

Experimentos de enseñanza e investigación. Una dualidad en la práctica del formador de profesores de matemáticas

Salvador Llinares

Resumen: Este artículo se centra en el papel que pueden desempeñar los experimentos de enseñanza y la investigación sobre el aprendizaje del profesor de matemáticas en la práctica de formar profesores. En primer lugar, se describen los fundamentos que justifican la integración de determinadas tareas profesionales en los entornos de aprendizaje que configuran los experimentos de enseñanza. En segundo lugar, se constata cómo las investigaciones han permitido identificar algunas características sobre qué y cómo aprenden los estudiantes para profesor en estos entornos de aprendizaje. Finalmente, las actividades descritas muestran la dependencia mutua entre los diferentes roles del formador de profesores de matemáticas como docente, diseñador e investigador.

Palabras clave: aprendizaje del profesor, experimentos de enseñanza, construcción del conocimiento, interacción.

Abstract: This article focuses on the role of teaching experiment in the mathematics teacher education practice and the research on teacher's learning. First, the theoretical ideas supporting the integration of the professional tasks' resolution and the specific activity system in the design of learning environments in mathematics teacher education programs are presented. Secondly, findings of the research allow identifying some features on what and how pre-service mathematics teacher learn in these learning environments. Finally, we try to show the dependence between different roles of mathematics teacher educator (practitioner, designer and researcher).

Keywords: teacher learning, teaching experiment, building of knowledge, interaction.

INVESTIGACIÓN Y PRÁCTICA EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES

Desde hace tiempo se reconoce que el conocimiento del profesor influye en la enseñanza de las matemáticas. Considerar la complejidad del conocimiento del profesor, cómo se manifiesta en la práctica y cómo se desarrolla, ha hecho que en las últimas décadas se generaran agendas de investigación que proporcionan información sobre su naturaleza (Ponte y Chapman, 2006). La singularidad del conocimiento del profesor se manifiesta cuando se intenta explicitar las diferencias en la manera de conocer el contenido matemático por un profesor y por alguien que no es profesor. Ball, Thames y Phelps

Fecha de recepción: 16 de agosto de 2013; fecha de aceptación: 4 de noviembre de 2013.

(2008) hicieron esta distinción al diferenciar el conocimiento matemático especializado del conocimiento matemático común. Para estos autores, el conocimiento matemático especializado es el que permite desenvolverse en los contextos de enseñanza y resolver las tareas específicas de enseñar matemáticas; mientras que el conocimiento matemático común es el que permite a un ciudadano competente resolver un problema de matemáticas. Esta distinción, aunque difícil de establecer en algunos momentos, pone el énfasis en la enseñanza de las matemáticas como una práctica para caracterizar el conocimiento necesario para realizarla de manera competente. Es decir, en la caracterización del conocimiento especializado se subrayan la relación del conocimiento con los contextos y las tareas en las que es pertinente usarlo. Así, de esta manera, Ball y sus colegas se refieren al conocimiento matemático especializado como un conocimiento de matemáticas que es único en la realización de las tareas que articulan la enseñanza de las matemáticas. Por ejemplo, formas de presentar las ideas matemáticas a diferentes tipos de alumnos, identificar la potencialidad de las ideas matemáticas en una tarea, reconocer y dotar de sentido a métodos alternativos de resolución de los problemas, ser capaz de anticipar diferentes maneras de pensar sobre las matemáticas reconociendo errores comunes y planteamientos alternativos.

Esta manera de caracterizar el conocimiento de matemáticas para la enseñanza pone de relieve la importancia de los contextos de uso del conocimiento y las tareas profesionales que lo definen y, en particular, la manera en la que el conocimiento permite al profesor realizar con competencia una determinada práctica. Vincular los dominios de conocimiento del profesor (Ball, Thames y Phelps, 2008) a los contextos de uso (las tareas profesionales) en las reflexiones sobre la naturaleza del conocimiento matemático necesario para la enseñanza ha favorecido la emergencia de cuestiones sobre el aprendizaje del profesor y sobre las características de las tareas y los ambientes de aprendizaje en los programas de formación (Tirosch y Wood, 2008; Penalva, Escudero y Barba, 2006; Sánchez y García, 2008, 2009). El contexto en el que se han realizado estas reflexiones durante los últimos años ha permitido evidenciar el papel relevante que desempeña la reflexión del formador de profesores cuando intenta responder a cuestiones tales como: ¿cuál es el conocimiento del profesor?/¿qué es lo que debe aprender alguien que quiera ser profesor de matemáticas?, ¿cómo se aprende este conocimiento? y ¿qué contextos y qué tipo de tareas favorecen su aprendizaje? La manera en la que el formador de profesores da respuesta a estas cuestiones en su propia práctica ha puesto de manifiesto, de manera explícita, los vínculos entre la investigación y la práctica (García, Sánchez y Escudero, 2006).

La reflexión de los formadores de profesores sobre la relación entre la práctica y la investigación es un mecanismo que les permite realizar una inmersión consciente en el mundo de su experiencia, con sus valores, interacciones e intereses políticos y sociales que permite justificar y orientar la acción (García et ál., 2006). En estos casos, la reflexión del formador sobre su propia práctica le permite evidenciar el conocimiento acumulado en la investigación y la práctica, estableciendo una relación clara entre estos

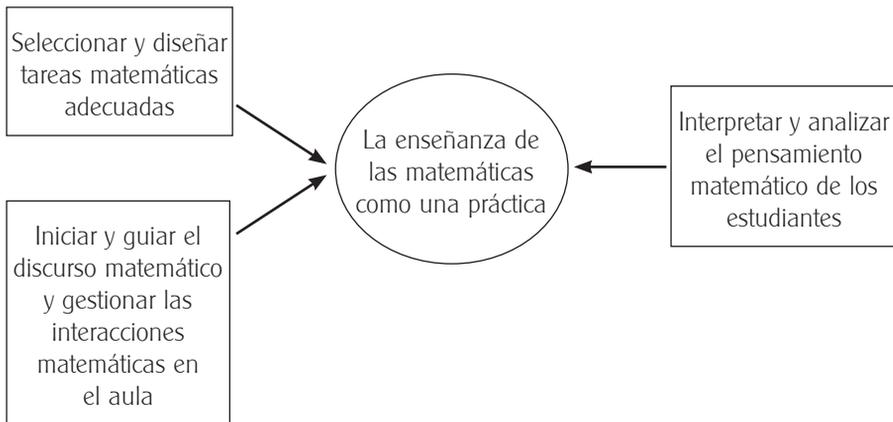
dos dominios de su actividad profesional. Lo que se enfatiza en este aspecto de la labor del formador de profesores es el hecho de que trabajar juntos sobre un problema identificado en la práctica genera nuevo conocimiento y posibilita ampliar las bases teóricas iniciales que permiten redefinir los problemas de la propia práctica.

A partir de aquí, el diseño de entornos de aprendizaje en los programas de formación, la elección de tareas y actividades y la manera en que deberían ser justificados se convierten en una tarea ineludible para el formador (Carrillo y Climent, 2009; Penalva, Escudero y Barba, 2006; Sánchez y García, 2009; Tirosh y Wood, 2008). Algunas de las labores profesionales del profesor de matemáticas son elegir, diseñar y secuenciar tareas matemáticamente relevantes para el aprendizaje de sus alumnos; interpretar y dotar de sentido a las respuestas que producen los aprendices al resolver problemas, reconociendo diferentes niveles de desarrollo en su aprendizaje, y gestionar las situaciones de aula con énfasis particular en el papel del discurso matemático que se puede generar como punto de apoyo del aprendizaje pretendido (figura 1). La hipótesis sobre la que se apoya esta manera de actuar es que configurar los entornos de aprendizaje a través de tareas profesionales permite a los estudiantes para profesor dotar de significado a los conceptos e ideas y desarrollar formas de razonar vinculadas al proceso de resolución de las tareas relacionadas con la práctica de enseñar matemáticas.

