

Estudiar matemáticas en una primaria nocturna. *Logos y praxis* en un proyecto con orientación social¹

Alicia Avila

Resumen: La educación matemática de jóvenes y adultos que no cursaron su educación básica en la infancia es un terreno escasamente investigado desde la perspectiva didáctica. A través de un estudio empírico, conocimos las condiciones y las formas que toman los procesos de estudio de las matemáticas en dos modalidades de educación básica para jóvenes y adultos a cargo del gobierno mexicano. En este artículo se analizan las prácticas institucionales de una escuela nocturna y los procesos de estudio de las matemáticas que ahí tienen lugar. El análisis de lo observado se realizó a través de conceptos derivados de la teoría antropológica de lo didáctico: contrato didáctico institucional, procesos de estudio de las matemáticas y praxeología matemática. La indagación muestra el peso del contexto institucional sobre los procesos de estudio de las matemáticas y las praxeologías que estos producen.

Palabras-clave: educación básica, escuelas nocturnas, procesos de estudio de las matemáticas, organizaciones matemáticas, contrato didáctico institucional, prácticas educativas.

Étudier les mathématiques dans une école primaire du soir. Logos et praxis dans un projet d'orientation sociale.

Resumé: L'enseignement des mathématiques aux personnes adultes d'aucune ou de faible scolarité, est un domaine très peu connu du point de vue de la recherche en didactique. À travers une recherche sur le terrain nous nous sommes approchées des pratiques institutionnelles qu'ont lieu dans une école primaire du soir, aussi que à la manière comme celles affectent les processus d'étude des mathématiques. Pour ce faire nous avons repris quelques concepts de la Théorie anthropologique du didactique; notamment ceux de contrat didac-

¹ Agradezco a los árbitros y a Armando Solares Rojas sus atinadas observaciones a la versión preliminar de este escrito.

tique institutionnel, processus d'étude des mathématiques et praxéologie mathématique. La recherche met en évidence le poids des clauses du contrat institutionnel sur les processus d'étude des mathématiques et les praxéologies qu'ils produisent

Mots clés: éducation de base, processus d'étude des mathématiques, organisations mathématiques, contrat didactique institutionnel, école du soir, pratiques éducatives.

Fecha de recepción: 12 de febrero de 2012. Fecha de aceptación: 13 de julio de 2012

INTRODUCCIÓN

Ya antes de que México fuera independiente, se delinearon diversos modelos de educación básica para adultos. La búsqueda de una forma de enseñanza que satisficiera los intereses y necesidades de esta población, a la vez que impulsara el desarrollo nacional, dio por resultado una amplia gama de acercamientos y de intentos que muestran los vaivenes culturales, ideológicos y políticos registrados en la historia de nuestra nación.² Dos preocupaciones fueron constantes a lo largo de nuestra historia: “acercar las letras a los ignorantes” y “preparar para las cuestiones prácticas y del trabajo”. Por supuesto, estas ideas tuvieron muchos matices y la prevalencia de la una sobre la otra cambiaba conforme a las perspectivas de la época. Después de un constante revisar y modificar los sistemas de atención a los analfabetos y rezagados se crearon, a fines del siglo XIX, las primeras escuelas para adultos, y en el siglo XX se llegó a una cierta organización de escuelas nocturnas o escuelas para trabajadores, cuya esencia aún pervive bajo responsabilidad directa de la Secretaría de Educación Pública (SEP). Aunque el Instituto Nacional para la Educación de los Adultos (INEA) atiende hace tres décadas a la gran mayoría de la población adulta que desea concluir su educación básica, las escuelas nocturnas permanecen como opción educativa para quienes viven en la ciudad de México. Estas escuelas –aun siendo para adultos– recuperaron, desde sus inicios, la organización y contenidos de las escuelas para niños. En lo que sigue, se habla de esta modalidad educativa,

² Al respecto pueden verse los excelentes textos producidos por el Seminario de Historia de la Educación del Colegio de México, publicados por el INEA en 1994 y de los cuales tomamos las ideas de este breve apartado.

tomando como caso una escuela ubicada en una zona residencial de la ciudad de México. Como el título del escrito anuncia, me centraré en dos cuestiones: la vida institucional en la Nocturna –incluidas las reglas y factores que la regulan– y la actividad matemática que ahí se realiza. Veremos que existe una fuerte interrelación entre las dos.

PRECISIONES METODOLÓGICAS Y ORIENTACIÓN DEL ANÁLISIS

Los datos que dan pie al artículo se colectaron en una escuela Primaria Nocturna de la ciudad de México (en adelante Nocturna) durante el año 2008. Para ello, realicé visitas al centro educativo y entrevistas a educadores y estudiantes; a estos últimos también les planteé algunos problemas matemáticos que aquí referiré solo brevemente.

La indagación en la Nocturna formó parte de un proyecto más amplio en el que también se visitaron centros educativos pertenecientes al INEA (cfr. Ávila *et al.*, 2008). El análisis de la información se basa en nociones derivadas de la teoría antropológica de lo didáctico:³ a) contrato didáctico institucional y b) proceso de estudio de las matemáticas. Como en este mismo enfoque el saber matemático se caracteriza como praxeología, es decir, como la conjunción de un “saber-hacer” y un “saber”, de una praxis y un logos, utilizaré también esta noción como herramienta para mirar la actividad matemática que se propone en la Nocturna.

EL CONTRATO DIDÁCTICO INSTITUCIONAL

La noción primigenia, la de contrato didáctico, la debemos a G. Brousseau, quien lo definió inicialmente como: “El conjunto de comportamientos (específicos de los conocimientos enseñados) del maestro que son esperados por el alumno y el conjunto de comportamientos del alumno que son esperados por el maestro” (Brousseau, 1980; citado en Ávila, 2001). Más tarde, Brousseau incorporó como elemento central del contrato las responsabilidades compartidas entre maestro y alumnos. En todas las situaciones didácticas, dice, “se establece una relación que determina –explícitamente en una pequeña parte, pero sobre todo implícitamente– lo que cada participante, el profesor y el alumno, tiene la responsa-

³ Se denomina así a la teorización desarrollada por Yves Chevallard a partir de 1981, la cual propugna por entender las matemáticas como una actividad humana (Gascón; 1998) y tiene como material y piedra de toque la difusión social de todo saber institucionalmente identificable, esto último según el Comité organizador del 2º congreso de la Teoría Antropológica de los Didáctico (TAD), realizado en 2007 en Montpellier.

bilidad de hacer y de lo cual será, de una u otra manera, responsable frente al otro" (Brousseau, 1986; 299).

