iT_j$	Naturaleza datos	pregunta
<u>PROBLEMA 1:</u> En un curso de 100 estudiantes 60 aprobaron filosofía y 70 aprobaron matemáticas. De los que aprobaron matemáticas un 80% aprobó filosofía. De los que aprobaron filosofía ¿qué porcentaje aprobó matemáticas?	$N_2C_3T_1$	Frecuencias y %	porcentaje
<u>PROBLEMA 2:</u> En una empresa el 55% de los trabajadores son mujeres y el 11.25% son hombres y realizan tareas administrativas. De las mujeres el 20% se dedica a las tareas administrativas. Elegido un trabajador al azar, calcula la probabilidad de que sea mujer y no realice tareas administrativas.	$N_2C_2T_3$	%	probabilidad
<u>PROBLEMA 3:</u> El 60% de los estudiantes de un centro escolar habla francés correctamente y el 70% habla inglés. De los que no hablan francés un 35% habla inglés. Calcula la probabilidad de que elegido un estudiante al azar no hable ninguno de los dos idiomas.	$N_2C_3T_3$	%	Probabilidad
<u>PROBLEMA 4:</u> De los 400 integrantes de un campamento de verano 220 son niñas. De las niñas el 20% realiza actividades acuáticas y hay 45 niños que realizan actividades acuáticas. De los que realizan actividades acuáticas ¿qué porcentaje de niñas hay?	$N_2C_2T_1$	Frecuencia y %	Porcentaje
<u>PROBLEMA 5:</u> El 46% de los habitantes de una localidad son seguidores del club de fútbol A y el 60% lo son del club de fútbol B. De los seguidores del club B la mitad lo son del club A. Se escoge una persona al azar de los seguidores del club de fútbol A ¿qué probabilidad hay de que sea seguidor del club B?	$N_2C_3T_1$	Una razón y %	Probabilidad
<u>PROBLEMA 6:</u> De todos los estudiantes del instituto un 30% practica baloncesto y fútbol y un 30% practica baloncesto y no practica fútbol. De los estudiantes que no practican baloncesto un 40% practica el fútbol. ¿Qué porcentaje de estudiantes del instituto practica el fútbol?	$N_2C_1T_2$	%	Porcentaje

LOS ESTUDIANTES

Los 56 estudiantes que resolvieron la prueba se distribuyen de la siguiente manera:

10 EFM: estudiantes de la asignatura de Cálculo de Probabilidades y Estadística de la Facultad de Matemáticas.

² Esto es, un dato extra no requiere una cantidad desconocida para resolver el problema.

³ $N_iC_jT_h$ Clasificación de los problemas de probabilidad condicional (Lonjedo, Huerta, 2004)

15 2BCS: estudiantes de 2° de bachiller Ciencias Sociales-Humanidades (17-18 años)

31 4ESO: estudiantes de 4° Educación Secundaria Obligatoria (15-16 años)

Esto es, tenemos 10 estudiantes de la facultad de matemáticas que tienen un conocimiento formal de la teoría de la probabilidad, 15 estudiantes de 2° de bachiller de ciencias sociales y humanidades que han recibido parcialmente enseñanza acerca de la probabilidad y 31 estudiantes del final de la educación secundaria obligatoria que no han estudiado nunca probabilidad.

La prueba se administró durante una hora lectiva de los estudiantes en cada uno de sus centros.

ALGUNOS RESULTADOS.

Las respuestas de los estudiantes a los problemas están siendo analizadas en la actualidad, por lo que aquí mostraremos algunos avances que hemos logrado a partir de los resultados que vamos a mostrar.

Los resultados que se muestran en la siguiente tabla, se han organizado atendiendo a las siguientes variables: naturaleza de los datos, naturaleza de la pregunta, número de estudiantes que han realizado el problema con éxito, su nivel de competencia, número de los que lo han dejado en blanco o no es posible un análisis, y el razonamiento utilizado por los estudiantes que han resuelto bien, clasificando el problema de probabilidad condicional como problema de asignación de probabilidades o problema de cálculo de probabilidades.