La manera en la que los formadores plantean su práctica, en particular al analizar lo que sucede en los entornos de aprendizaje diseñados, permite generar cuestiones sobre cómo los estudiantes para profesor aprenden y qué aspectos de los entornos de aprendizaje parecen limitar o potenciar el aprendizaje pretendido. Intentar responder estas cuestiones nos introduce en el ámbito de la investigación centrada en el aprendizaje del profesor en los contextos institucionales, como son los programas de formación (Cáceres, Chamoso y Azcárate, 2010; Chamoso, Cáceres y Azcárate, 2012; Llinares y Krainer, 2006). De este modo se evidencia cómo la práctica de formar profesores define problemas de investigación. Así, el vínculo entre práctica e investigación se completa cuando los formadores retroalimentan las decisiones en su práctica a partir del nuevo conocimiento generado por la investigación. Esta relación dialéctica entre la investigación sobre cómo los profesores aprenden y la formación de profesores en contextos institucionales viene mediada por la perspectiva teórica sobre el aprendizaje que los formadores adoptan. En particular, la adopción de perspectivas sobre el aprendizaje conlleva plantearse la manera en que las tareas profesionales que articulan la práctica del profesor pueden convertirse en contextos para el aprendizaje de los que quieren ser profesores (García, Sánchez, Escudero y Llinares, 2006) y de qué forma estas mismas referencias teóricas nos ayudan a comprender el desarrollo de los propios formadores de profesores.

El proceso de reflexión del formador de profesores de matemáticas sobre su práctica permite identificar aspectos que configuran una agenda de investigación sobre cómo los profesores aprenden. Además, permite mostrar cómo un proceso de reflexión sobre la relación entre la teoría y la práctica conduce a los formadores de profesores a aprender (García et ál, 2006) y subrayar el papel que debe desempeñar la teoría en su toma de

Figura 1 Sistemas de actividad que articulan la enseñanza de las matemáticas como una práctica (Llinares, Valls y Roig, 2008, p. 62)



decisiones (Lerman, 2001). Este planteamiento permite definir dos aspectos relevantes que han permeabilizado la investigación y la práctica de formar profesores en los últimos años. Estos aspectos serán descritos en la próxima sección y constituyen una manera de entender cómo la reflexión sobre la práctica permite definir diferentes ámbitos de investigación sobre cómo los profesores aprenden, y cómo el conocimiento generado influye en conceptualizar la propia práctica del formador de profesores (García, Sánchez, Escudero y Llinares, 2006).

DE LA REFLEXIÓN SOBRE LA PRÁCTICA DEL FORMADOR A LA GENERACIÓN DE AGENDAS DE INVESTIGACIÓN SOBRE CÓMO LOS PROFESORES APRENDEN

Los experimentos de enseñanza constituyen el contexto en el que la práctica de formar profesores y la investigación sobre el aprendizaje del profesor se interrelacionan (Callejo, Valls y Llinares, 2007; Cobb et ál, 2003). Durante los últimos años, diferentes grupos de formadores de profesores e investigadores han estado aportando nuevo conocimiento sobre la manera en la que los estudiantes para profesor aprenden el conocimiento que se considera relevante para enseñar matemáticas (Contreras y Blanco, 2002; Penalva, Escudero y Barba, 2006). Con el fin de proporcionar un contexto para la identificación de los principios que fundamentan las decisiones tomadas en el ámbito del diseño de los experimentos de enseñanza en la formación de profesores, me apoyaré en algunas de las investigaciones que hemos realizado en nuestro grupo de investigación en los últimos años. Estas investigaciones se han desarrollado mediante la realización de experimentos de enseñanza en diferentes ámbitos de la formación de profesores de matemáticas y asesores en educación matemática. Uno de los objetivos en la realización de estos experimentos era identificar

principios que nos permitieran relacionar el diseño de entornos de aprendizaje con la comprensión del proceso de aprendizaje de los estudiantes para profesor.

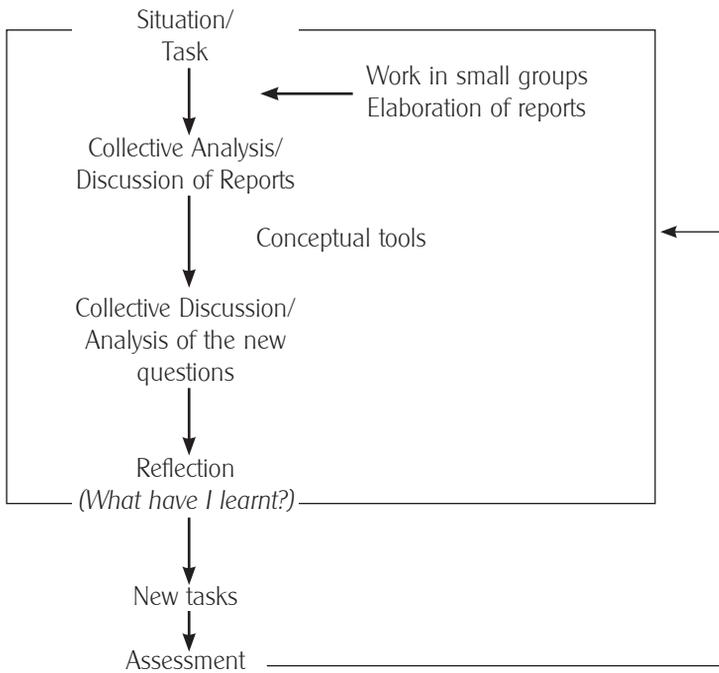
DISEÑOS DE EXPERIMENTOS DE ENSEÑANZA: PRINCIPIOS TEÓRICOS Y DESARROLLO

Las referencias derivadas de considerar una teoría sobre el aprendizaje en la toma de decisiones para diseñar entornos de aprendizaje en la formación de profesores de matemáticas introdujeron cuestiones relativas a la manera en la que se deben considerar los artefactos de la práctica de enseñar matemáticas: casos, ejemplos de producciones de los estudiantes, videos de secuencia de enseñanza, ejemplos de actividades matemáticamente relevantes, contexto de uso de los recursos didácticos, etc. Uno de los puntos a los que se intenta dar respuesta es cómo los programas de formación pueden ayudar a que los estudiantes para profesor empiecen a razonar como expertos en los diferentes aspectos de la enseñanza de las matemáticas. La hipótesis que subyace a este planteamiento es que esta competencia se desarrolla paulatinamente a lo largo de la vida profesional del profesor, pero puede empezar en los contextos de formación inicial.