He utilizado la noción de contrato didáctico para analizar las prácticas de enseñanza de las matemáticas en otro tipo de escuelas. Pero, en virtud de las características tan particulares de la educación básica para jóvenes y adultos (EBPIA) y las escuelas nocturnas, en este estudio me pareció indispensable dirigir la mirada a la vida institucional en su conjunto, y no solo a la relación entre los alumnos y el educador. Opté, entonces, por una noción que permitiese analizar más allá de la relación didáctica en estricto sentido, las reglas escritas y no escritas que regulan la vida en la institución y bajo las cuales se ve afectada la relación que establecen los alumnos y su profesor con el fin de que los primeros aprendan los saberes escolares previstos. Tal noción es la de *contrato didáctico institucional* que, en palabras de Chevallard:

[...] está constituido por un conjunto de cláusulas que distribuyen las responsabilidades recíprocas en el juego que se establece en cada institución docente entre los estudiantes, el conocimiento matemático y el profesor, como director del proceso de estudio (Chevallard; 1992, citado en Bosch, Fonseca y Gascón, 2004; 210. Las cursivas son mías).

A la luz de esta noción, se identifica la orientación institucional de la Nocturna y su funcionamiento, y se advierte cómo el proceso de estudio de las matemáticas se ve afectado por las prácticas y reglas más generales que hacen funcionar a la institución. Esta perspectiva permitió también constatar que los problemas de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas se explican en función de lo que ocurre en la institución en su conjunto, y no en actos de voluntad de los representantes de ella- (cfr. Chevallard, Bosch y Gascón, 1998; Bosch, Espinoza y Gascón, 2003)- como lo son, en el caso estudiado, los maestros de la Nocturna.

LOS PROCESOS DE ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS

En concordancia con el marco antropológico de la didáctica, en este escrito se referirán no los procesos de enseñanza y aprendizaje en el sentido tradicional, sino el proceso de estudio de las matemáticas. La palabra estudio –explican los creadores de la teoría antropológica de los didáctico (TAD)- no refiere exactamente a la idea más intuitiva del término, la que se utiliza cuando se dice por ejemplo, "ponte a estudiar", sino que se usa en un sentido mucho más amplio.

Lo que sostienen estos investigadores es que un proceso de estudio tiene como fin lograr un aprendizaje (Chevallard, 1999; Gascón, 1998), pero ese aprendizaje no resulta solo de la enseñanza, sino del estudio, el cual implica una serie de actividades y tareas que buscan que el estudiante logre los aprendizajes previstos.

De este modo, las actividades y tareas que se realizan para aprender son de diversa índole y pueden hacerse en solitario, de manera independiente o en compañía de otros compañeros; pueden hacerse dentro y fuera de la escuela, todo depende de la concepción de estudio que se sustente en la institución de que se trate (cfr. Chevallard, 1999). Es decir que el estudio, conforme a la TAD, abarca la enseñanza y el aprendizaje, pero no se reduce a ellos. Las implicancias de tal proceso están asociadas a la manera en que una cierta institución haya definido, al menos en acto, su propia noción de estudio (cfr. Chevallard, 1999). Pero cualquiera que sea el caso, la enseñanza es solo una ayuda, un medio, entre otros, para el estudio de las matemáticas en el marco de una institución (cfr. Chevallard, Bosch y Gascón, 1998).

EL SABER MATEMÁTICO O PRAXEOLOGÍA MATEMÁTICA.

En la perspectiva de Chevallard (1999), el saber matemático es el producto, el resultado de estudiar matemáticas, y constituye no un saber a secas, sino una organización o praxeología matemática. Haciendo una esquematización –tal vez excesiva– puede decirse que una praxeología matemática (o saber matemático) está constituida por la conjunción de un “saber-hacer” y un “saber”. El saber hacer –se precisa desde la TAD– está constituido por un cierto tipo de problemas o tareas y las técnicas que se construyen y utilizan para abordar y resolver esas tareas. Las tareas, los tipos de tareas y los géneros de tareas, señala por otra parte Chevallard, no son naturales, espontáneos; son “artefactos” construidos por las instituciones y estas construcciones se convierten luego en objeto de la didáctica (cfr. *Ibid.*).

Las tareas, entendidas como parte de una praxeología, requieren realizarse de una cierta manera; es decir, requieren de una técnica. Las técnicas no necesariamente son algorítmicas, aunque hay una fuerte tendencia a su optimización (*Ibid.*). El tipo y la unicidad o diversidad de las técnicas depende de la racionalidad institucional, cuestión que nos conduce al segundo polo de la praxeología: el del *saber*.

En efecto, el binomio tarea/técnica constituye apenas una parte de la praxeología matemática o saber matemático: su parte práctica. El polo del *saber*, llamado *logos* por Chevallard, está constituido por la parte descriptiva y justificadora de la actividad; es el discurso racional que, por una parte, justifica las técnicas utilizadas y, por otra, las teorías que dan sentido a las tareas y problemas planteados (cf. *Ibíd.*; Bosch, Espinoza y Gascón, 2003).

Siguiendo aún a Chevallard, introduzco dos comentarios más: es frecuente que las teorías se desvanezcan y se olviden, porque lo más común es que se asuman debido a que otra institución –como puede ser un Ministerio o una Secretaría– las reenvía a la institución, las prescribe. De este modo, puede suceder que, al interior de una institución incluso se desconozca –desde sus inicios y hasta su pérdida de vigencia– la teoría que justifica las tareas que se realizan y las técnicas que se enseñan y que constituyen la razón de ser de la institución. El segundo comentario, más vinculado a la tecnología, destaca que cada institución construye su propia racionalidad por lo que, las tareas y las técnicas que parecen racionales en una, pueden no parecerlo en otras.

Por último, hago la siguiente aclaración: para simplificar el lenguaje, cuando hable de saber matemático, lo haré en referencia a toda la complejidad que expresa la noción de praxeología, aun asumiendo como consecuencia que esta forma de hablar favorece la minusvaloración del saber-hacer (cf. Chevallard, 1999).

Una vez presentados los conceptos que utilizaré en el análisis, en lo que sigue expongo cómo se lleva a cabo el proceso de estudio de las matemáticas en la escuela Nocturna, cómo colaboran los educadores en dicho proceso y cómo este se ve afectado por el contrato didáctico institucional.

EL CONTRATO DE ACCIÓN SOCIAL Y SUS CLÁUSULAS

UN SERVICIO ORIENTADO POR EL CURRÍCULO INFANTIL

Como se mencionó en la introducción, las escuelas nocturnas constituyen una modalidad ya vieja de atención a las personas adultas sin escolaridad; tienen sus orígenes en los albores del siglo XX y han conservado los elementos básicos de sus inicios: mismo currículo que en la primaria de niños, mismo tiempo para cursarla (seis años), mismos libros de texto, horario fijo aunque reducido... Adicionalmente, su personal docente tiene estudios de Profesor de Educación

Primaria y, en general, no cuenta con preparación especial para trabajar con adultos (cfr. Avila *et al.*, 2008).

