

VALORACIÓN DE LA IDONEIDAD DIDÁCTICA EN LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN

Sandra Baccelli, Sergio Anchorena, Stella Maris Figueroa
Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Mar del Plata. (Argentina)
sbaccelli@gmail.com, pollo_mdp@yahoo.com, stellafigueroa@gmail.com

Resumen

Se presenta, en esta comunicación, la valoración de secuencias didácticas de problemas de optimización, en un curso de Ingeniería, de la Universidad Nacional de Mar del Plata. Dicho análisis se realizó en dos secuencias didácticas: la implementada en una intervención didáctica y la tradicional, en comparación con la idoneidad *a priori* de la secuencia diseñada para la intervención didáctica. El marco teórico utilizado es el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición y la Instrucción Matemática (EOS). La valoración se realizó a partir del estudio de la Idoneidad Didáctica con el objetivo producir una mejora en la enseñanza y el aprendizaje de problemas de optimización.

Palabras clave: secuencias didácticas-idoneidad didáctica-enfoque ontosemiótico

Abstrac

This paper shows the evaluation of didactic sequences of optimization problems, in the context of an Engineering course, at the National University of Mar del Plata. This analysis was carried out in two didactic sequences: the one implemented in a didactic intervention and the traditional one, compared to the *a priori* suitability of the sequence designed for the didactic intervention. The theoretical framework used is the Onto-semiotic Approach to Cognition and Mathematical Instruction (OSA). The assessment was made from the study of Didactic Suitability aiming to produce an improvement in the teaching and learning of optimization problems.

Key words: didactic sequences-didactic suitability-ontosemiotic approach

■ Introducción

Numerosas son las dificultades que enfrentan los estudiantes en un primer curso de Cálculo Diferencial en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina. En particular, la problemática recurrente referida a la resolución de problemas de optimización, en el contexto de la derivada. Adquiere importancia el estudio de la resolución de dichos problemas si se piensa en el rol central que tienen las tareas de optimización para los ingenieros que, frecuentemente, tienen como trabajo específico obtener la solución de un problema técnico, maximizando o minimizando el uso de los recursos disponibles.

Con el objetivo de producir una mejora en el proceso de enseñanza y de aprendizaje de problemas de optimización, que permita superar las dificultades manifestadas por los estudiantes, se realizó una intervención a partir de la implementación de una secuencia didáctica en uno de los grupos de Análisis Matemático A, materia que se cursa en el primer año de estudios de las carreras de Ingeniería.

En esta publicación, se presenta la valoración la idoneidad didáctica de dos secuencias didácticas: la implementada en una intervención didáctica, y la tradicional implementada habitualmente, en comparación con la idoneidad *a priori* de la secuencia diseñada para la intervención didáctica. Pretendiendo con ello dar respuesta a si: las dificultades de los estudiantes en la resolución de problemas de optimización ¿pueden originarse en una baja idoneidad de la secuencia didáctica implementada para enseñar este tema en un curso de Cálculo Diferencial?, ¿es posible producir una mejora realizando una intervención educativa?

La presente investigación se enriqueció con metodologías y conclusiones que otros investigadores arribaron sobre el tema. En ese sentido, Dávila (2010) en su tesis doctoral *La Derivada a Partir de Problemas de Optimización en Ambientes Dinámicos Creados con GeoGebra*, analiza la idoneidad didáctica de un proceso de instrucción, orientado a la modelización y a la resolución de problemas de optimización.

El marco teórico que sustenta esta investigación es el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición y la Instrucción Matemática (EOS), (Godino y Batanero, 1994; Godino, Batanero y Font, 2009).

■ Marco teórico

Uno de los conceptos centrales, para el EOS, es el de *práctica matemática* como toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas (Godino y Batanero, 1994). En estas prácticas matemáticas intervienen objetos que emergen de las mismas, pueden ser *ostensivos* (símbolos, gráficos, etc.) y *no ostensivos* (conceptos, proposiciones, etc.). Son ellos los denominados *objetos primarios*: elementos lingüísticos, situaciones-problema, conceptos, procedimientos, argumentos (Godino et al, 2009). Todos estos objetos primarios pueden ejercer el rol de expresión o de contenido de una *función semiótica*. Entendida como la correspondencia entre un objeto primario (antecedente) y el sistema de prácticas matemáticas (consecuente) que activa dicho objeto matemático.

Otro de los constructos, de este enfoque teórico, es la *Idoneidad Didáctica*, que permite realizar el análisis y la valoración del proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, brindando herramientas metodológicas y criterios valorativos para el estudio de la idoneidad didáctica, mediante un sistema de indicadores empíricos que se expresan, interactúan y sirven de guía para la valoración de acciones planificadas o implementadas.