Los intentos para proporcionar respuestas a esta cuestión definen las acciones realizadas: en primer lugar, en relación a la manera en la que se podrían diseñar oportunidades en los programas de formación para que los estudiantes pudieran empezar a desarrollar una mirada estructurada sobre la enseñanza (Mason, 2002; Sherin, Jacobs y Philipp, 2010), como un aspecto de su competencia docente. En segundo lugar, cómo considerar la interacción entre los participantes como un mecanismo que facilitara la construcción del conocimiento y cómo llegar a dar cuenta de diferentes niveles de desarrollo de las competencias docentes (consideradas como el uso pertinente del conocimiento para resolver tareas profesionales) (Llinares y Valls, 2009, 2010; Sánchez, García y Escudero, 2013). De esta manera, el diseño de entornos de aprendizaje intenta tener en cuenta cómo apoyar el aprendizaje de los estudiantes para profesor considerando la organización de las actividades del aula (resolución de tareas profesionales para el profesor) y la naturaleza del discurso (interacción entre los participantes) (García et ál., 2006).

Por ejemplo, la figura 2 describe la estructura de un entorno de aprendizaje (trayectoria de enseñanza-aprendizaje) diseñada y evaluada en una intervención en un programa de formación de maestros. Esta estructura permite a los estudiantes para maestro discutir, compartir e intentar resolver problemas profesionales, como el análisis de libros de texto, para decidir sobre una opción de planificación de una secuencia de enseñanza de la resolución de problemas a alumnos de educación primaria. Esta estructura da la posibilidad de que los estudiantes para maestro empiecen a conocer y tomar parte en tareas profesionales (aquí, el análisis de libros de texto considerados como materiales y recursos didácticos) (García et ál., 2006). La idea del profesor formando parte de una comunidad de práctica viene reflejada en este planteamiento mediante la creación de ambientes que favorecen la interacción entre los estudiantes para maestro cuando están resolviendo las

Figura 2 Trayectoria de enseñanza-aprendizaje que estructura un entorno de aprendizaje en la formación de profesores (García et ál., 2006, p. 113)



tareas profesionales y refleja el concepto de “persona-en-práctica” (Lave y Wenger, 1991).

Estos dos últimos aspectos, el conocimiento vinculado a la resolución de tareas profesionales y el papel de la interacción entre iguales para resolver la tarea, son los que dieron forma a los diferentes temas de investigación que han articulado nuestro trabajo durante los últimos años (Llinares, 2012).

Resolución de tareas profesionales

Los principios que rigen estas actuaciones reconocen que el conocimiento necesario para enseñar matemáticas se genera vinculado a la resolución de tareas profesionales (Llinares, Valls y Roig, 2008). En esta concepción de los ambientes de aprendizaje en la formación de profesores, el conocimiento teórico, cuyo uso es pertinente para la resolución de las tareas profesionales, tiene el significado de “instrumento”. Es decir, los instrumentos conceptuales son las ideas teóricas generadas por la investigación sobre la enseñanza de las matemáticas que permiten comprender y actuar en las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Nuestro objetivo como formadores de profesores actuando como diseñadores de entornos de aprendizaje es apoyar la introducción de los estudiantes en la resolución de tareas profesionales mediante la generación paulatina de maneras de razonar como un profesor experto. En cada caso se considera un rango amplio de tareas profesionales: análisis de actividades que configuran una lección de matemáticas (Llinares, 2013), análisis de las producciones escritas de los alumnos cuando resuelven problemas (Fernández, Llinares y Valls, 2013; Llinares, 2013) y análisis del discurso matemático en secuencias de enseñanza (Roig, Llinares y Penalva, 2011). La resolución de estas tareas profesionales permite a los estudiantes para profesor iniciar el desarrollo de la competencia docente –entendida como uso pertinente del conocimiento para resolver las tareas profesionales– con diferentes niveles de sofisticación. Los resultados de estas investigaciones indican que aprender a usar el conocimiento en la resolución de diferentes tareas profesionales es progresivo, lo que permite identificar niveles de desarrollo.

Organización y actividades: entornos de aprendizaje como sistemas de actividad

El otro principio teórico en los entornos de aprendizaje diseñados es la relación entre el discurso (la interacción) y los procesos de construcción del conocimiento del profesor. Esta idea se apoya en la consideración del aprendizaje desde tres puntos de vista: como identidad (proceso de llegar a ser), como práctica (hacer) y como significado (experiencia) (Llinares y Olivero, 2008). El principio teórico que rige nuestras acciones cuando diseñamos entornos de aprendizaje desde esta perspectiva es que la construcción del conocimiento en contextos colaborativos se basa en que los estudiantes para profesor se implican en actividades con un discurso específico (Sánchez, García y Escudero, 2013). Una hipótesis vinculada a este principio es que la naturaleza de la participación y el contenido del discurso ayudan a la construcción del conocimiento (Llinares, 2012). Para ello, nosotros vemos las interacciones sociales en las clases como mecanismos que podrían apoyar el desarrollo progresivo del uso del conocimiento en la resolución de la tarea. Aquí, conjeturamos que las interacciones generadas a partir de un conflicto entre las interpretaciones podrían convertirse en oportunidades para el aprendizaje, ya que posibilitarían reconducir la manera de resolver las situaciones al intentar manejar las interpretaciones alternativas (Roig, Llinares y Penalva, 2011; Penalva, Rey y Llinares, 2011, 2013). Como consecuencia, la estructura de los entornos de aprendizaje (figura 2) implica en algún momento trabajar en pequeños grupos, compartir las alternativas de resolución generadas y elaborar un discurso compartido sobre sus interpretaciones y soluciones. Esta idea determina que en los entornos de aprendizaje los estudiantes para profesor –considerados como aprendices– deben tener la oportunidad, durante la resolución de las tareas profesionales, de establecer puntos de atención alrededor de los cuales se pueda organizar la negociación de los significados, y deben poder gene-

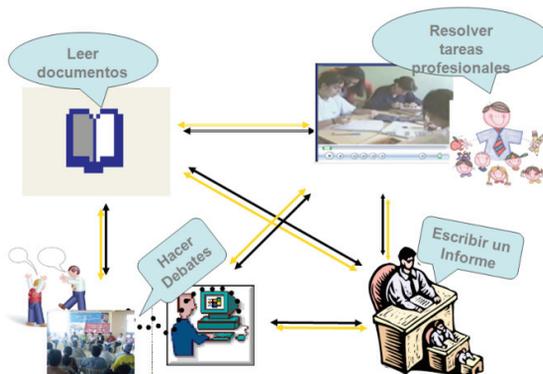
rar una comprensión recíproca de las situaciones de enseñanza de las matemáticas mediante procesos como observar, describir, representar e interpretar (Llinares, 2002).

En este contexto, la experiencia previa de los estudiantes desempeña el papel de referencia cognitiva para dotar de sentido a la tarea profesional (como por ejemplo, analizar el discurso matemático que se genera en una clase de matemáticas, o analizar secuencias de tareas en lecciones centradas en la resolución de problemas) (Cos y Valls, 2006), mientras que el conocimiento teórico puede llegar a desempeñar el papel de instrumento conceptual, ya que la información teórica proporciona a los estudiantes un esquema de referencia y un “lenguaje” para compartir con los demás en los intentos de dotar de sentido a los registros de la práctica que dan soporte a la tarea profesional planteada (Llinares y Olivero, 2008).

Recientemente, el desarrollo de las tecnologías de la comunicación ha permitido incorporar en la formación de profesores espacios que apoyan el desarrollo de diferentes formas de discurso que se vinculan a la construcción del conocimiento. La figura 3 describe la estructura metodológica de un tipo de entornos de aprendizaje en programas de formación de profesores de matemáticas que usan los recursos tecnológicos –por ejemplo, debates *online* y plataformas multimedia que incorporan videos como registros de la práctica– como instrumentos para favorecer la interacción. Este sistema de actividades ha sido validado en diferentes investigaciones, aportando información sobre el proceso de construcción del conocimiento en diferentes ámbitos (Fernández, Llinares y Valls, 2012, 2013; Llinares y Valls, 2009, 2010; Penalva, Rey y Llinares, 2011, 2013; Prieto y Valls, 2010).