La Nocturna visitada durante esta investigación está ubicada en el viejo edificio de una primaria que funciona como tal durante el día. Aunque parezca una aclaración innecesaria, conviene mencionar que todas las personas que asistían a la Nocturna en el momento de la indagación eran adultas. La gran mayoría eran mujeres dedicadas a labores de limpieza o de conserjería, y provenían de las regiones más pobres del país. Conforme a la modalidad organizativa, las personas asistían regularmente a recibir las clases aunque aquí, a diferencia de lo que ocurre en las escuelas de niños, no existen las sanciones por inasistencia.

LOS ADULTOS SON VISTOS COMO NIÑOS

La vida escolar en la Nocturna se organiza de manera parecida a las primarias para niños. Cada mes, un grupo escolar se encarga de elaborar los trabajos que se exhiben en el periódico mural. Los lunes se hacen honores a la bandera y los estudiantes participan cantando el himno nacional, haciendo el juramento patrio, o leyendo las efemérides; también dirigiendo el evento. Se realizan ceremonias especiales cuando las fechas están marcadas en el calendario escolar. En opinión de las docentes, esto sirve a los participantes “porque aprenden a hablar, a dirigirse a las personas, porque casi siempre, cuando llegan, son muy penosos”⁴ (Entrevista a Mtra. Aurora).

La gran similitud entre estos eventos y los que se realizan en las escuelas de niños parece no incomodar a los estudiantes. A decir de las docentes, aquellos se sienten satisfechos de ser protagonistas de las ceremonias. Una maestra muy querida por los estudiantes comentó al respecto:

María Emilia no viene los lunes, porque su patrona recibe visitas y ella tiene que quedarse para ayudarla. Y ahora que estamos ensayando para el cambio de escolta [porque está próximo el fin de cursos], se acercó y me dijo: “Maestra: ¿me deja que yo ensaye para saber qué se siente?”...Y ahí andaba marchando, y se veía sonriente, emocionada. (Mtra. Alma).

En concordancia con toda la organización, los libros de texto y materiales utilizados para dar las clases son los que la Secretaría de Educación Pública

⁴ Con el término “penoso”, la maestra Aurora, y también las otras docentes, se refieren a que les da temor hablar, a que se cohiben ante la presencia de otras personas.

distribuye entre los niños de primaria. Llama la atención que ni docentes ni estudiantes encuentran inadecuados los libros de matemáticas, a pesar de los contextos y personajes infantiles que contienen (cfr., por ejemplo, Ávila *et al.*, 1993 y 1994; Block *et al.*, 1993); en general, les gustan los problemas y dibujos que ahí se presentan.

LOS ADULTOS SON, ANTE TODO, PERSONAS

Una razón de todas las mujeres para asistir a la Nocturna –según su propia voz y lo que dicen las maestras– es que quieren distraerse, quieren tener amistades, también quieren ser valoradas en sus familias y en su entorno. La intención de cumplir este último objetivo es clara en el discurso de las profesoras:

Siempre les he dicho: "No, no se dejen. Ustedes tienen un valor, aunque no sepan escribir, aunque no sepan leer, aunque no sepan hacer cuentas" (entrevista a maestra Aurora).

Desde esta perspectiva social, en la Nocturna los festejos y convivencias resultan esenciales, por lo que se realizan durante todo el año: en la época navideña, el día de las madres, el día del trabajo o en el fin de cursos. En estos festejos los asistentes dejan de ser niños: se preparan platillos y bebidas, se improvisan mesas y manteles, se comparten alimentos y se establecen conversaciones; también se escucha música grabada, y hasta música en vivo. Las convivencias y paseos tienen la función explícita de ofrecer experiencias gratificantes y contribuir a la auto-valoración de las personas. Así lo contó una profesora:

El año pasado, para el día de la madre, las llevamos al Junán [una cafetería de la zona], tomaron té y pastelillos. Fue muy bonito, porque se sentían bien de que otra persona [el mesero] las atendiera, porque ellas son las que siempre sirven, las que atienden (Mtra. Alma).

Se ve, hasta aquí, que la Nocturna se rige por un contrato institucional orientado a un objetivo principal: tratar a los estudiantes como personas. En los hechos, la escuela constituye un círculo social donde los asistentes encuentran amigos, solaz, convivencia, respeto y, en alguna medida, también aprenden a leer, a escribir y matemáticas. Pero, ¿qué lugar tiene este contenido escolar en función de estos objetivos y en el seno de estas prácticas?

LAS MATEMÁTICAS AL INTERIOR DEL CONTRATO INSTITUCIONAL: INSTRUMENTO PARA INTERACTUAR MEJOR EN EL MUNDO

Puede uno imaginarse que las matemáticas son marginales en un proyecto como el hasta aquí descrito y, como veremos adelante, en gran medida así es. Pero su inclusión en el proyecto educativo obedece a una idea muy clara: su contribución, su ayuda a las personas para que interactúen mejor en su mundo, logrando en las modestas transacciones económicas que realizan relaciones más igualitarias y evitar posibles engaños. Y es que, se reconoce, las personas “batallan mucho”⁵ por el abuso de los que saben más:

Hay mucha gente mala que abusa de su ignorancia, que les pagan una cantidad siendo que es otra la que les deben pagar, que les dicen que les guardan su dinero y luego los corren y a la mera hora se quedan con todo su dinero, es muy duro para ellos (Mtra. Aurora).

Todas estas cuestiones conducen a que las matemáticas sean consideradas instrumento de resolución de problemas, aunque en un ámbito bastante reducido: la precaria economía de las personas. Eventualmente se experimentan algunas ampliaciones temáticas, por ejemplo, mediante actividades de medición con el metro o con la regla; también con trazos de algunas figuras, y aunque esto parece agrandar a las personas (entrevista a Mtra. Paz), su inclusión es muy eventual porque se desvía del objetivo previsto: “Lo que necesitan es saber escribir las cuentas, esto [la construcción de figuras] no es que les haga falta, pero cuando se los pongo, les gusta” [...] “sí les cuesta trabajo, pero les gusta”. (Mtra. Paz).

Es en función de este logos institucional, que las matemáticas forman parte del proyecto social de la Nocturna, aunque luego se observe una ruptura entre el *logos* y la *praxis*.

EL PROCESO DE ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS

EL LOGOS Y LA PRAXIS

Según la concepción con que fueron creadas las escuelas nocturnas (cfr. SEP, 1950; SEP, 1967), en ellas deben cursarse las mismas materias que en la prima-

⁵ Con la expresión “batallar”, la profesora se refiere a padecer las consecuencias de los abusos de otras personas debido a su condición de marginalidad.

ria para niños. No obstante, y debido al reducido horario de atención (dos horas cada día), hace tiempo se decidió trabajar solo con español y matemáticas, “porque es lo más importante, lo que más les sirve”, concuerdan la directora, las tres maestras y el único profesor varón del centro educativo.