Al respecto del análisis de idoneidad, Pochulu y Font (2011) afirman que:

Este análisis didáctico minucioso, al igual que una radiografía, penetra en la estructura interna de la clase, resaltando aspectos y matices que, si bien pueden parecer obvios después de haber

sido encontrados, se hallan ocultos ante una mirada general y prematuramente valorativa de esta práctica matemática. (pp. 361-394)

El EOS define la Idoneidad didáctica, como la articulación coherente y sistémica de seis componentes. Ellas son: *Idoneidad epistémica*, relativa a los significados institucionales; *Idoneidad cognitiva*, relativa a los significados personales; *Idoneidad interaccional*, relativa a las interacciones docentes-discentes; *Idoneidad mediacional*, relativa a los recursos tecnológicos y temporales; *Idoneidad emocional*, relativa a las actitudes, afectos y emociones; *Idoneidad ecológica*, relativa a las relaciones intra e interdisciplinarias. Esta noción, con sus criterios y dimensiones (Godino, Contreras & Font, 2006; Godino, Bencomo, Font & Wilhelmi, 2007) permite el paso de una didáctica descriptiva–explicativa a una didáctica normativa, esto es, una didáctica que se orienta hacia la intervención efectiva en el aula (Godino, 2011).

■ Metodología

La valoración de la idoneidad didáctica, se realizó a partir de los seis criterios de idoneidad, con sus respectivos componentes y descriptores. Para cada una de las dimensiones se efectuó la comparación entre lo pretendido a partir del diseño de la secuencia (a priori), lo implementado (a posteriori) y una secuencia tradicional de la materia. A excepción de la idoneidad epistémica, a priori y a posteriori, de la secuencia propuesta, cuya valoración es invariante del momento en que se efectúe. Para dicha comparación, se consideró una escala de cinco grados: baja (b hasta un 20%), media-baja (mb de 20% a 40%), media (m hasta de 40% a 60%), media-alta (ma de 60% a 80%) y alta (a de 80% a 100%). El porcentaje asignado estuvo de acuerdo a los descriptores presentes en cada una de las seis idoneidades, en la secuencia didáctica valorada. Los componentes y descriptores que operativizan cada idoneidad son los formulados por Godino et al (2007).

Se definieron, también, seis funciones semióticas (Tabla 1) que, de estar establecidas por los estudiantes, conducen a la resolución satisfactoria de los problemas de optimización analizados. Asimismo, dejan al descubierto las dificultades que están asociadas a los errores más frecuentes cometidos por los estudiantes en sus razonamientos.

Tabla 1. *Funciones semióticas intervinientes en la resolución de problemas de optimización*

<i>Antecedente</i>	<i>Función semiótica</i>	<i>Consecuente</i>
Condición del problema	F_1 →	Relación entre variables que debe presentarse en la función a optimizar
Función área en dos variables	F_2 →	Identificación de la función a optimizar en dos variables
Función a optimizar en una variable	F_3 →	Re-expresión en función de una sola variable la función área

Derivada de la función	$\xrightarrow{F_4}$	Función obtenida a partir de la aplicación de reglas de derivación a la función a optimizar
Punto crítico	$\xrightarrow{F_5}$	Obtención del valor que hace cero la derivada primera o que no la define
Criterios para determinar si un valor crítico es un extremo relativo	$\xrightarrow{F_6}$	Variación del signo de la derivada primera en un entorno del punto crítico o signo de la derivada segunda en dicho punto o variación de la función en un entorno

Las funciones definidas se utilizaron como instrumento para realizar análisis de índole cualitativo, detectando las dificultades, y también en un sentido cuantitativo, comparando las producciones de los estudiantes antes y después de la intervención didáctica (Baccelli, 2017), en los dos grupos con los que se trabajó, la Comisión 1 (no intervenidos) y la Comisión 5 (intervenidos).

■ Resultados y discusión

Los resultados de la valoración de las secuencias didácticas, tanto la implementada como la tradicional, se obtuvieron a partir del análisis de la presencia o no de los descriptores, para cada componente, según la idoneidad evaluada. Dicha valoración se realizó por medio de tablas que brindan el detalle de los porcentajes obtenidos para ubicar a cada idoneidad en el grado correspondiente.

Se muestra en este trabajo, una parte del análisis realizado, para la valoración de la idoneidad epistémica y de la cognitiva, a modo de ejemplo.