Las nuevas tecnologías y determinadas características institucionales en las que se desarrolla cada iniciativa de formación de profesores han permitido que en ocasiones puedan desarrollarse experimentos de enseñanza apoyados en la complementariedad entre las actividades presenciales y las actividades *online*. Éste fue el caso particular de los entornos diseñados en un contexto de formación de asesores de educación

Figura 3 Organización de las actividades en un entorno de aprendizaje articulado a través de la idea de sistema de actividad



matemática con un foco específico en las actividades de diagnosticar e intervenir ante dificultades de aprendizaje de las matemáticas en alumnos de primaria (Penalva, Rey y Llinares, 2011, 2013). La figura 4 describe la estructura de este tipo de entornos en los que las sesiones en línea se intercalaban con las sesiones presenciales como una manera de ampliar los contextos para favorecer la interacción de los participantes mientras interpretaban los registros de la práctica que tenían la forma de casos.

De manera particular, el uso de registros de la práctica como material de apoyo en el diseño de los entornos de aprendizaje promueve que los estudiantes para profesor puedan llegar a considerar relevante el problema profesional planteado favoreciendo su implicación cognitiva. Por ejemplo, en un entorno de aprendizaje diseñado para propiciar el desarrollo de la competencia docente “mirar de manera profesional” el aprendizaje matemático de los alumnos y centrarlo en el razonamiento proporcional (Fernández, Llinares y Valls, 2012, 2013), la integración de actividades presenciales y actividades en línea en forma de debates, así como el uso de registros de la práctica (muestras de respuestas de alumnos a problemas de proporcionalidad) favorecieron la implicación de los estudiantes para profesor al intentar interpretar dichas respuestas consideradas como maneras de entender el razonamiento proporcional. La estructura que adoptó el entorno de aprendizaje intentaba fomentar el que los estudiantes para profesor se implicaran en los procesos de interpretar el pensamiento matemático de los niños. Las actividades instruccionales planteadas consistían en comparar conjuntos de respuestas de alumnos a determinados tipos de problemas proporcionales y no proporcionales. A través de diferentes sesiones (figura 5), se creaban oportunidades para el análisis, interpretación y comparación de las variables en los problemas de proporcionalidad y cómo influían en la manera en la que los alumnos respondían. La idea que justifica

Figura 4 Estructura *b-learning* de la secuencia de actividades diseñada (E_i (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6) en contextos de interacción presenciales y en línea (Penalva, Rey y Llinares, 2013)

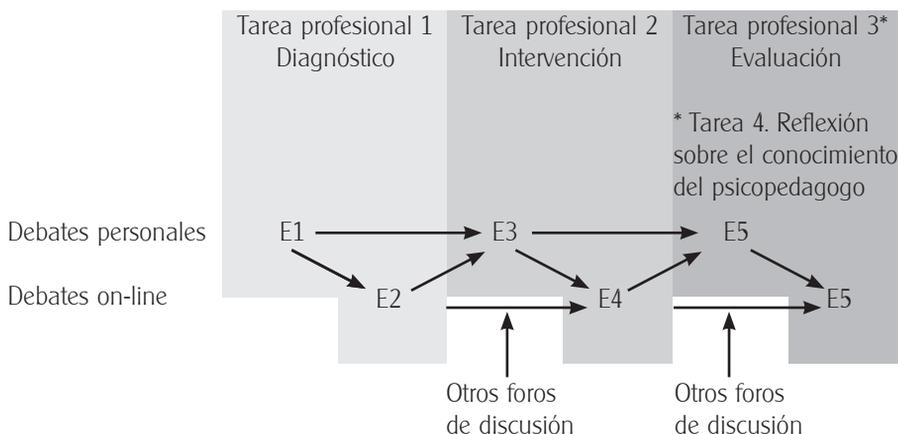
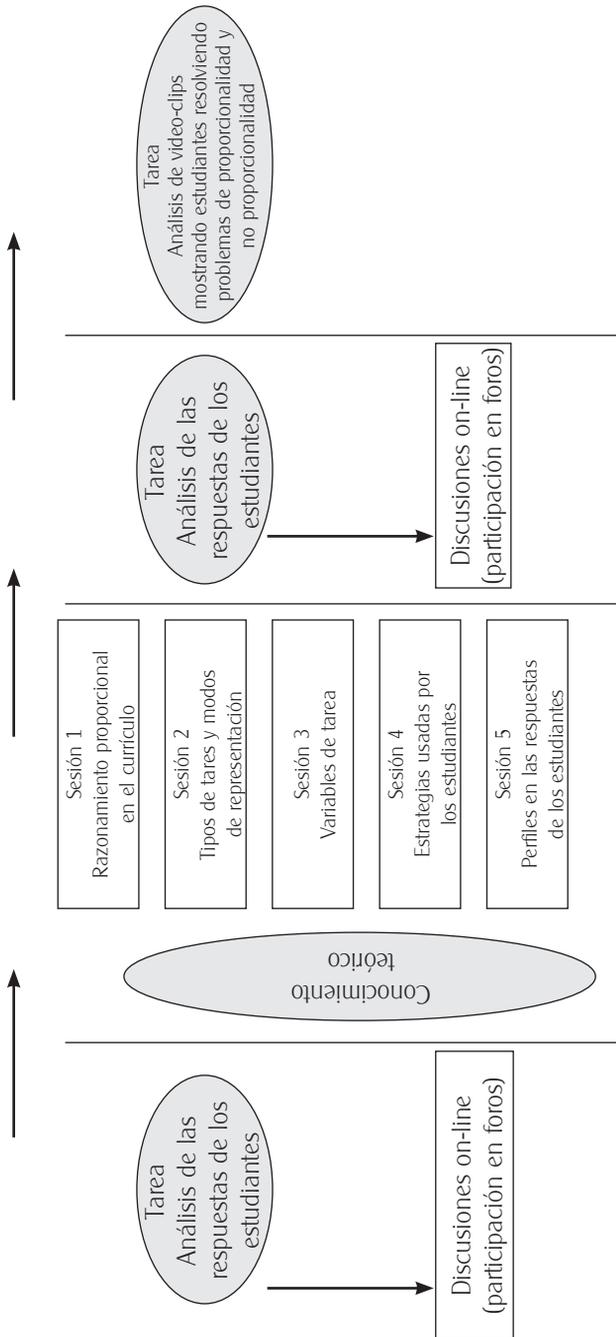


Figura 5 Estructura de un entorno de aprendizaje considerado sistema de actividades (Fernández, Llinares y Valls, 2012)



esta manera de organizar las tareas en el entorno de aprendizaje es que asumimos que la participación en los debates y discusiones colectivas permite que las actividades cognitivas de identificar lo que puede ser relevante en las respuestas de los alumnos e interpretarlo desde la perspectiva del aprendizaje matemático puedan llegar a formar parte de la manera de razonar del profesor.