Esta valoración anunciaría una vinculación privilegiada con las matemáticas, pero en el proyecto social que orienta a la Nocturna, aquellas no tienen gran importancia como objeto de saber; sí la tienen –conforme al logos institucional– como instrumento de resolución. La importancia de la matemática-saber se ve aún más disminuida, porque los exámenes de acreditación no vienen de fuera, como en otras modalidades de la Educación Básica para Jóvenes y Adultos (EBJA); en este caso, la elaboración y aplicación de exámenes son responsabilidad exclusiva de la escuela. Con base en esta libertad institucional, las matemáticas que se trabajan en el plantel se reducen a lo que el grupo docente juzga pertinente: los números naturales, las operaciones aritméticas con esos números y, en particular, los procedimientos escolares escritos, porque aprender a hacer cuentas es lo útil para la vida.

Si bien la aritmética cotidiana marca el horizonte de trabajo con las matemáticas, esta interpretación institucional de la disciplina se traduce de maneras distintas en la práctica. *Grosso modo*, se identifican dos concreciones de la idea: una, predominante, que implica una discontinuidad entre *logos* y *praxis* y otra discrepante –en el sentido de Erickson (1997)–, en la que se observa una continuidad entre la acción didáctica y el logos que la guía y justifica.⁶

DISCONTINUIDAD ENTRE LOGOS Y PRAXIS

En el conjunto de la Nocturna se han creado discursos (*saberes*) coherentes y válidos acerca del saber matemático que se desarrolla en la vida y su relación con el que puede ofrecerse en el ámbito escolar. Uno que destaca es el de la profesora que atiende el primer ciclo de la primaria:

[...] En realidad tenemos que darles los conocimientos, ellos ya los tienen por su vida que han tenido, por toda su trayectoria, pero realmente ellos no manejan lo escrito... se desenvuelven... hay que enseñarles lo escrito, para que no se les olvide, para que registren... (Mtra. Aurora).

⁶ El calificativo discrepante refiere a la disonancia de un hecho o una acción con el resto de los datos recogidos, a la discrepancia con el conjunto de los casos estudiados y, en esta investigación, a la discrepancia con la acción docente del resto de los profesores. Una argumentación más profunda de la idea puede verse en Erickson, 1997.

La profesora de sexto grado también explicita este punto de vista, y lo hace de la siguiente manera:

[Los niños y los adultos] son diferentes; una diferencia principal es que los adultos, a pesar de tener ya una experiencia como adultos con algunos temas, tienen que empezar como niños en algunos [por ejemplo en geometría], y en otros temas [como en las operaciones aritméticas] no, porque lo único que les falta es pasarlo al cuaderno, porque lo saben hacer... yo creo que esa es la diferencia principal entre unos y otros.

Aunque he tenido alumnos muy jóvenes, aquí todos tienen interés, todos quieren saber, todos quieren aprender, quieren pasar al cuaderno lo que ya saben... (Mtra. Paz).

Sin embargo, la coherencia en el saber (en el *logos*) no se refleja en el hacer: las tareas planteadas y las técnicas para realizarlas. Desde la ayuda al estudio mediante la enseñanza parece desconocerse cómo establecer el vínculo reconocido como necesario entre la matemática de la escuela y la de la vida. En efecto, lo que vimos privilegiar durante las clases de quienes expresan este discurso fue la repetición de números y procedimientos de cálculo, escindidos de las situaciones que les darían significado, aun reconociéndose la importancia de la matemática como instrumento de resolución, cuestión que se nota en el siguiente diálogo:

- INVESTIGADORA:** [...] ¿y en matemáticas, qué cree que es lo principal que ellos deben aprender al terminar la primaria?
- MAESTRA:** Cómo resolver los problemas de la vida diaria
[...]
- INVESTIGADORA:** ¿Y qué hace usted para lograrlo?
- MAESTRA.:** Pues hay que practicar. Antes les daba la clase a todos [juntos], pero ahora sé que tiene que ser individual, porque a cada uno se le dificulta algo distinto: la resta, la multiplicación, la división... sí, porque los grupos no son homogéneos (Mtra. Paz).

Con base en esta idea, la profesora repasa con cada uno de los estudiantes el tipo de procedimiento de cálculo que considera necesario. Para ello, se vale de fotocopias de libros de ejercicios que contienen series de cálculos repetitivos y que ella lleva a la Nocturna, porque “en los libros que ahí les dan viene de todo” (nota de campo, julio de 2008). Es decir, que los libros no contienen la organización y dosificación en los ejercicios y actividades que a ella le parecen pertinentes.

¿Acaso la desarticulación entre procedimientos de cálculo y resolución de problemas se deba a que, se piensa, las personas integrarán por su cuenta las escrituras escolares con sus cálculos cotidianos? Es muy probable que así sea, porque una idea muy reiterada es que la parte creativa de la actividad matemática (como lo es establecer vínculos entre distintos registros de representación o construir soluciones a problemas para los que no se tiene una estrategia de resolución conocida) corresponde a los alumnos realizarla:

Yo lo entiendo así, es un concepto mío, no es algo que esté en los libros. Pero a veces pienso que nosotros, en primaria, damos herramientas como una *prima* que puede adquirir cualquiera: aquí está el serrote, aquí está el martillo, aquí está la llave *Stylson* y ahí las tengo, ¡qué bueno ¿no?!, pero [les digo:] “Ahora hazme un mueble, tienes herramientas muy buenas”, [y me contestan] “Sí pero no las sé usar” [...] ¡No, pero ya tengo las herramientas! [en tono de desaliento], entonces yo pienso que por ahí va la cosa, tal vez estoy equivocado, aun así, lo que estoy diciendo es que [las personas] tienen que reflexionar (Mtro. Luis).⁷

Encontramos, a partir de estos discursos, una discontinuidad didáctica entre *logos* y *praxis* (entre el saber y el saber hacer de los docentes), que se traduce luego en otra discontinuidad: la existente entre la simbolización y lo procedimental por un lado, y las situaciones donde el conocimiento matemático funciona, por otro.

En síntesis, la interpretación institucional expresada en el discurso de los docentes refiere a una matemática utilitaria o, dicho más exactamente, a una matemática para el cálculo con dinero y las cuentas cotidianas, y en esa interpretación se privilegia la aritmética más elemental, la vinculada a la precaria economía de las personas. Esto se justifica con un mismo saber, un mismo *logos*: hay que enseñar las matemáticas para la vida. Y se concreta (dejando a un lado el caso discrepante que veremos adelante) en una misma técnica: hacer cálculos a-contextuales, mediante procedimientos escolares canónicos, a la espera de que los alumnos hagan el resto.

