

# ¿Es el conocimiento matemático del profesorado específico de su profesión? Discusión de la práctica de una maestra

Carlos Miguel Ribeiro, Rute Monteiro y José Carrillo

**Resumen:** La importancia de lo que el profesor sabe y la manera como lo sabe ocupa un papel cada día más destacado, tanto en la investigación como en la formación. Para discutir sobre este conocimiento, hemos de partir de la práctica del profesorado; de ella emergen los conocimientos que el profesorado posee o a los que recurre.

Presentamos y discutimos dos situaciones en un aula de primaria –de revisión de contenidos (la parte entera se separa de la decimal por medio de un punto y propiedades del cubo recurriendo a un modelo)–, identificando los componentes del conocimiento profesional puestos de manifiesto por la profesora y realizando una discusión de éstos basados en su práctica.

*Palabras clave:* práctica docente, conocimiento matemático para la enseñanza, conocimiento profesional, educación primaria, formación de profesores.

## Is the teacher's mathematical knowledge specific to his/her profession? Discussion of the practice of a teacher

**Abstract:** The teacher's knowledge assumes an important role in research as well as in teacher training programs. To make possible a fruitful discussion on such knowledge, it is important to have as a starting point the teacher's practices. From such practice emerges the knowledge teachers have and use.

In this paper we present and discuss two situations from a primary school class –of reviewing the content–, in which we identify the teacher's professional knowledge dimensions. We discuss those dimensions from the practice.

*Keywords:* teaching, mathematical knowledge for teaching, professional knowledge, primary school, teacher training.

---

Fecha de recepción: 26 de septiembre de 2009.

## INTRODUCCIÓN

El conocimiento matemático del profesor de Primer Ciclo<sup>1</sup> suele ponerse en tela de juicio debido a que, con frecuencia, la formación conferida en el periodo de formación inicial es escasa, hecho que es asumido por los ministerios que tutelan los diferentes niveles de enseñanza (Ministerio de Educación y Ministerio de Ciencia y Tecnología) cuando, recientemente (2006/2007), se efectuaron las reestructuraciones de los Cursos de Formación Inicial de Profesores de acuerdo con el Proceso de Bolonia.

Este reconocimiento se traduce en la obligatoriedad de un número mínimo de créditos (correspondientes al número de horas) que deben ser cubiertos por cada una de las áreas curriculares. De este modo, en los cursos de formación de profesores de Infantil y Primaria,<sup>2</sup> todos los estudiantes en el ámbito nacional tienen el mismo número de créditos (tiempo de formación) en las áreas curriculares específicas (incluso si la responsabilidad de definir los programas y las respectivas unidades curriculares recae en cada institución de Enseñanza Superior).

Estas alteraciones en la formación inicial, junto con la implementación de un Programa de Formación Continua en Matemáticas para Profesores de 1º y 2º Ciclos (PFCM), en el que uno de los objetivos es profundizar en el conocimiento matemático, didáctico y curricular (Shulman, 1986) de los profesores de los referidos niveles de enseñanza, proyectan una recalificación de su cuerpo docente. Esta recalificación pretende centrarse en los conocimientos (matemáticos) de los profesores, en concreto, el tipo de conocimientos que éstos necesitan durante su acción docente.

Cada vez se discute más si el profesor deberá poseer un conocimiento en determinado dominio (matemático) semejante al necesario en otras profesiones en las que ese conocimiento/saber se utiliza exclusivamente como herramienta y como objetivo único/final.

Como formadores de profesores, acreditamos que debemos capacitar a nuestros estudiantes (actuales o futuros) con un tipo de conocimiento que trascienda el saber registrar o efectuar determinado algoritmo para obtener la

---

<sup>1</sup> Primeros cuatro años de escolaridad (alumnos de 6 a 9 años).

<sup>2</sup> En Portugal, lo equivalente a primaria se encuentra actualmente dividido en dos etapas. En la primera (cuatro primeros años), existe un profesor para las diversas áreas curriculares. En la segunda (dos años siguientes), los alumnos tienen diversos profesores, distribuidos según áreas consideradas afines (por ejemplo: Matemáticas y Ciencias, Lengua Materna y Lengua Extranjera (inglés o francés)).

solución a un problema,<sup>3</sup> pues se les exige, además, que sean capaces de explorar el problema de modo que sus alumnos lo entiendan y consigan que éstos perciban efectivamente el o los procesos de resolución. Si alguno (o algunos) de esos procesos de resolución implica algoritmos, el profesor deberá entonces poseer un conocimiento que le permita lograr que sus alumnos los realicen con verdadera comprensión, no sólo como reproducción de un conjunto de reglas y procedimientos.