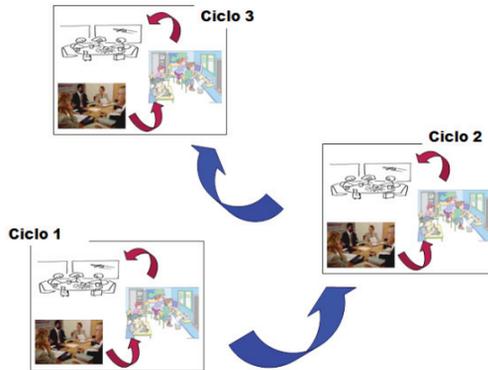
Intentar que los estudiantes para profesor generen formas de pensar como profesores expertos (aunque en un contexto de formación inicial asumimos que lo que se genera es el inicio en llegar a pensar como un experto) ha sido una idea transversal en la actividad de diseñar los entornos de aprendizaje. Las evidencias de que los estudiantes para profesor empiecen a razonar como expertos son las diferentes maneras de resolver las tareas profesionales que se ponen de manifiesto. Sin embargo, los resultados que hemos obtenido en diferentes experimentos indican que conseguir este objetivo no es una tarea fácil. El proceso de aprendizaje del estudiante para profesor y, en particular, la generación de formas de pensar como un experto mediante el uso de las ideas procedentes de la didáctica de la matemática como instrumentos conceptuales, se muestran como un asunto complejo y en el que intervienen diferentes variables (institucionales, personales e incluso sociales, según como se estructura el grupo). Por ejemplo, en función de la carga de trabajo de los estudiantes para profesor vinculada a las otras materias que deben cursar en el programa de formación.

Identificando variables explicativas del aprendizaje

El análisis retrospectivo de estos experimentos de enseñanza tiene como objetivo identificar principios explicativos del aprendizaje producido que nos permitan desarrollar modelos para comprender mejor el aprendizaje de los estudiantes para maestro. Por esta razón, el énfasis se centra en el análisis del proceso de construcción del conocimiento de los estudiantes en ciclos sucesivos de experimentos de enseñanza en diferentes momentos (figura 6), más que en proponer diseños instruccionales específicos. Así, en los informes de investigación damos prioridad a la identificación de variables que asumimos tienen poder explicativo respecto al aprendizaje del estudiante para profesor en relación a la interacción entre lo social y la construcción personal del conocimiento. En la identificación de estas variables, que pueden permitirnos desarrollar un esquema interpretativo, se intenta considerar los principios teóricos sobre el aprendizaje que han organizado y determinado las decisiones en el diseño de los entornos de aprendizaje. Los experimentos de enseñanza se pueden considerar, en este contexto, una manifestación de la relación entre los roles de diseñador, investigador y docente del formador de profesores.

Esta manera de entender el diseño de experimentos de enseñanza (los entornos de aprendizaje en el programa de formación) nos ha permitido que paulatinamente fuéramos más conscientes de la necesidad de apoyar las decisiones del diseño en aspectos cada vez más concretos de la manera en la que los estudiantes para profesor

Figura 6 Ciclos de diseño-experimentación-análisis de los experimentos de enseñanza



están aprendiendo. Es por lo que hemos empezado a introducir la idea de “trayectoria de aprendizaje” del estudiante para profesor como punto central en el proceso de diseño (Sánchez-Matamoras et ál., 2013). La idea que emerge es que los entornos de aprendizaje deben ser vistos como contextos en los que es posible apoyar el desarrollo progresivo de la competencia docente, favoreciendo el que paulatinamente los estudiantes para profesor empiecen a razonar como profesores expertos.

ALGUNAS IDEAS SOBRE CÓMO LOS ESTUDIANTES PARA PROFESOR APRENDEN

Dirigir la atención a la identificación de evidencias de cómo los estudiantes para profesor integraban los hechos relevantes de didáctica de la matemática en la manera en que interpretaban los diferentes registros de la práctica, hizo que miráramos con detalle las características del discurso generado. El supuesto teórico sobre el que se apoya esta decisión es que asumíamos que la construcción del conocimiento en contextos colaborativos se basa en que los aprendices se implican en actividades discursivas específicas y que la naturaleza de la participación y el contenido de este discurso están vinculados a la construcción del conocimiento. Esta situación genera la pregunta de cómo los modos de participación en estos contextos diseñados de manera específica median los procesos de significación (Llinares y Valls, 2009, 2010). La perspectiva adoptada subraya el hecho de que los procesos de implicación cognitiva se dan en el contexto de interacción mientras se está resolviendo algún tipo de tarea con significación para los participantes. Esta implicación cognitiva se evidencia a través de las diferentes formas que adopta el diálogo en el que las interpretaciones son refinadas, contrastadas o rechazadas. En particular, consideramos dos aspectos, el contenido del discurso y la forma que adoptaba el discurso –la interacción–, y que podía tener alguna influencia en el aprendizaje (Llinares, 2012).

Interacción

El papel dado a la interacción en el diseño de los entornos de aprendizaje se apoya en la propuesta de Wells (2002) en el sentido de que compartir, cuestionar y revisar opiniones puede conducir a una mejor comprensión de los participantes sobre lo que se está analizando. Un aspecto clave en esta idea es que los textos del discurso permiten a los estudiantes para profesor trabajar colaborativamente en los intentos de generar algún tipo de comprensión compartida. Esta hipótesis plantea cuestiones relativas a la forma que debe adoptar la interacción y el discurso para que realmente produzca el desarrollo del uso del conocimiento por parte de los estudiantes para profesor (Llinares, 2012; Sánchez, García y Escudero, 2013). Aunque los entornos de aprendizaje se diseñan considerando estas hipótesis teóricas, el análisis de lo sucedido nos ha permitido identificar algunas características de la interacción que favorecen el proceso de construcción del conocimiento y del desarrollo de la capacidad de mirar de manera profesional las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

En el caso particular de los entornos de aprendizaje que integraban actividades presenciales y en línea, los contextos de interacción se definían en los espacios dedicados a los debates en línea. En este contexto particular, tres características de la interacción pueden considerarse relevantes para el aprendizaje generado (Roig, Llinares y Penalva, 2011; Penalva, Rey y Llinares, 2011, 2013). En primer lugar, cuando los estudiantes para profesor deben identificar claramente las evidencias sobre las que se apoyan sus interpretaciones (refinar las garantías propuestas para apoyar los argumentos). En este caso, la interacción proporciona el contexto para que los estudiantes para profesor puedan aportar los apoyos a sus interpretaciones con el fin de intentar generar una comprensión compartida. En segundo lugar, cuestionar las conclusiones aportadas (por ejemplo, la interpretación dada a algunas partes de un segmento de enseñanza). Aquí, la discusión sobre cómo se debe establecer una interpretación de algún aspecto de la enseñanza-aprendizaje permite a los estudiantes para profesor identificar los elementos relevantes y establecer relaciones para dotar de sentido a algunos aspectos de las producciones de los alumnos. Ésta podría ser la situación en la que los estudiantes para profesor, que están intentando identificar el grado de comprensión que tiene un alumno de la idea de proporcionalidad, pueden poner en relación las respuestas de dos alumnos al mismo problema para apoyar su interpretación en las diferencias identificadas en las respuestas (Fernández, Llinares y Valls, 2012). Finalmente, cuando se pone en duda la conclusión presentada por algún compañero mediante refutaciones, éstas generan interacciones con un mayor nivel de reflexión entre los estudiantes para profesor, ya que permiten clarificar y argumentar distintos puntos de vista (Penalva, Rey y Llinares, 2011).

Los entornos de aprendizaje diseñados y analizados como experimentos de enseñanza nos han indicado que cuando los estudiantes para profesor se implican con la tarea propuesta, los intercambios en los debates proporcionan la oportunidad de identificar y refinar las interpretaciones que constituyen la resolución de la tarea profesional.