Otro reflejo de tal interpretación institucional de las matemáticas es la reiteración en el discurso de la preocupación por los algoritmos de cálculo: “He estado a duro y duro con la resta pidiendo prestado” (entrevista a la Mtra. Paz). Y es que dos son los algoritmos que –según el decir de las profesoras– resultan más

⁷Conviene señalar que de los cuatro profesores de grupo de la Nocturna, el profesor fue el único que no permitió entrar a su salón de clases y observar las actividades que ahí se realizaban en el momento de mi presencia.

difíciles a los estudiantes: el de la resta “pidiendo prestado” y el de la división. Aunque, en realidad, predomina el trabajo sobre la primera pues, comentan los estudiantes de los últimos grados, “en la división casi no nos atoramos, porque esa casi no la vemos” (Ignacio. Sexto grado de primaria). En este mismo sentido, se observaron otras acciones: “Ahorita estamos con las tablas”, menciona la Mtra. Aurora, refiriéndose a algunas tablas de multiplicar anotadas en el pizarrón y que sus alumnos de segundo grado están reproduciendo en el cuaderno. (Nota de campo, mayo de 2008).

Se ve en todo lo anterior una práctica incompleta, centrada en los procedimientos de cálculo, que genera saberes matemáticos igualmente incompletos.

CONTINUIDAD ENTRE LOGOS Y PRAXIS

A pesar del *logos*, que parece estar constituido sobre conocimientos e ideas claras en torno de los estudiantes –sus saberes matemáticos previos, sus necesidades de aprendizaje, la importancia de aplicar los conocimientos en la resolución de problemas cotidianos–, poco vi u oí trabajar con problemas matemáticos en la Nocturna; el que evoca la siguiente viñeta es casi el único caso:

Ahorita teníamos formas de propaganda; entonces, les pongo a que cada quien elija. La que está haciendo sumas, le digo, “a ver, escoge tres productos y me dices cuánto cuestan”. La que ya va en la resta, “a ver, esos productos que escogiste y vas a pagar con un billete... ¿Qué billete darías?” [Pongo estas actividades] para ver si tienen el alcance o no. Entonces ya me dicen, “bueno, a ver, ¿cuánto te darían de cambio?”; con las que ya están con la división, [les digo] “a ver, si traen tantos rollos los paquetes, sácame cuánto cuesta cada rollo” [...] (conversación incidental con la Mtra. Alma).

Esta profesora, protagonista del caso discrepante, trata de desarrollar la enseñanza ofreciendo una matemática utilitaria y cercana a las personas por un camino distinto al del resto de sus colegas:

[Trabajamos] con los folletos que les dan de propaganda, por ejemplo, en los supermercados, sí, porque luego ellos traen, o yo traigo, porque paso generalmente a la farmacia, porque es lo que nos queda cerca... (Mtra. Alma).

Durante su acompañamiento al proceso de estudio de sus alumnos, la maestra actúa en coherencia con el *logos* institucional. Así lo veo en su pro-

puesta de trabajar mediante folletos que contienen situaciones cercanas a sus estudiantes, también en el siguiente diálogo:

MAESTRA: [...] Con ella [Mary Chuy] estoy con calculadora y, si no le pongo atención, cuando veo, ya me está contando [con los dedos] y me pone en la calculadora nada más el resultado y le digo... “¿qué fue lo que hizo?”, [y me dice] “pero sí es, ¿o no es?”, le digo “sí es, pero yo quiero saber qué fue lo que hizo”, “pero sí es, ¿no?” [Me insiste], y sí, sí son los resultados.

INVESTIGADORA: Pero, ¿lo hace cómo?... ¿mentalmente?

MAESTRA: Mentalmente, entonces, ya le empiezo a explicar, le pongo cómo deben ser los números y le estoy repitiendo las cosas [...] (Entrevista Mtra. Alma).

En estas viñetas se ve la intención de vincular el saber y el interés de las personas con la matemática escolar a través de ciertas situaciones que se consideran significativas para ellas. La congruencia entre esta ayuda al estudio de las matemáticas y el *logos* institucional reside en varias cuestiones: a) el reconocimiento de que las mujeres tienen experiencia con el cálculo; b) que hay ciertas situaciones que son de su interés; c) que la resolución debe convertirse en objetivo del estudio de las matemáticas; d) que se intenta incorporar la escritura convencional a los cálculos que ya realizan las personas para potenciar sus habilidades en tal sentido. Tal vinculación está ausente en la *praxis* del resto de los docentes.

En efecto, la que la profesora Alma realiza es una enseñanza distinta de la dominante en la institución, constituyendo el único intento visible de promover la resolución de problemas a partir de situaciones a las que subyacen los conocimientos que se quiere ayudar a construir. Lo anterior no quita que otros rasgos del *logos* institucional estén presentes en la acción de la profesora: como el interés de hacer progresar el aprendizaje teniendo como eje cada una de las operaciones aritméticas, o la importancia concedida a los procedimientos escolares de cálculo aunque, veremos adelante, tales criterios parecen empezar a complementarse con otros.

LINEALIDAD Y AUSENCIAS EN EL PROCESO DE ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS. LAS OPERACIONES ARITMÉTICAS

Según lo hasta aquí anotado, los estudiantes de la Nocturna pueden permanecer hasta los seis años que dura la educación primaria, para aprender únicamente los números naturales y los procedimientos escolares de cálculo, supuestamente

como instrumentos para resolver más eficientemente problemas cotidianos. Es una interpretación institucional incompleta (Bosch, Fonseca y Gascón, 2004) de lo que son las matemáticas. Más incompleta es la *praxis* que acompaña dicho saber, pues en el hacer se refleja otra idea: las personas son responsables de vincular adecuada y productivamente las simbolizaciones que aprenden con las situaciones donde pueden ser utilizadas. En otras palabras, si conforme al *logos*, el objetivo del estudio es la resolución de problemas, hay una desvinculación entre las técnicas y las tareas: los profesores dan las técnicas, pero estas no se asocian a las tareas en las que son útiles como herramientas.

Se trata, sin embargo, de una situación con más complejidad que la que acabo de mencionar. Por una parte, el proceso de estudio de las matemáticas se apoya sustancialmente en la enseñanza; las docentes imponen horarios, contenidos, rutinas escolares, formas de aprender y de pensar las matemáticas. No se dejan tareas para hacer en casa, “porque ellos no tienen tiempo de hacerla, cuando les dejábamos, luego faltaban porque les daba pena venir sin hacerla”, coinciden la Mtra. Paz y a la directora de la escuela. Por otra parte, los saberes matemáticos que proponen a los estudiantes son muy escasos e incompletos (*ibíd.*). Un somero análisis del tema “operaciones aritméticas”, corazón de la actividad matemática en la Nocturna, así lo muestra.

En efecto, según la TAD, una praxeología (un saber) matemática completa debiera contener varios elementos: diversidad de tareas por resolver, las técnicas (formas de hacer) para resolver las tareas; un discurso razonado sobre dicha práctica, constituido por dos niveles: el de la argumentación de la técnica (tecnología) y el de las teorías que dan sentido a las tareas (aunque es conocida la suerte que corren las teorías en las instituciones). De manera sintética, un saber matemático debe constituir una organización completa que resulta de la asociación de “un saber hacer” y un “saber” (cfr. Gascón 1998; Bosch, Espinoza y Gascón, 2003).