Los profesores deberán, por tanto, poseer un abanico de conocimientos, relacionados con cada uno de los contenidos específicos que tienen que enseñar, que les permitan, además de hacerlos comprensibles a sus alumnos, enseñarlos de modo que estos últimos adquieran un conocimiento relacional entre los diversos contenidos.

En este artículo presentamos y discutimos el impacto que tiene en la práctica de una profesora de Primer Ciclo la presencia, o no, de los distintos componentes del conocimiento profesional considerado por Ball, Thames y Phelps (2008) en dos situaciones de revisión del contenido. Las situaciones de revisión del contenido que presentamos evidencian distintos conocimientos por parte de la profesora y, por tanto, distintos abordajes de los contenidos, lo que se traduce en distintos tipos de aprendizaje y entendimiento de los contenidos por parte de los alumnos.

Este texto forma parte de una investigación más amplia, en la que uno de los aspectos estudiados es el conocimiento profesional de los profesores de Primer Ciclo durante su práctica. A continuación presentamos un modelo de conocimiento profesional (Ball *et al.*, 2008) y discutimos cada uno de sus componentes. Esto será la base teórica en función de la cual discutiremos los dos episodios presentados, analizando similitudes y diferencias y reflexionando en las implicaciones de éstas en la práctica de la profesora (y en los posibles aprendizajes de los alumnos). Terminaremos presentando algunas posibilidades para que los profesores lleguen a poseer, y usar, *todo* el conocimiento que *efectivamente* necesitan en su práctica docente.

---

<sup>3</sup> A pesar de no ser el foco de este artículo, consideramos que este componente de la resolución de problemas deberá estar en el núcleo de toda la formación de profesores, tanto inicial como continua.

## MARCO TEÓRICO

Existen muchas perspectivas sobre el conocimiento profesional de los profesores. Aquí haremos uso del marco teórico introducido por Ball *et al.* (2008), donde, en la línea de los trabajos de Ball (1991, 2000, 2002, 2003), Ball y Bass (2003), Ball, Hill y Bass (2005), y Hill, Rowan y Ball (2005), basados en Shulman (1986), se presenta un conjunto de componentes del conocimiento profesional del profesor. Este modelo se encuentra en construcción y, a fin de complementarlo, recurrimos al trabajo de Park y Oliver (2008), también basado en Shulman (1986), donde de igual forma se presenta un modelo de conocimiento profesional, aunque enfocado en los profesores de Ciencias Naturales.

Así, en nuestro propio trabajo, recurrimos a los componentes de Ball *et al.* (2008) complementados con la perspectiva de Park y Oliver (2008). Ball distingue conocimiento *de* matemática y conocimiento *sobre* matemática, los cuales pueden diferenciarse considerando el conocimiento de procedimientos y el conocimiento sobre cómo se toma algo como verdadero o razonable en matemática. Tal como hacen los autores referidos, también nosotros encaramos el conocimiento profesional de los profesores en una relación estrecha con los contenidos que éstos pretenden abordar. En el caso de los profesores de Primer Ciclo, que son responsables de diversas áreas curriculares (Matemática, Lengua Materna, Ciencias Experimentales), algunos de estos componentes son comunes a la enseñanza de varias materias, pero aquí, por motivos obvios, nos referiremos siempre a los componentes del conocimiento profesional del profesor en relación con el proceso de enseñanza de la matemática.