Sin embargo, la identificación de lo que puede ser relevante y su interpretación desde la perspectiva del aprendizaje matemático pretendido no son acciones fáciles para los estudiantes para profesor, aunque la interacción ayudó a algunos a generar argumentos con un nivel cognitivo cada vez mayor (Llinares y Valls, 2009, 2010; Llinares, 2012).

Niveles de desarrollo en las competencias docentes

La investigación sobre el aprendizaje de los estudiantes para profesor y, en particular, sobre la manera en que se generan formas de pensar como un experto está proporcionando información en ámbitos particulares que empieza a constituir un corpus de conocimiento que nos ayuda a comprender mejor estos procesos. Las evidencias del inicio en los estudiantes para profesor de formas de pensar como un experto proceden de la manera en la que resuelven tareas profesionales (análisis del aprendizaje, análisis del discurso matemático en el aula, análisis de actividades matemáticas, etc.). Estas características permiten definir niveles de desarrollo sobre cómo los estudiantes para profesor usan el conocimiento de didáctica de las matemáticas en las situaciones que deben resolver (figura 7). En cierto sentido, las características de estos niveles de desarrollo son una manera de dar cuenta del proceso de instrumentalización de la información procedente de la didáctica de la matemática en la resolución de problemas profesionales; en particular, la manera en la que las ideas teóricas se integran en el discurso generado por los estudiantes para profesor cuando están participando en los entornos de aprendizaje.

Las características genéricas iniciales que definen estos niveles se particularizan en cada dominio matemático. Como consecuencia, podemos empezar a describir cómo los estudiantes para profesor progresan y, por tanto, cómo se comportan para llegar a niveles más altos de desarrollo (Sánchez-Matamoros et ál., 2013; Zapatera y Callejo, 2013a; 2013b). Los resultados de estas investigaciones nos permiten tener información sobre qué es lo que están aprendiendo y cómo sucede este aprendizaje.

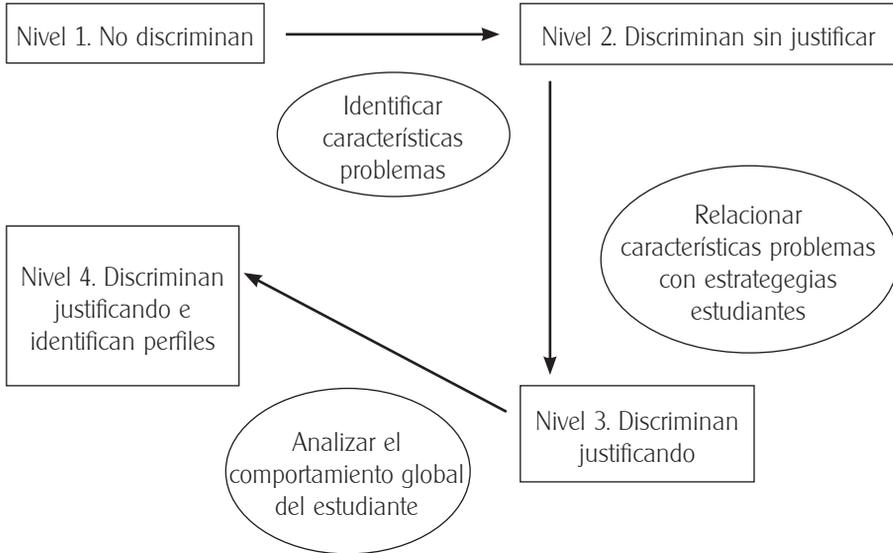
Por ejemplo, identificamos diferentes niveles de desarrollo en un entorno de aprendizaje diseñado para que los estudiantes para profesor empezaran a aprender a identificar las características del desarrollo del razonamiento proporcional a partir del análisis de las respuestas dadas por los alumnos a problemas proporcionales y no proporcionales (Fernández, Llinares y Valls, 2012, 2013). Estos niveles venían definidos a partir de la manera en la que los estudiantes para profesor identificaban las diferentes variables de tareas en los problemas proporcionales y no proporcionales, cómo interpretaban las respuestas de cada alumno considerando estas variables de tarea y cómo eran capaces de reconocer y justificar diferentes niveles de desarrollo del razonamiento proporcional en los alumnos. Los análisis permitieron generar cuatro niveles que aportaron información sobre el proceso de desarrollo de esta competencia docente (figura 8).

Figura 7 Características de los niveles de desarrollo de las competencias docentes (Llinares y Valls, 2009)

Niveles	Caracterización
N1. Descriptivo	El estudiante responde describiendo de manera “natural” lo que ve, sin utilizar aquellas ideas de la teoría que son necesarias y relevantes para analizar la situación.
N2. Retórico	Uso de ideas teóricas de los documentos para construir un discurso, sin establecer relaciones entre estas ideas o de ellas con la situación. Se podría decir que falta cohesión en el discurso.
N3. Identificación e inicio de un uso instrumental de la información	Identifica uno o varios aspectos relevantes de la situación y los interpreta utilizando ideas teóricas y los relaciona o no entre ellos.
N4. Teorizar-conceptualizar. Intergración relacional	La información teórica se transforma en herramienta conceptual. Las herramientas conceptuales se identifican y se usan integrándolas para dar una respuesta a la tarea.

Lo que estos análisis están mostrando de manera general es que los niveles de desarrollo de la competencia docente de los estudiantes para profesor están vinculados a la capacidad para reconocer en las situaciones de enseñanza-aprendizaje los elementos que son matemáticamente relevantes para el aprendizaje. Esto subraya el papel que desempeña el conocimiento matemático de los estudiantes para profesor en la realización de estas tareas, pero también la manera en que el conocimiento sobre cómo los alumnos comprenden los tópicos matemáticos se integra en los procesos de razonamiento de los estudiantes para profesor. En particular, en el entorno de aprendizaje que estamos usando como ejemplo, se mostró que inicialmente los estudiantes para profesor describían las respuestas de los alumnos sin incluir lo que matemáticamente podía ser relevante. Ellos simplemente describían las operaciones que los alumnos habían realizado para resolver el problema, lo que significa que no eran capaces de reconocer la comprensión matemática de los alumnos. Sin embargo, la realización de las tareas planificadas en el entorno de aprendizaje, junto con la participación en las discusiones presenciales y en línea, favoreció el que algunos estudiantes para profesor empezaran a tener una mirada más estructurada sobre estas situaciones (Mason, 2002), lo que les permitía poder identificar diferentes perfiles en los alumnos a partir de las respuestas dadas a los problemas. Algunos de los mecanismos –formas de participar en los debates– que propiciaban este desarrollo han sido descritos en la sección anterior. La exigencia de la participación en las discusiones para aportar argumentos de apoyo a las decisiones tomadas fue un factor que ayudaba a los estudiantes para

Figura 8 Progresión en los niveles de desarrollo de la competencia docente “mirar de manera profesional” el pensamiento matemático de los estudiantes en el ámbito del razonamiento proporcional (Fernández, Llinares y Valls, 2013)



profesor a progresar en el desarrollo de “mirar de manera profesional” el pensamiento matemático de los estudiantes. En particular cuando la interacción se generaba entre estudiantes para profesor con diferentes niveles de desarrollo.