En el caso de las operaciones aritméticas, tal como se enseñan en la Nocturna:

- a) Solo se trabaja a la vez una operación o, mejor dicho, un procedimiento de cálculo (una única tarea): primero la suma, después la resta... al final la división.
- b) Se utiliza un único procedimiento para resolver los cálculos: el escrito convencional; es decir, una única técnica.
- c) Dicha técnica no se vincula a los problemas que podrían ser solucionados

con ella; al menos no con una frecuencia que lo haga visible al observador. Los procedimientos de cálculo son concebidos como instrumentos para resolver problemas pero –con solo el caso discrepante comentado–, generalmente, no se usan para resolver alguno. Cuando, muy eventualmente, esto se hace, se trata de aplicar el procedimiento dado de antemano a problemas que, por lo mismo, se vuelven rutinarios y dejan de ser problemas.

Se trata de una centración en los procedimientos que lleva a que la técnica se confunda con la tarea o, aún más allá, a que la técnica sea la tarea.

Las *técnicas-tareas* se vuelven más complejas a medida que se avanza en el proceso de estudio; aunque las únicas variables que regulan el aumento en la complejidad son el tamaño de los números o la implicación de *agrupaciones* y *des-agrupaciones* que algunos cálculos hacen necesarias.

Otras variables didácticas que dieran diversidad y complejidad a las tareas de resolver problemas no son pilares de la progresión didáctica.⁸

Respecto del logos, sobre las operaciones aritméticas se observa que:

No se elabora algún discurso o justificación para hacer de esa manera los cálculos (no hay justificación de la técnica-tarea). Parece darse un fenómeno caracterizado por Chevallard: “El hecho de que en una institución exista una técnica canónica, y esta sea la única empleada, confiere a la técnica una virtud ‘autotecnológica’; es decir, que utilizar esa técnica no exige ninguna justificación porque ‘es la manera correcta de actuar’” (cfr. Chevallard, 1999).

De este modo, el saber matemático permanece en el ámbito de la técnica, desarticulado de la tarea de resolver problemas; en realidad, lo que se aprende es una técnica con poca utilidad, cuyo sentido didáctico se desvanece. La progresión didáctica organizada con base en la dificultad creciente de la técnica no implica, entonces, capacidad creciente de resolver problemas de complejidad también creciente, ni la conformación de redes de saberes cuya articulación hace cada vez más complejas la tareas (cfr. Bosch, Fonseca y Gascón, 2004).

En la *praxis* observada, la capacidad de resolver los problemas se transfiere como responsabilidad a los alumnos –lo mismo ocurre con la capacidad de usar

⁸ Esta afirmación amerita poner de relieve nuevamente la praxis discrepante: después de algún tiempo de visitar la Nocturna, la Mtra. Alma me mostró una hoja con algunos problemas que había seleccionado de los libros de matemáticas oficiales de los grados que atiende (3° y 4°). Los había seleccionado, intuitivamente, considerando distintos grados de dificultad (de hecho, los problemas tenían una estructura relacional diferente) y los había aplicado a sus estudiantes. Como estas obtuvieron distintas tasas de éxito en ellos, su interés era obtener explicaciones fundamentadas de por qué esto ocurría, así como sugerencias sobre cómo actuar para que el éxito fuera importante en todos los problemas.

en situaciones problemáticas los símbolos y procedimientos que se aprenden de manera a-contextual-. La analogía del carpintero expresa con elocuencia cómo se interpretan las matemáticas, su construcción y las responsabilidades que a cada quien tocan en el proceso de dicha construcción.

Bajo tal interpretación institucional, los docentes son solo responsables de proveer las simbolizaciones propias de la matemática escrita y los estudiantes deberían estar dotados de un buen razonamiento espontáneo que les permita establecer vínculos entre los símbolos, escrituras y procedimientos que aprenden en la escuela y las situaciones problemáticas que enfrentan cotidianamente, si no, ¿cómo lograrían resolver los problemas que son supuesto objetivo de los procesos de estudio descritos?

En suma, el saber institucional, el *logos*, si bien está dotado de un cierto conocimiento sobre la existencia del cálculo oral, carece de conocimiento sobre una característica esencial de los procesos de cálculo correspondientes y que Gelsa Knijnik –observando a campesinos brasileños– ha descrito con claridad: la inmanencia de las matemáticas con respecto a la situación y los propósitos que la generan:

[Todo] parece indicar que no hay una precedencia de la situación problema formulada desde “adentro” de su cultura en relación con la matemática oral que allí puede ser identificada, esto es, no hay un “antes” constituido por la situación-problema y un “después”, en el cual se convoque a participar a las operaciones aritméticas. La inmanencia hace de la relación situación-problema/operaciones matemáticas un instrumento cultural que no puede ser “partido”, disociado (Knijnik, 2006: 157).

Me parecen, llevados a otro contexto, planteamientos equiparables a los de G. Brousseau (1986), de quien aprendimos que el conocimiento matemático surge de la acción sobre las situaciones que permite resolver, y que la institucionalización de los conocimientos es corolario de la actividad matemática sobre la situación. Si se acepta la validez de estas afirmaciones, entonces, la *praxis* en la Nocturna implica una escisión entre lo que se trasmite en la institución (las técnicas de cálculo escritas) y el saber hacer de la experiencia que resultará muy difícil o imposible de salvar.

Esto es, proporcionar simbologías y técnicas de cálculo no vinculadas a las situaciones que se enfrentan cotidianamente traza un camino paralelo –no convergente– al del cálculo oral que las personas utilizan en su vida y que constituye el motivo institucional. ¿Se vacía, entonces, el proceso de estudio?

Creo que, al menos, se banaliza. Pero hay otros factores que contribuyen a la banalización del estudio. Los abordo enseguida.

RESULTADOS DEL PROCESO DE ESTUDIO

La ayuda al proceso de estudio de las matemáticas que se ofrece en la Nocturna, no obstante la debilidad de sus supuestos, parece no desagradar a los alumnos. Así puede entenderse la manifestación de lo que, a ojos de los asistentes, es una virtud de las nocturnas: la presencia puntual y cotidiana de sus profesoras, sus explicaciones detalladas que muchos estudiantes aprecian. Un alumno destacado dice a este respecto:

Me vine aquí, a la Nocturna, porque, más que nada, a mí me interesa aprender y obviamente los del INEA no... sí le enseñan a uno, pero siento que no es como aquí, que explican detalladamente. [En el INEA] te dicen: "¿Saben qué, les vamos a dar unos libros y ahí los van resolviendo y ya cuando ustedes se sientan capaces de hacer el examen, ya vienen y nos dicen", y en esos dos días que íbamos pues, obviamente, no veíamos mucho y eso es lo que a mí no me gustó. (Ignacio, estudiante de 6° grado).