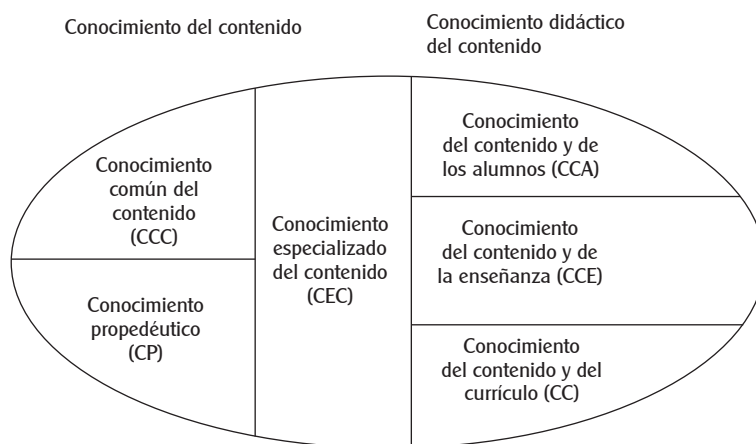
Ball *et al.* (2008) dividen el conocimiento del contenido y el conocimiento didáctico del contenido en tres componentes cada uno, tal como aparece en la figura 1.

Coincidimos con los autores en que el conocimiento que el profesor posee de determinado contenido y el conocimiento que debe poseer a fin de estar capacitado para hacerlo comprensible para otros son indisociables.

El *conocimiento común del contenido* (CCC) se relaciona con el conocimiento del contenido que posee cualquier individuo con formación matemática, pero encarada como herramienta y sin que sepa necesariamente explicar el por qué del origen de lo que hace. También puede denominarse *conocimiento sobre cómo hacer*.

El *conocimiento especializado del contenido* (CEC) se entiende como el conocimiento que es necesario sólo para el profesor que pretende que otro entienda

**Figura 1** Componentes del conocimiento profesional (Ball *et al.*, 2008)



verdaderamente lo que hace y no que lo ejecute sólo como un conjunto de procedimientos. Este componente no es exclusivo del conocimiento relativo a los procedimientos, sino que afecta también a los conceptos. El profesor también debe conocer cómo diferentes imágenes y ejemplos del concepto pueden hacer que se adquiriera una noción amplia de éste y de sus relaciones con otros conceptos. Es, por tanto, un conocimiento relacionado con el *saber cómo enseñar a hacer*. En relación con el conocimiento del contenido matemático, el profesor también deberá poseer un *conocimiento propedéutico* (CP), es decir, un conocimiento de las relaciones existentes entre los distintos tópicos matemáticos y de qué manera van evolucionando los aprendizajes de un mismo tópico a lo largo de la escolaridad.

Conviene destacar que, a veces, la distinción entre el CCC y el CEC es problemática cuando se analiza la práctica, ya que existen situaciones en las que se ponen de relieve de manera simultánea y en las que se asemejan mucho.

El conocimiento pedagógico del contenido también se encuentra dividido en tres componentes que se refieren al conocimiento que el profesor debe poseer del contenido que pretende abordar y de la enseñanza (CCE), el conocimiento del contenido y de los alumnos (CCA) y el conocimiento del contenido y del currículo (CC).

Ball *et al.* (2008) definen el conocimiento combinado entre conocimiento sobre la enseñanza y sobre el contenido –*conocimiento del contenido y de la enseñanza* (CCE)– como el conocimiento que el profesor utiliza en el aula en

situaciones que pueden no ser consideradas específicamente de exploración de contenidos, pero que están relacionadas con ellos, en particular, las acciones de decidir la secuencia de las tareas, con cuál ejemplo iniciar o escoger apropiadamente las representaciones más adecuadas a cada situación. Park y Oliver (2008)<sup>4</sup> incluyen el conocimiento de las estrategias específicas de enseñanza relacionadas con el contenido que se va a abordar, incluidas distintas representaciones de un mismo contenido/tópico, las tareas preparadas y las actividades desarrolladas.

En lo que se refiere al *conocimiento del contenido y de los alumnos* (CCA), combina un conocimiento de los alumnos con un conocimiento sobre matemáticas y se relaciona con la necesidad de los profesores de anticipar lo que piensan los alumnos, cuáles dificultades/facilidades pueden presentar, qué motivaciones, el hecho de escuchar e interpretar los comentarios, o sea, situaciones en las que existen interacciones entre la comprensión matemática y el conocimiento del pensamiento matemático de sus alumnos. En este dominio, Park y Oliver (2008) destacan el conocimiento de la comprensión de los alumnos, el conocimiento de sus posibles dificultades, concepciones erróneas, motivaciones e intereses, así como sus necesidades.