La información reunida sobre lo que los estudiantes para profesor aprenden toma la forma de características de diferentes niveles de desarrollo en diferentes ámbitos. Esta información procede de diferentes dominios matemáticos como el análisis del discurso matemático en el aula (Roig, Llinares y Penalva, 2011), el desarrollo del razonamiento proporcional (Fernández, Llinares y Valls, 2012, 2013), el reconocimiento de la comprensión de los procesos de generalización en los estudiantes de primaria (Zapatera y Callejo, 2013), la manera de reconocer evidencias de la comprensión de la derivada (Sánchez-Matamoros et ál., 2013) y el significado que se adscribe a las actividades de probar (Torregrosa-Gironés et ál., 2010). Las características del desarrollo de la competencia docente “mirar de manera profesional” las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas están inicialmente vinculadas a los dominios matemáticos particulares considerados. Sin embargo, una característica común de los resultados que dan forma a los niveles de desarrollo de la capacidad de reconocer lo relevante –en las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas– por parte de los estudiantes para profesor es la necesaria integración de la comprensión matemática y del conocimiento sobre cómo los estudiantes comprenden los tópicos matemáticos. Estos resultados indican que

el conocimiento matemático del estudiante para profesor es necesario pero no suficiente para el desarrollo de esta competencia.

ALGUNAS OBSERVACIONES FINALES: DIFERENTES ROLES DEL FORMADOR DE PROFESORES

Después de casi una década de implicarnos en el desarrollo de experimentos de enseñanza y realizar investigación sobre cómo los estudiantes para profesor aprenden, hemos podido observar que las tareas que deben ser resueltas (tareas profesionales) y el contexto que apoya la interacción están fuertemente interrelacionados.

Por otra parte, las actividades descritas muestran la dependencia mutua entre tres diferentes roles del formador de profesores: *a)* el formador de profesores desde una perspectiva práctica en la que desarrolla su actividad ayudando a los estudiantes para profesor a que inicien el desarrollo de las competencias docentes, como aprender a “mirar de manera profesional” la enseñanza de las matemáticas; *b)* el formador de profesores como diseñador de experimentos de enseñanza en los que se asume una determinada manera de entender cómo se produce el aprendizaje de los estudiantes para profesor, y *c)* el formador de profesores como investigador de las maneras en que aprenden sus alumnos (los estudiantes para profesor). Estos tres roles se evidencian cuando consideramos la reflexión del formador de profesores sobre su propia práctica.

Una consecuencia de nuestra experiencia en diseñar y refinar secuencias de actividades y contextos en diferentes entornos de aprendizaje es que debemos intentar llegar a comprender mejor la interrelación entre el aprendizaje individual y la dimensión social. Esta relación entre lo personal y lo social ha resultado compleja. En estos momentos podemos decir que conocemos algunos matices de esta relación en el aprendizaje del estudiante para profesor, pero estamos bastante lejos de poder proporcionar una explicación de este fenómeno didáctico. Sin embargo, la actividad realizada durante estos años aporta información que nos muestra la diversidad con la que los estudiantes para profesor de matemáticas empiezan a desarrollar su competencia docente. En particular, la información relativa a cómo caracterizar los niveles de desarrollo de aspectos particulares de la competencia docente debe ser entendida como puntos de referencia para generar conjeturas sobre el desarrollo de trayectorias de aprendizaje de los estudiantes para profesor. Estas conjeturas proporcionan referencias para determinar grados de desarrollo de la competencia en ámbitos específicos y, por tanto, poder determinar la eficacia de la intervención. Como indicábamos con anterioridad, es posible empezar a considerar trayectorias de aprendizaje de los estudiantes para profesor en ámbitos específicos cuando se vuelva a diseñar nuevos entornos de aprendizaje.

Por otra parte, desde un punto de vista pragmático, los experimentos de enseñanza realizados y los diseños de los entornos de aprendizaje proporcionan recursos que pueden ser adaptados por los formadores de profesores para apoyar el aprendizaje de

los estudiantes para profesor; en particular, considerando la necesidad de desarrollar aspectos relativos al “uso del conocimiento” en la resolución de tareas profesionales. Desde este punto de vista, esta aproximación intentaría superar la dicotomía existente entre teoría y práctica. Considerar la idea del “uso del conocimiento” en la resolución de problemas profesionales para el profesor de matemáticas, según ha sido ejemplificado en los entornos de aprendizaje diseñados, permite pensar que los estudiantes para profesor pueden estar desarrollando destrezas que les permitan seguir aprendiendo a partir de la reflexión sobre su enseñanza.

La línea de investigación desarrollada durante los últimos años, siguiendo los principios descritos en este trabajo, está aportando información relevante sobre el aprendizaje de los estudiantes para profesor de matemáticas. Sin embargo, son necesarias nuevas investigaciones que nos ayuden a comprender mejor dichos procesos de aprendizaje, al mismo tiempo que permitan generar nuevos entornos de aprendizaje y materiales científicamente testados para mejorar la formación de los profesores de matemáticas.

RECONOCIMIENTOS

Esta investigación ha recibido el apoyo de los proyectos I+D+i, EDU2011-27288 del Ministerio de Ciencia e Innovación, España.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ball, D. L., M. H. Thames y G. Phelps (2008), “Content knowledge for teaching: What makes it special?”, *Journal of Teacher Education*, vol. 59, núm. 5, pp. 389-407.
- Cáceres, M. J., J. M. Chamoso y P. Azcárate (2010), “Analysis of the revisions that pre-service teachers of mathematics make of their own project included in their learning portfolio”, *Teaching and Teacher Education*, vol. 26, núm. 5, pp. 1186-1195.
- Callejo, M. L., J. Valls y S. Llinares (2007), “Interacción y análisis de la enseñanza. Aspectos claves en la construcción del conocimiento profesional”, *Investigación en la escuela*, núm. 61, pp. 5-21.
- Carrillo, J. y N. Climent (2009), “From professional tasks in collaborative environments to educational tasks in mathematics teacher education”, en B. Clarke, B. Grevholm, y R. Millman (eds.), *Tasks in Primary Mathematics Teacher Education: Purpose, Use and Exemplars*, Nueva York/Dordrecht, Springer, pp. 215-234.
- Chamoso, J. M., M. J. Cáceres y P. Azcárate (2012), “Reflection on the teaching-learning process in the initial training of teachers. Characterization of the issues on which pre-service mathematics teachers reflect”, *Teaching and Teacher Education*, vol. 28, núm. 2, pp. 154-164.