Sin embargo, estas explicaciones detalladas que aprecian los estudiantes producen pocos aprendizajes matemáticos. Las personas de la Nocturna entrevistadas durante la investigación más amplia que incluyó también a este centro educativo (Ávila *et al.*, 2008), en general, no mostraron habilidades importantes para resolver los problemas de proporcionalidad, cálculo de áreas y cálculos aritméticos que se les plantearon individualmente. Esas habilidades, cuando las hay, parecen asociarse más a la experiencia cotidiana, a la actividad de intercambio comercial y laboral que realizan las personas, y menos a la escucha de las "explicaciones detalladas" que tanto valoran.⁹ Eudave, apoyado en un análisis cuantitativo de los datos recabados durante la investigación, anotó sobre este punto: "las diferencias entre centros educativos no son estadísticamente significativas, los resultados parecen deberse más a la composición de sus usuarios (antecedentes, ocupación, aspiraciones, etc.) que a la naturaleza y calidad del servicio ofrecido" (2008).

⁹ Al respecto, pueden verse (Estrada y Ávila, 2009; Eudave, 2009 y Ávila, 2009), trabajos donde se expone, con detalle, lo que aquí se afirma brevemente sobre los saberes de las personas y las fuentes de dichos saberes.

Otro dato es elocuente sobre los aprendizajes alcanzados: ya al final de mis visitas a la Nocturna, se aplicaron, a manera de experimento institucional, las pruebas estandarizadas nacionales que se aplican a los niños de las escuelas primarias “regulares” para conocer sus logros en matemáticas. Estas pruebas son conocidas como ENLACE (Evaluación nacional de logro académico en centros educativos). A decir de las profesoras, en la Nocturna “les fue muy mal” a los estudiantes.

LA ESCASEZ DE ESTUDIANTES Y SU IMPRONTA EN EL CONTRATO DIDÁCTICO INSTITUCIONAL

En la Nocturna, el foco de atención se ha desplazado hacia los usuarios en tanto que personas. A pesar de una interpretación institucional que le otorga un lugar relevante, la actividad matemática prevista y realizada es muy incompleta, y la preocupación por lograr un aprendizaje matemático en términos de saber y –en los hechos– también de saber hacer, es muy limitado. La preocupación de los docentes está en otra parte: en la escasez de estudiantes, que aumenta lenta pero sostenidamente en todo el sistema de nocturnas.¹⁰

Esta situación genera tensiones, también acciones de promoción con el fin de atraer a los escasos interesados en aprovechar este servicio. Pero los resultados son magros, la escasez de estudiantes continúa y produce efectos importantes en los procesos didácticos que tienen lugar en la Nocturna. En efecto, como el número de interesados en seguir el trayecto que ahí se ofrece es tan reducido, el personal docente ve afectada su acción por la preocupación permanente de que la escuela se cierre: “De por sí que son pocos, si los reprobamos, ya no vienen, porque son muy sensibles en su autoestima, nos quedaríamos con muy pocos y nos cierran la escuela” (Mtra. Luz, directora de la Nocturna).

Esta situación se ha traducido en un contrato didáctico-institucional caracterizado por la irrelevancia del aprendizaje escolar, incluido el matemático. Se trata de un contrato escasamente didáctico (cfr. Brousseau, 1995, citado en Ávila, 2006), que no obliga al profesor a que sus alumnos aprendan.

¹⁰ Las estadísticas son informativas al respecto. De 112 escuelas existentes en la década de 1960 (SEP, 1960), este tipo de planteles disminuyó a 85 en 2008. Actualmente el total de alumnos en todo el Distrito Federal asciende a 2500 (SEP-D.F., 2008).

DISCUSIÓN

En México, las primarias nocturnas constituyen el modelo escolarizado más antiguo de atención a lo adultos que no cursaron la educación primaria en la infancia. Permanecen en la ciudad de México, sin grandes cambios en las ideas que les dieron origen: ofrecer a las personas los mismos aprendizajes que a los niños. Pero en los hechos –conforme al caso estudiado–, el contrato que anuda la relación de los estudiantes con la institución y sus maestros es por completo distinto del que derivaría de los objetivos curriculares oficiales, cuyo núcleo es el sujeto didáctico y está orientado al aprendizaje de contenidos disciplinarios.

Este modelo educativo funciona cotidianamente mediante un contrato didáctico-institucional que define la orientación real del servicio, y que determina, en gran medida, los procesos de estudio de las matemáticas. He denominado de orientación social, a este contrato.

Conforme al contrato de orientación social, no importa demasiado que las personas aprendan matemáticas; importa más “que se sientan bien”, que mejoren su relación con el entorno social y familiar. La autoestima como meta y la convivencia como acción son elementos fundamentales del contrato. El sujeto del contrato es un sujeto social, más que didáctico. Se vincula con las matemáticas porque el objetivo institucional es ayudar a las personas para que actúen eficientemente y en condición igualitaria en su actividad matemática cotidiana. Esta intención encaja bien en el proyecto social de la Nocturna.

Según el *logos* institucional, lo que se busca es ayudar a las personas a enfrentar mejor la matemática cotidiana, aunque entre el *logos* y la *praxis* hay una distancia importante. Efectivamente, salvo un caso discrepante que conviene no olvidar, prevalece una enseñanza que trasmite solo técnicas de cálculo, que solicita hacer planas y memorizar procedimientos como ayuda al proceso de estudiar. De este modo, los saberes matemáticos se reducen al aprendizaje de símbolos y procedimientos únicos que no se requiere justificar. Dicho de otro modo: la técnica se convierte en la tarea.

Hay un factor adicional que socava la calidad de los procesos didácticos: la escasez de interesados en el servicio educativo y el fantasma de que la Nocturna se cierre. El resultado es que los procesos didácticos se trivializan, se deterioran, incluso se diluyen, porque el alumno queda liberado de toda responsabilidad y, con ello, también el profesor. El aprendizaje matemático, producto de esta *praxis*, es escaso, y la capacidad de resolver problemas parece provenir

de la experiencia de vida y laboral, no de las enseñanzas y experiencias vividas en el servicio educativo.

Se necesitan cambios importantes para que, quienes asisten a la Nocturna, reciban un apoyo institucional adecuado en su proceso de estudio de la matemática escolar. La indagación que dio pie a este escrito generó evidencias de que se aprende muy poco en el seno de esta institución en términos de matemáticas-saber, pero también en términos de matemática-instrumento.