La tabla 1 organiza la información acerca de los estudiantes que resuelven con éxito los problemas y también informa acerca de los estudiantes que no abordan el problema (lo dejan en blanco, o sólo muestran las cantidades).

Problema	P1	P2	P3	P4	P5	P6
Naturaleza datos	Frecuen. y %	%	%	Frecuen. y %	Una razón y %	%
Naturaleza de pregunta	%	Probab.	Probab.	%	Probab.	%
Éxito	24	10	6	26	7	7
EFM	8	4	3	7	5	2
2BCS	4	4	2	6	0	2
4ESO	12	2	1	13	2	3
Blanco...	2	11	18	10	23	15
Asignación	21	6	4	26	6	6
Cálculo de probab.	3 (EFM)	4 (2 BCS 2EFM)	2 (1BCS 1EFM)	0	1 (EFM)	1 (EFM)

Tabla 1: Número de estudiantes que resuelven con éxito o dejan en blanco y de los que resuelven con éxito, número de estudiantes que han utilizado un tipo de razonamiento.

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.

El éxito en la resolución de los problemas que hemos presentado no depende del uso correcto de unas determinadas fórmulas. Estudiantes capacitados para ello, de la licenciatura de matemáticas, no siempre las usan por lo que los datos no siempre se han interpretado como probabilidades. Por otra parte, estudiantes que no conocen dichas fórmulas resuelven los problemas, por lo que el éxito no depende de ellas sino del uso correcto del razonamiento aritmético aplicado a unos datos no interpretados como probabilidades, sino como razones o proporciones. Esto puede verse en los problemas 1 y 4 en el que el porcentaje de estudiantes que resuelven los problemas por asignación es muy elevado en relación con los otros. Estos problemas tienen los datos expresados en términos de frecuencias y el dato que tiene que ver con la condicionalidad está expresado en porcentaje.

Es de destacar que ningún estudiante de 2^o de bachiller de ciencias sociales resuelve el problema 5 y, sin embargo, 2 estudiantes de 4^o ESO lo resuelven. Llama la atención, por otra parte, los resultados de este problema en cuanto a la resolución con éxito y en cuanto al problema en blanco. Comparados los resultados con los del problema 1, su isomorfo, podemos reforzar la conclusión de Gingerenzer (1994) acerca del éxito al resolver problemas de probabilidad condicional bayesianos cuando sus datos son frecuencias. El problema 1 tiene los datos en frecuencias y porcentajes y el 5 en porcentajes y en términos de razón de la forma “la mitad de”. El problema 1 tiene un éxito del 47.1% y el 3.92% lo deja en blanco. El problema 5, por el contrario, tiene un éxito del 13.73% y el 45.1% de los estudiantes lo deja en blanco. Es razonable pensar que esta diferencia entre los éxitos y los fracasos dependa de la forma de presentación de los datos.

Además, en otra comparación posible, el problema 1 con el problema 7 de la prueba piloto⁴, que mostramos en la tabla siguiente:

Problema	Naturaleza datos	Éxito	Blanco	Asignación	Cálculo
P7 Pilotaje	%	6	18	25	75
P1 Prueba	Frecuencia y %	47.1	3.92	87.5	12.5

Permite afirmar que si los datos están en términos de frecuencias absolutas y la condicionalidad en porcentaje, el porcentaje de éxito en la resolución del problema aumenta y si observamos los enunciados de ambos problemas vemos que no sólo hemos cambiado la naturaleza de los datos y de la pregunta sino que también hemos mejorado la redacción intentando que el enunciado del problema no produjera dificultades a la hora de interpretar tanto los datos como la pregunta, por lo que también los aspectos semánticos tienen influencia en el éxito de la resolución del problema.