Conviene destacar una vez más que, dependiendo del foco de análisis, el tipo de interacciones que ocurren y el contexto específico, el conocimiento del contenido y de los alumnos puede ser encarado como conocimiento especializado del contenido o viceversa. (Un ejemplo de esta dualidad se muestra más adelante en la presentación y discusión de dos ejemplos de la práctica.)

Nótese que no se puede realizar el análisis del conocimiento profesional de manera aislada, sino que es necesario tener siempre en mente los componentes restantes que influyen directamente en el proceso de enseñanza (aunque no sean foco explícito de análisis). Entre éstos están las creencias, objetivos y acciones del profesor.<sup>5</sup>

Las acciones del profesor deben ser entendidas/identificadas en este contexto, como su actuación en el aula cuando gestiona la construcción de conocimientos por parte de los alumnos.

---

<sup>4</sup> Los autores presentan un modelo hexagonal del conocimiento pedagógico del contenido para la enseñanza de las ciencias físicoquímicas.

<sup>5</sup> En este contexto no discutiremos nuestro punto de vista sobre las relaciones entre las distintas dimensiones referidas. Para mayor información, consúltese, por ejemplo, Ribeiro, Carillo y Monteiro (2008).

## EL CONTEXTO Y EL MÉTODO

Para desarrollar esta investigación, nos centramos en la práctica de una profesora de Primer Ciclo –María– con 18 años de experiencia, cuando da clases de matemáticas al cuarto grado (alumnos de diez años). Esta investigación es parte de una investigación más amplia dedicada al estudio del desarrollo profesional de dos profesoras de Primer Ciclo, combinando el estudio de casos con una metodología de índole interpretativa.

Aquí nos fijamos en dos situaciones (episodios) específicas ocurridas durante la introducción al estudio de las milésimas. Se analizan los componentes del conocimiento profesional de la profesora, se identifican las acciones ejecutadas en cada situación específica y se discute su papel en la práctica.

La identificación de los componentes en el análisis (conocimiento profesional y acciones) se realizó a partir de las transcripciones de aula obtenidas mediante las grabaciones de audio y video efectuadas durante la práctica de la profesora (Brophy, 2004). En una primera fase, cada aula se dividió en episodios (asociados a determinado objetivo específico de la profesora) y después se identificaron las acciones de la profesora en cada uno de esos episodios (identificación realizada mediante la visualización del video).

La identificación de los componentes del conocimiento profesional también se efectuó por saturación en cada uno de los episodios de un mismo tipo, pues, al no poderse extender a otras situaciones, incluso similares (a otros episodios, aun en el caso de poseer un objetivo semejante), los conocimientos que se presentan en cada situación corresponden únicamente a los evidenciados por la profesora en ese episodio específico.

## DOS EJEMPLOS DE LA PRÁCTICA Y SU DISCUSIÓN

Presentamos y discutimos dos transcripciones relativas a situaciones en las que la profesora María pretende repasar un contenido determinado. Estas situaciones no habían sido planificadas por la profesora, sino que surgieron de modo natural en las aulas.

Discutiremos las situaciones por separado, iniciando con la que implica un menor número de acciones por parte de la profesora. Las acciones que lleva a cabo en esta primera situación se consideran la base de todos los episodios de revisión de contenido.

La transcripción que se presenta a continuación ocurre después de que la profesora consolida la lectura escrita de números en la tabla de las posiciones.<sup>6</sup> Esa tabla se encuentra representada en la pizarra, donde los alumnos fueron a efectuar sus registros.<sup>7</sup>

En las transcripciones siguientes, siempre que se omita el agente enunciator, se asume que se mantiene el anterior.

**Figura 2** Transcripción correspondiente a un episodio donde la profesora repasa que la parte entera se separa de la decimal por medio de un punto

824	P	Una cosa que voy recordar a los chicos y hacerlos acordar.
825		(P apunta, en la tabla de posiciones, para dos partes.)
826		La parte entera es aislada de la parte decimal, ¿a través de qué?
827		¿De un...?
828	As	Punto.
829	A	Profesora, sólo se puede usar punto en la unidad, ¿no?
830	P	Correcto, y cuando es un número decimal.

Esta transcripción corresponde a una revisión del contenido en la que la profesora recurre únicamente al diálogo con el grupo de alumnos. Se le asocian las acciones de recapitular y clarificar el contenido, las cuales ocurren, respectivamente, en las líneas 824 a 828 y 829 a 830.