Esta situación tiene una explicación, al menos parcial, en la discontinuidad didáctica entre el *logos* y la *praxis* de la institución. En efecto, aunque el grupo docente en la Nocturna considera que las personas manejan una aritmética oral, y que deben apuntalarla con las simbolizaciones propias de la escuela, en el proceso de estudio promovido no se articula el saber institucional con el saber hacer propio de la experiencia, de tal suerte que la simbolización y la habilidad matemática oral constituyen compartimentos estancos. Si las dotes de los estudiantes lo permiten, en algún momento se producirá la articulación. Pero pensar, como se hace en la institución, que esto es automático, es una ilusión.

Para orientar la actividad hacia una matemática significativa y funcional, es decir, hacia organizaciones matemáticas completas, deben modificarse las cláusulas del contrato didáctico-institucional. Los cambios son indispensables también en la parte práctica, porque aun en el seno del proyecto social puesto en marcha y el papel que ahí juegan las matemáticas, los procesos de estudio tendientes a construir una matemática-instrumento deben revisarse tanto en términos de la completitud y complejidad creciente de las organizaciones matemáticas que ahí se reconstruyen, como en términos del saber y el saber hacer de los maestros, en otras palabras, de la *praxis* y el *logos* matemático y de la *praxis* y el *logos* de la enseñanza.

Lograrlo no es cosa fácil. Como han señalado otros investigadores desde la TAD, y como aquí se ha puesto en evidencia, los problemas de aprendizaje de las matemáticas no pueden atribuirse solo a los educadores, a las personas como individuos. La mirada ha de ponerse en las instituciones y en el sistema educativo, en las condiciones que ofrece a sus actores, porque es principalmente ahí donde se determina la naturaleza de los procesos de estudio. Es decir, que no se puede pensar en incidir en las prácticas de enseñanza sin alterar las condiciones que producen dichas prácticas. Concluyo, entonces, parafraseando a Chevallard, para señalar que la centración exclusiva en los profesores y sus responsabilidades, desvía la mirada del papel cardinal que tiene el sistema educativo en el estado de cosas existente. Esto, en lo que corresponde al subsis-

tema de educación básica para jóvenes y adultos, y en particular, a las escuelas nocturnas, debe someterse a examen, pero con urgencia.

DATOS DE LA AUTORA:

Alicia Avila

Universidad Pedagógica Nacional
México
aliavi@prodigy.net.mx

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ávila, Alicia (2009). "¿Del cálculo oral al cálculo escrito? Constataciones a partir de una situación de proporcionalidad". En Kalman, Judith y Brian Street (Coords). *Lectura, escritura y matemáticas como prácticas sociales*. México. Siglo XXI, pp. 223-241.
- Ávila, Alicia (2007). "Del cálculo oral al cálculo escrito. Una batalla para acceder a una nueva significación". En *Recherches en didactique des mathématiques. La Pensée Sauvage*. Vol. 27. Núm. 3, pp. 313-348.
- Ávila, Alicia (2003). "Cálculo escrito y pérdida de significación". En *Decisión. Saberes para la acción en la educación de adultos*. Primavera 2003, pp. 22-26.
- Ávila, Alicia (2001). "El maestro y el contrato en la teoría brousseauiana". En *Educación Matemática*, Vol. 13. Núm. 3, pp. 5-21.
- Ávila, Alicia (Coord.), Daniel Eudave, José Luis Estrada y Efraín Alcalá (2008). *Matemáticas y educación de jóvenes y adultos. Estudio a través de la voz y el saber de los usuarios*. México. Universidad Pedagógica Nacional/Universidad Autónoma de Aguascalientes/Instituto de Educación de Aguascalientes. Reporte de investigación no publicado.
- Ávila, Alicia, Hugo Balbuena y Pedro Bollás (1994). *Matemáticas. Cuarto grado*. México. SEP.
- Bazant, Milada (1994) "La capacitación del adulto al servicio de la paz y el progreso: 1876-1810". En *Historia de la alfabetización y la Educación de Adultos en México*. Tomo 2. México. Seminario de Historia de la Educación. El Colegio de México/INEA, pp. 243-276, .

- Block, David, y otros. (1993). *Matemáticas. Primer grado*. México. SEP.
- Bosch, Mariana, Lorena Espinoza y Josep Gascón (2003). "El profesor como director de procesos de estudio". En *Recherches en didactique es mathématiques*. Vol. 23-1, pp. 79-130.
- Bosch, Mariana, Cecilio Fonseca y Josep Gascón (2004). "Incompletitud de las organizaciones matemáticas locales en las instituciones escolares". En *Recherches en didactique es mathématiques*. Vol. 24, 2-3, pp. 205-250.
- Bronner, Alain, M. Larguier, M. Artaud, M. Bosch, Y. Chevallard, G. Cirade y C. Ladage (2010). *Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action*. Institut Universitaire de Formation des Maitres de l'académie de Montpellier.
- Brousseau, Guy (1986). "Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques." Tesis de Doctorado de Estado. Francia. Universidad de Burdeos I.
- Chevallard, Yves (1991). *La transposition didactique*. Grénoble. La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Yves (1999). "L'analyse des pratiques enseignant en théorie anthropologie du didactique". En *Recherches en Didactique des mathématiques*. Vol. 19, Núm. 2, pp. 221-265.
- Chevallard, Yves, Mariana Bosch y Josep Gascón (1998). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Col. Biblioteca del Normalista. México. SEP/Cooperación española.
- Erickson, Frederick (1997). "Métodos cualitativos de investigación sobre la enseñanza". En Merlin C. Wittrock (Comp). *La investigación de la enseñanza, II. Métodos cualitativos y de observación*. Paidós Educador. España, 195-303.
- Estrada, José Luis y Alicia Ávila (2009). "Los usuarios de la Educación Básica para Jóvenes y Adultos y la resolución de un problema de área". En *Educación Matemática*. Vol. 21. Núm. 3, pp. 33-66.
- Eudave, Daniel (2008). "Análisis cuantitativo". En Ávila, Alicia (Coord.) (2008). *Matemáticas y educación de jóvenes y adultos. Estudio a través de la voz y el saber de los usuarios*. México. Universidad Pedagógica Nacional/Universidad Autónoma de Aguascalientes/Instituto de Educación de Aguascalientes. Reporte de investigación no publicado, pp. 171-182.

- Gascón, Josep (1998). "Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica". En *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Vol. 18. Núm. 1, pp. 7-34.
- Knijnij, Gelsa (2006). "La oralidad y la escritura en la educación matemática: reflexiones sobre el tema". En *Educación Matemática*. Vol. 18. Núm. 2, pp. 149-165.
- Seminario de Historia de la Educación de El Colegio de México. *Historia de la alfabetización y la Educación de Adultos en México*. Tomos 1, 2 y 3. México. INEA.
- SEP. (1993). *Plan y Programas de Estudio para la Educación Básica*. Primaria. México.
- SEP. D. F./Coordinación sectorial (2008). Documento expedido a solicitud. México.
- SEP. (1960) *Directorio de Escuelas Primarias en el Distrito Federal*.