CONCLUSIONES

Sabemos que, además de la naturaleza de los datos, hay otros factores que afectan al éxito en la resolución del problema. Estos factores no necesariamente son el conocimiento de las relaciones entre probabilidades. La naturaleza de los datos de los problemas de probabilidad escolar influye en la clasificación de los problemas en problemas de asignación de probabilidades o en problemas de cálculo de probabilidades. Los problemas resueltos por los estudiantes que participaron en esta investigación se podrían clasificar como problemas de asignación de probabilidades. La mayoría de estos estudiantes ni interpretaron los datos como probabilidades ni, consecuentemente, usaron las

⁴ PROBLEMA 7: (Grupo Erema: M.A. Martín, J.M. Rey, M. Reyes, *Estadística y Probabilidad, Bachillerato, Cuaderno 4*, Grupo Editorial Bruño, Madrid 2002, página 26, problema 1, cambiado y preparado para la prueba) Un 60% de los alumnos de un colegio aprobaron filosofía y un 70% matemáticas. Además, un 80% de los alumnos que aprobaron matemáticas, aprobaron también filosofía. Si Juan aprobó filosofía, ¿qué probabilidad tiene de haber aprobado también matemáticas?

relaciones entre probabilidades para calcular las probabilidades pedidas por los problemas. Los datos de estos problemas se presentan en porcentajes, razones y en frecuencias absolutas y la mayoría de los estudiantes los resuelven utilizando el razonamiento numérico.

Los datos numéricos presentes en los problemas de probabilidad que hemos considerado adquieren significado para los estudiantes cuando están expresados en porcentajes y sobre todo en frecuencias absolutas. Así, cuando las cantidades tienen cierto significado para los estudiantes, pueden producir nuevas cantidades que sean relevantes para la resolución del problema y facilitan el proceso de resolución. En consecuencia, no decimos nada nuevo (Gigerenzer, 1994, Ojeda, 1996) si seguimos apostando por la resolución de problemas de probabilidad en los que los datos sugieran un enfoque frecuencial de la probabilidad, antes de que ésta se muestre de una manera formal.

Estos problemas de probabilidad condicional podrían ser incluidos en lecciones de aritmética o del uso de la razón y de la proporción, como etapa previa al aprendizaje de reglas y fórmulas de la probabilidad

REFERENCIAS

- Cerdán, Puig, (1988). *Problemas aritméticos escolares*. (Síntesis: Madrid)
- Gigerenzer, G. (1994). Why the distinction between single-event probabilities and frequencies is important for psychology (and vice-versa), *Subjective probability*, En G. Wright y P. Ayton (Eds.) pp. 129-161, Wiley
- Huerta, M. Pedro (2003). *Curs de doctorat en Didàctica de la probabilitat*. Departament de Didàctica de la Matemàtica. Universitat de València (documento interno).
- Huerta, M. Pedro, Lonjedo, M^a Ángeles (2003). La resolución de problemas de probabilidad condicional. En Castro, Flores at alli... (eds), 2003, *Investigación en Educación Matemática. Séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Granada.
- Lonjedo, M^a Ángeles, (2003). *La resolución de problemas de probabilidad condicional. Un estudio exploratorio con estudiantes de bachiller*. Departament de Didàctica de la Matemàtica. Universitat de València (Memoria de tercer ciclo no publicada)
- Lonjedo, M^a Ángeles, Huerta, M. Pedro, (2004). Una clasificación de los problemas escolares de probabilidad condicional. Su uso para la investigación y el análisis de textos. In Castro, E., & De la Torre, E. (eds.), 2004, *Investigación en Educación Matemática. Octavo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*, pp 229-238. A Coruña: Universidade da Coruña.
- Lonjedo, M^a Ángeles, Huerta, M. Pedro, (2005). The nature of the quantities in a conditional probability problem. Its influence in the problem resolution. <http://cerme4.crm.es/Papers%20definitius/5/wg5litofpapers.htm>
- Ojeda, A.M. (1996). Contextos, Representaciones y la idea de Probabilidad Condicional, *Investigaciones en Matemática Educativa*, pp. 291-310. México: Grupo Editorial Iberoamérica,