El análisis de los componentes del conocimiento profesional mostrados por la profesora requiere la identificación, en primer lugar, del contenido específico abordado en cada episodio. Esta identificación (uno de nuestros focos de la división de cada aula en un determinado conjunto disjunto de episodios) es prioritaria puesto que no concebimos la discusión de ninguno de sus componentes desligados del contenido específico. Entonces, resulta pertinente referir que la profesora tiene, en este episodio, la intención de repasar que la parte entera se separa de la parte decimal con un punto. La atribución de la nomenclatura del episodio se

<sup>6</sup> Nos referimos a una tabla con las unidades, decenas, centenas, décimas, centésimas y milésimas (posiciones en el sistema de numeración decimal).

<sup>7</sup> En el episodio inmediatamente anterior, la profesora consolidó en la pizarra la lectura y escritura de números en la tabla de posiciones y los alumnos pasaron a la pizarra a efectuar los registros.



da, en este caso, de manera explícita por parte de la profesora, al referir que van a recordar –línea 824 (revisión)– y cuál es el contenido –línea 826.

En este episodio, tal como en la mayoría de las situaciones, hay componentes que se manifiestan transversalmente y otros ocurren asociados a una determinada parte específica del discurso de las acciones de la profesora. En la situación presentada, esto se verifica en todos los componentes identificados, salvo en el de *conocimiento del contenido y de los alumnos* (CCA).

Los componentes relativos al *conocimiento común* y al *conocimiento especializado* se superponen, por lo que no es posible diferenciarlos. Éstos se asocian al hecho de que la profesora sabe que la parte entera se separa de la parte decimal por un punto. Además, de manera transversal y relativa al conocimiento del contenido y de la enseñanza, la profesora María entiende que el diálogo es adecuado para la revisión del contenido abordado.

La profesora manifiesta un *conocimiento del contenido y de los alumnos* (CCA) asociado de modo concreto a una parte específica de la situación presentada. En esta situación, evidencia una carencia en términos científicos que se relaciona con el hecho de asumir que sólo se puede utilizar el punto cuando no es un valor entero (830). Esta carencia conducirá, previsiblemente, a un obstáculo para que, más adelante, los alumnos entiendan que los números racionales –enunciados como fracciones o decimales– forman un conjunto que incluye a los enteros. Esto se transformará también, previsiblemente, en un obstáculo para que puedan entender con claridad las relaciones de inclusión de los conjuntos numéricos y la expresión de los elementos de un conjunto como elementos del que lo incluye de modo inmediato.

La segunda situación presentada es también de revisión de contenido. Los alumnos se encuentran distribuidos en grupos de cuatro, la profesora recurre a un modelo para recapitular las propiedades del cubo (véase figura 3).

En este episodio, por ser también de revisión, la profesora María ejecuta las mismas acciones base –revisión (146-165) y clarificación (166-182). Además de las dos acciones base, la profesora ejecuta otras dos para llevar a cabo este tipo de episodio. En concreto, cuestiona a los alumnos sobre el modelo que tienen en la mano (125-134) y esclarece lo que pretende que hagan los alumnos (135-145).

En términos de conocimientos, en esta situación la profesora muestra los mismos componentes que en la situación anterior (CCC, CEC, CCE y CCA). En este episodio existen componentes del conocimiento profesional que ocurren de manera transversal y otros asociados específicamente a una determinada ocurrencia (líneas de la transcripción).

**Figura 3** Transcripción correspondiente a un episodio en el que la profesora repasa las propiedades del cubo recurriendo a un modelo