- Cobb, P., J. Confrey, A. diSessa, R. Lehrer y L. Schauble (2003), "Design experiments in educational research", *Educational Researcher*, vol. 32, núm. 1, pp. 9-13.
- Contreras, L. C. y L. Blanco (2002), *Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas. Una mirada a la práctica docente*, Cáceres, UNEX.
- Cos, A. y J. Valls (2006), "Debates virtuales y concepciones de estudiantes para maestro sobre resolución de problemas", *Zetetiké*, vol. 14, núm. 25, pp. 7-28.
- Fernández, C., S. Llinares y J. Valls (2012), "Learning to notice students' mathematical thinking through on-line discussions", *ZDM. Mathematics Education*, vol. 44, pp. 747-759.
- (2013), "Primary school teacher's noticing of students' mathematical thinking in problem solving", *The Mathematics Enthusiast*, vol. 10, núms. 1 y 2, pp. 441-468.
- García, M., V. Sánchez e I. Escudero (2006), "Learning through reflection in mathematics teacher education", *Educational Studies in Mathematics*, vol. 64, pp. 1-17.
- García, M., V. Sánchez, I. Escudero y S. Llinares (2006), "The dialectic relationship between research and practice in mathematics teacher education", *Journal of Mathematics Teacher Education*, vol. 9, pp. 109-128.
- Lave, J. y E. Wenger (1991), *Situated Learning. Legitimate Peripheral Participation*, Nueva York, Cambridge University Press.
- Lerman, S. (2001), "A review of research perspectives on mathematics teacher education", en F. Lin y T. Cooney (eds.), *Making Sense of Mathematics Teacher Education*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, pp. 33-52.
- (2002), "Participation and reification in learning to teach: the role of knowledge and beliefs", en G. Leder, E. Pehkonen, G. Tömer (eds.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers/Springer, pp. 195-209.
- Llinares, S. (2009), "Competencias docentes del maestro en la docencia en matemáticas y el diseño de programas de formación", *Uno. Revista de didáctica de las matemáticas*, núm. 51, pp. 92-101.
- (2012), "Construcción de conocimiento y desarrollo de una mirada profesional para la práctica de enseñar matemáticas en entornos *b-learning*", *Avances de Investigación en Educación Matemática*, vol. 1, núm. 2, pp. 53-70.
- (2013), "El desarrollo de la competencia docente 'mirar profesionalmente' la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas", en C. Mindal y E. Guérios (eds.), *Educar em Revista. Temas em Debate na Formação de Professores*, Curitiba, Universidade Federal do Paraná, núm. 50, pp. 117-133.
- (2013), "Professional noticing: A component of the mathematics teachers' professional practice", *Sisyphus – Journal of Education*, vol. 1, núm. 3, pp. 76-93.
- Llinares, S. y C. Fernández (2012), "Formación de profesores de matemáticas. Relación entre teorías sobre el aprendizaje del profesor y diseño de entornos de aprendizaje", en A. C. da Silva, M. Carvalho y R. G. do Rêgo (eds.), *Ensinar matemática: Formação, investigação e práticas docentes*, Cuiabá, Editora da Universidade Federal de Mato Grosso, pp. 15-47.
- Llinares, S. y K. Krainer (2006), "Mathematics (student) teachers and teachers educa-

- tors as learners", en A. Gutiérrez y P. Boero (eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*, Rotterdam/Taipei, Sense Publishers, pp. 429-460.
- Llinares, S. y F. Olivero (2008), "Virtual communities and networks of prospective mathematics teachers. Technologies, interactions and new forms of discourse", en K. Krainer y T. Wood (eds.), *The International Handbook of Mathematics Teacher Education, Volume 3. Participants in Mathematics Teacher Education: Individuals, Teams, Communities and Networks*, Rotterdam, Sense Publishers, pp. 155-180.
- Llinares, S. y J. Valls (2009), "The building of pre-service primary teachers' knowledge of mathematics teaching: Interaction and online video cases studies", *Instructional Science*, vol. 37, pp. 247-271.
- (2010), "Prospective primary mathematics teachers' learning from online discussions in a virtual video-based environment", *Journal of Mathematics Teacher Education*, vol. 13, pp. 177-196.
- Llinares, S., J. Valls y A. I. Roig (2008), "Aprendizaje y diseño de entornos de aprendizaje basado en videos en los programas de formación de profesores de matemáticas", *Educación Matemática*, vol. 20, núm. 3, pp. 59-82.
- Mason, J. (2002), *Researching your own practice: The discipline of noticing*, Londres, Routledge-Falmer.
- Penalva, M. C., I. Escudero y D. Barba (2006), *Conocimiento, entornos de aprendizaje y tutorización para la formación del profesorado de matemáticas. Construyendo comunidades de práctica*, Granada, Grupo Proyecto Sur.
- Penalva, M. C., C. Rey y S. Llinares (2011), "Identidad y aprendizaje de estudiantes de psicopedagogía. Análisis en un contexto *b-learning* en didáctica de la matemática", *Revista Española de Pedagogía*, núm. 248, pp. 101-118.
- (2013), "Aprendiendo a interpretar el aprendizaje de las matemáticas en educación primaria. Características en un contexto *b-learning*", *Educación Matemática*, vol. 25, núm. 1, pp. 7-34.
- Ponte, J. P. y O. Chapman (2006), "Mathematics teachers' knowledge and practice", en A. Gutiérrez y P. Boero (eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*, Rotterdam/Taipei, Sense Publishers, pp. 461-494.
- Prieto, J. L. y J. Valls (2010), "Aprendizaje de las características de los problemas aritméticos elementales de estructura aditiva en estudiantes para maestro", *Educación Matemática*, vol. 22, núm. 1, pp. 57-85.
- Roig, A. I., S. Llinares y M. C. Penalva (2011), "Estructuras argumentativas de estudiantes para profesores de matemáticas en un entorno en línea", *Educación Matemática*, vol. 23, núm. 3, pp. 39-65.
- Sánchez, V., y M. García (2008), "What to teach and how to teach it: Dilemmas in primary mathematics teacher education", en B. Jaworski y T. Wood (eds.), *The International Handbook of Mathematics Teacher Education, Volume 4: The Mathematics Teacher Educator as a Developing Professional*, Rotterdam, Sense Publishers, pp. 281-297.

- Sánchez, V., y M. García (2009), "Tasks for primary student teachers: A task of mathematics teacher educators", en B. Clarke, B. Grevholm y R. Millman (eds.), *Tasks in Primary Mathematics Teacher Education: Purpose, Use and Exemplars*, Nueva York/Dordrecht, Springer, pp. 37-49.
- Sánchez, V., M. García e I. Escudero (2013), "An analytical framework for analyzing student teachers' verbal interaction in learning situations", *Instructional Science*, vol. 41, núm. 2, pp. 247-269.
- Sánchez-Matamoros, G., C. Fernández, S. Llinares y J. Valls (2013), "El desarrollo de la competencia de estudiantes para profesor de matemáticas de educación secundaria en identificar la comprensión de la derivada en estudiantes de bachillerato", en A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII*, Bilbao, SEIEM, pp. 501-509.
- Sherin, M. G., V. R. Jacobs y R. A. Philipp (eds.) (2010), *Mathematics Teacher Noticing: Seeing Through Teachers' Eyes*, Nueva York, Routledge.
- Tirosh, D. y T. Wood (eds.) (2008), *The International Handbook of Mathematics Teacher Education, Volume 2: Tools and Processes in Mathematics Teacher Education*, Taiwan/Rotterdam, Sense Publishers.
- Torregrosa-Gironés, G., M. J. Haro, M. C. Penalva y S. Llinares (2010), "Concepciones del profesor sobre la prueba y software dinámico. Desarrollo en un entorno virtual de aprendizaje", *Revista de Educación*, núm. 352, pp. 379-404.
- Wells, G. (2002), *Dialogic Inquiry. Towards a Sociocultural Practice and Theory of Education*, 2a. ed., Cambridge, Cambridge University Press.
- Zapatera, A. y M. L. Callejo (2013a), "Pre-service primary teachers' noticing of students' generalization problems", en A. M. Lindmeier y A. Heinze (eds.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 4, Kiel, PME, pp. 425-432.
- Zapatera, A. y M. L. Callejo (2013b), "Cómo interpretan los estudiantes para maestro el pensamiento matemático de los alumnos sobre el proceso de generalización", en A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII*, Bilbao, SEIEM, pp. 535-544.

DATOS DEL AUTOR

Salvador Llinares

Departamento de Innovación y Formación Didáctica,
Universidad de Alicante, España
sllinares@ua.es