125	P	Entonces, voy a empezar ahora por llamar a uno de los chicos que va trabajar a
126		pares para venir aquí a buscar... ya ahora, ¿qué nombre se da a esta...?
127		(P muestra uno de los cubos grandes)
128	A	¡La milésima!
129	P	¿A esto?
130	As	La milésima.
131	P	No, este objeto que tengo en la mano.
132	As	Unidad.
133		Una unidad.
134		Un cubo.
135	P	Un cubo. Vamos... un cubo.
136		Si pidiera a João que tuviera que decir a sus compañeros que esto era un cubo
137		pero sin decir el nombre... imagina que ahora vienes aquí para el aula y has escondido en el exterior este cubo y vienes aquí cerca de tus compañeros y vas a decir:
138		
139		“Oigan, yo estuve en el exterior...”
140		Era un juego que nosotros íbamos a hacer y entonces el juego consistía en que
141		si escondiera un sólido geométrico y tú vinieras para el aula y tuvieras que
142		decir a tus compañeros las características del sólido geométrico pero sin
143		decirles el nombre del cubo para que ellos intenten adivinar qué sólido es...
144		¿Qué dirías tú? Entrabas, ¿y qué decías a tus compañeros?
145	A	¡No sé!
146	P	No podías decir cubo.
147	A	¿Puedo decir, profesora?
148	P	João, piensa un poquito.
149		¿Entonces, quién puede...?
150		¿Quién quiere...?
151	A	¿Puedo decir, profesora?
152	P	Tiene... seis caras, ...

153	A	Doce aristas.
154	As	Y ocho vértices.
155	A	Y tiene los lados todos iguales y es un... cubo.
156	P	¿Y es un...?
157	A	Sólido.
158	P	Es un sólido geométrico.
159		Sí, muy bien.
160	A	Yo escondía y entonces, ¿cómo era? Era sólo decir...
161	P	No podías decir: "vayan al exterior a buscar el cubo que escondí", tenías que decir
162		todas las características.
163	As	<i>(No se consigue oír)</i>
164	P	Ellos no sabían que era un cubo, podíamos haber escondido otros
165		sólidos más, sólo que tú tenías que decir las características.
166		Entonces, dime João, ahora que tus compañeros ya te han ayudado.
167	A	Vale, tiene doce vértices.
168	P	¡Mira...!
169	A	Ocho vértices.
170		Ocho vértices.
171	P	¿Más?
172	A	Todas las caras iguales y doce aristas.
173	P	¿Y es una figura geométrica o sólido geométrico?
174	A	Un sólido.
175	P	Un sólido geométrico, muy bien.
176	A	<i>(No se consigue oír)</i>
177	P	¿Qué tiene?
178	A	Seis cuadrados.
179	P	Seis cuadrados, muy bien. ¿Y por qué son seis cuadrados?
180		¿Cuál es la particularidad de los cuadrados?
181	A	Tienen los lados todos iguales.
182	P	Tiene los lados todos iguales.

Respecto al *conocimiento común del contenido* (CCC), éste se asocia al hecho de saber el nombre de lo que posee en la mano. Pero esto no corresponde a todo lo necesario para que la profesora pueda hacer comprensible a sus alumnos las propiedades del cubo. Así, en términos del *conocimiento especializado del contenido* (CEC), la profesora manifiesta un conocimiento relativo a saber que el modelo que tienen en la mano representa un sólido geométrico y no una figura geométrica, conociendo sus características –número y forma de las caras, número de aristas y vértices.

En relación con el conocimiento que la profesora posee respecto al proceso de enseñanza –*conocimiento del contenido y de la enseñanza* (CCE)–, ella parece considerar que las actividades deben ser interesantes para los alumnos, lo que justifica la utilización del juego (134-144). Defiende también que la utilización del modelo es adecuada para repasar este contenido, atribuyendo asimismo importancia al hecho de aclarar a los alumnos lo que se les pide (que corresponde a la acción de esclarecer).

María, de acuerdo con el *conocimiento* que posee de este *contenido y de sus alumnos* (CCA), piensa que es importante anticipar y superar las dificultades de los alumnos en la identificación y nombramiento de las propiedades del modelo que posee y en la distinción entre figuras geométricas y sólidos. En esta situación, la profesora acepta una identificación del cubo como un sólido que posee las seis caras cuadradas, pero en la caracterización de esos cuadrados los alumnos sólo mencionan la igualdad de los lados (179-182). Esta aceptación por parte de la profesora refleja una carencia en la clasificación de cuadriláteros, ya que sólo considera cuadrados y rectángulos, dejando fuera los rombos. Esta carencia refleja también una carencia suya en el ámbito del conocimiento especializado del contenido, pero aquí, de manera similar a lo que ha ocurrido en la situación anterior, lo consideramos incluido en el CCA, pues tiene una influencia directa en los aprendizajes de los alumnos (la utilización de un lenguaje incorrecto induce a los alumnos a confundir caracterización con enumeración de propiedades).

## ALGUNOS COMENTARIOS FINALES

Con las dos situaciones presentadas, pretendemos ilustrar evidencias concretas de algunos de los componentes del conocimiento profesional identificados durante la práctica lectiva de una profesora, así como, aunque de manera secundaria, el

aumento en la complejidad de la acción docente a medida que la profesora va incrementando el número/tipo de acciones que ejecuta. Este incremento está directamente relacionado con el objetivo específico de la profesora en la situación específica, el cual dejó de ser sólo repasar el contenido de manera dialogada para recurrir a un elemento exterior –un modelo–, lo que implica un conjunto más vasto de acciones, pudiendo potenciar la ocurrencia/verificación de otro nivel de carencias/buenas prácticas. Por ser situaciones que la profesora no tenía planificadas –corresponden por tanto a improvisaciones–, reflejan, de manera más pura, objetiva y sincera, cada uno de los diversos componentes de su conocimiento profesional (Ribeiro, Monteiro y Carrillo, 2009).

El primer episodio (figura 2) ilustra la dificultad de deslindar los componentes del conocimiento del contenido (CCC y CEC). Hay situaciones donde el CCC se encuentra imbricado con el CEC, por lo que es difícil deslindar uno del otro (Ball *et al.*, 2008; Rowland y Turner, 2008), y hay otras, donde el profesor sólo necesita saber hacer (CCC). La otra situación (figura 3) elucida la distinción entre el saber nombrar el modelo que posee, considerado CCC, y el saber su caracterización (es un sólido y no una figura geométrica; número y forma de las caras, número de aristas y vértices), lo que se refiere al conocimiento necesario para que el profesor ejerza sus funciones docentes (CEC).

En ambas situaciones, la profesora muestra algunas carencias que consideramos más evidentes en términos de conocimiento relativo al contenido y a sus alumnos (CCA). Estas lagunas respecto al CCA son, obviamente, consecuencia de carencias respecto a su CCC o CEC; sin embargo, consideramos que éstas se ubican mejor en el ámbito del CCA que en el del CEC, a pesar de ser consecuencia de la carencia de este último. El hecho de enumerar propiedades en vez de caracterizar es una laguna de conocimiento de la profesora (constante en el transcurso de su práctica), pues a lo largo de su práctica este tipo de situaciones ocurre con frecuencia. Un ejemplo de esta constancia es el hecho de considerar que los cuadrados y rectángulos pertenecen a conjuntos disjuntos (Ribeiro, Carrillo y Monteiro, 2009), llevando a los alumnos a asumir la clasificación de esas figuras basándose en las medidas diferentes de los lados.

El análisis y estudio del conocimiento profesional de los profesores (durante la práctica) deberá abordarse como una manera de mejorar esa misma práctica y no sólo con el propósito de identificar las posibles carencias observadas. Para que el análisis efectuado no se resigne únicamente a esa identificación/atribución, será necesario que esas prácticas y las situaciones concretas identificadas se discutan más adelante con los docentes, de modo que éstos puedan reflexionar

sobre ellas y las puedan convertir en matemáticamente correctas (considerando las diversas dimensiones).

Asimismo, la formación inicial y la continua deberán beneficiarse efectivamente de estos análisis –realizando la difícil transposición entre teoría y práctica. En el caso concreto del segundo episodio discutido, la elaboración con los profesores de mapas conceptuales puede permitir clarificar las relaciones entre los diferentes tipos de cuadriláteros y las posibles intersecciones entre los subconjuntos considerados, de modo que los profesores (actuales o futuros) puedan incorporar a su práctica diaria la caracterización efectiva de la entidad matemática a que se refieren y no limitarse a presentar una mera enumeración de algunas de sus propiedades.

Es esencial que la formación se efectúe a partir de la práctica y de las carencias identificadas en esa práctica, a fin de capacitar a los docentes para que respondan *con conocimiento* a todas las situaciones a las que se enfrentan en el discurrir de su actividad. Este punto de partida es importante, además, porque consideramos que el aprendizaje ocurre de manera circular –enseñamos lo que somos, lo que sabemos y cómo lo sabemos. Cada uno de nosotros aprende al enfrentarse a situaciones diseñadas para provocar dicho aprendizaje. Ahora bien, a pesar de ser confrontados constantemente con distintos contrastes y situaciones que exigen una evaluación inmediata de lo que pretendemos hacer y con las que nos identificamos, sólo con algún auxilio “externo” se hace posible centrar la atención en lo que no sabemos (alguna carencia que evidenciamos) y pretendemos aprender.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ball, D. (1991), “Research on teaching mathematics: Making subject matter knowledge part of the equation”, en J. Brophy (ed.), *Advances in Research on Teaching*, Greenwich, CT, JAI Press, vol. 2, pp. 1-48.
- (2000), “Bridging practices. Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach”, *Journal of Teacher Education*, vol. 51, núm. 3, pp. 241-247.
- (2002), “Knowing mathematics for teaching: Relations between research and practice”, *Mathematics and Education Reform Newsletter*, vol. 14, núm. 3, pp. 1-5.
- (2003), *What Mathematical Knowledge is Needed for Teaching Mathematics*, ponencia presentada en el U.S. Department of Education, Secretary’s

- Mathematics Summit, Washington, 6 de febrero de 2003 (<http://www-personal.umich.edu/~dball/presentations/index.html>, consultado el 10 de mayo de 2008).
- Ball, D. y H. Bass (2003), "Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching", en B. Davis y E. Simmt (eds.), *Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group*, Edmonton, AB, CMESG/GCEDM, pp. 3-14.
- Ball, D., H. Hill y H. Bass (2005), "Knowing mathematics for teaching. Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide?", *American Educator*, otoño, pp. 14-46.
- Ball, D., M. H. Thames y G. Phelps (2008), "Content knowledge for teaching: what makes it special?", *Journal of Teacher Education*, vol. 59, núm. 5, pp. 389-407.
- Brophy, J. (2004), *Using Video in Teacher Education*, Amsterdam, Elsevier.
- Climent, N. (2002), *El desarrollo profesional del maestro de primaria respecto de la enseñanza de la matemática. Un estudio de caso*, publicado en 2005, Michigan, Proquest Michigan University, [www.proquest.co.uk](http://www.proquest.co.uk).
- Hill, H., B. Rowan y D. L. Ball (2005), "Effects of teachers' mathematics knowledge for teaching on student achievement", *American Education Research Journal*, vol. 42, núm. 2, pp. 371-406.
- Park, S. y J. S. Oliver (2008), "Revisiting the conceptualization of Pedagogical Content Knowledge (PCK): PCK as a conceptual tool to understand teachers as professionals", *Research in Sciences Education*, núm. 38, pp. 261-284.
- Ribeiro, C. M., J. Carrillo y R. Monteiro (2008), *Uma perspectiva cognitiva para a análise de uma aula de matemática no 1º Ciclo: Um exemplo de apresentação de conteúdo tendo como recurso o desenho no quadro*, comunicación oral presentada en el XIX Seminário de Investigação em Educação Matemática, XVIII Encontro de Investigação em Educação Matemática e XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, realizado en Badajoz, España, del 4 al 6 de septiembre de 2008.
- (2009), "We teach what we know, but do we know what we teach? The practical 'distinction' between squares and rectangles in a primary school class", en J. Novotná y H. Moraová (eds.), *International Symposium Elementary Maths Teaching (SEMT 09)*, Praga, República Checa, Facultad de Educación-Charles University, pp. 204-212.
- Ribeiro, C. M., R. Monteiro y J. Carrillo (2009), *Professional Knowledge in an Impromptu Episode: The Importance of a Cognitive Model*, ponencia presentada en el CERME6, Lyon, Francia.

Rowland, T. y F. Turner (2008), "How shall we talk about 'subject knowledge' for mathematics teaching?", en M. Joubert (ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, June 2008*. British Society for Research into Learning Mathematics, Londres, British Society for Research into Learning Mathematics, vol. 28, núm. 2, pp. 91-96.

Shulman, L. (1986), "Those who understand: Knowledge growth in teaching", *Educational Researcher*, vol. 15, núm. 2, pp. 4-14.

## DATOS DE LOS AUTORES

### **Carlos Miguel Ribeiro**

Universidade do Algarve, Portugal  
cmribeiro@ualg.pt

### **Rute Monteiro**

Universidade do Algarve, Portugal  
rutemonteiro@ualg.pt

### **José Carrillo**

Universidad de Huelva, España  
carillo@uhu.es