Considerando que una secuencia didáctica tendrá mayor idoneidad epistémica cuando las prácticas implementadas (o pretendidas) sean acordes al nivel educativo, y relativas a las prácticas operativas y discursivas que se requieran, se muestra, en la Tabla 2, cómo se operativizó la valoración, en la secuencia tradicional en uno de los grupos, y en la secuencia en el grupo que se realizó la intervención educativa.

Tabla 2. Valoración de la Idoneidad epistémica en las dos secuencias

COMPONENTES	DESCRIPTORES	Secuencia tradicional	Secuencia en la intervención
<i>Situaciones-problemas</i>	Selección de una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación	-	✓
	Propuesta de situaciones de generación de problemas	-	✓

<i>Lenguaje</i>	Uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), traducciones y conversiones entre los mismos	-	✓
	Nivel del lenguaje adecuado a quienes se dirige	✓	✓
	Propuesta de situaciones de expresión e interpretación	-	✓
<i>Elementos regulativos (Definiciones, proposiciones, procedimientos)</i>	Definiciones y procedimientos clara y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo al que se dirigen	✓	✓
	Presentación de los enunciados y procedimientos fundamentales del tema, según el significado de referencia y el nivel educativo	-	✓
	Propuesta de situaciones para la generación y negociación de las reglas	-	✓
<i>Argumentos</i>	Adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones, al nivel educativo a que se dirigen	-	✓
	Se promueven momentos de validación	-	✓
<i>Relaciones (conexiones, significados)</i>	Relación y articulación significativa de los objetos matemáticos puestos en juego (situaciones, lenguaje, reglas, argumentos) y las distintas configuraciones en que se organizan	-	✓

La Tabla muestra un grado alto (a, 100% de descriptores presentes) para la idoneidad epistémica en la secuencia implementada en la intervención y un grado bajo (b, 18% de descriptores presentes) en la tradicional. En ambas secuencias, los enunciados fueron claros y adaptados, pero no así la propuesta de generación de reglas, ya que en la tradicional sólo se proponían problemas que no promovían ni el establecimiento de las funciones semióticas definidas, imposibilitando la emergencia de los objetos matemáticos esperados. La secuencia implementada en cambio se diseñó pensando un trabajo grupal con momentos de discusión e institucionalización que permitiera la negociación de reglas y la superación de conflictos a partir del establecimiento de la mayor cantidad de funciones semióticas.

Para realizar la valoración de la idoneidad cognitiva, pensada como el grado en que los significados implementados (pretendidos) son adecuados, es decir, que están en la zona de desarrollo potencial de los

estudiantes (Vygotski, 1934), se confeccionó la Tabla 3 que muestra los componentes y descriptores que operativizan este constructo.

Tabla 3. Valoración de la Idoneidad cognitiva en las dos secuencias

<i>COMPONENTES</i>	<i>DESCRIPTORES</i>	<i>Secuencia tradicional</i>	<i>Secuencia en la intervención</i>
<i>Conocimientos previos (Componentes similares a la dimensión epistémica)</i>	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien porque se han estudiado anteriormente o porque el profesor planifica su estudio) 	✓	
	<ul style="list-style-type: none"> Los significados pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes 	-	
<i>Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales</i>	<ul style="list-style-type: none"> Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo 	-	
<i>Aprendizaje</i>	<ul style="list-style-type: none"> Los diversos modos de evaluación muestran la apropiación de los conocimientos / competencias pretendidas o implementadas 	-	

La Tabla muestra un grado medio-alto (m-a, 75% de descriptores presentes) para la idoneidad cognitiva en la secuencia implementada y un grado bajo (b, 18% de descriptores presentes) en la tradicional.

Es de observar que el primer descriptor está presente en ambas secuencias valoradas, ya los estudiantes tenían, al momento de la valoración, estudio completo de las funciones como conocimiento previo. En cambio, en cuanto a la valoración del descriptor relativo a la apropiación de los conocimientos, se advierte presente en la secuencia de la intervención pero no en la tradicional.

Tal afirmación se realizó por medio de la comparación de las funciones semióticas que establecían los estudiantes de los dos grupos. Se muestra, en la Figura 1, un ejemplo de resolución de un estudiante que estableció todas las funciones semióticas en el siguiente problema: *Se quiere construir una caja de cartón de base cuadrada, abierta (sin tapa) de 32 dm³ de volumen. Calcular las dimensiones para que dicha*

caja tenga superficie mínima. Además, se incluyen los porcentajes de establecimiento de cada función semiótica en cada grupo.

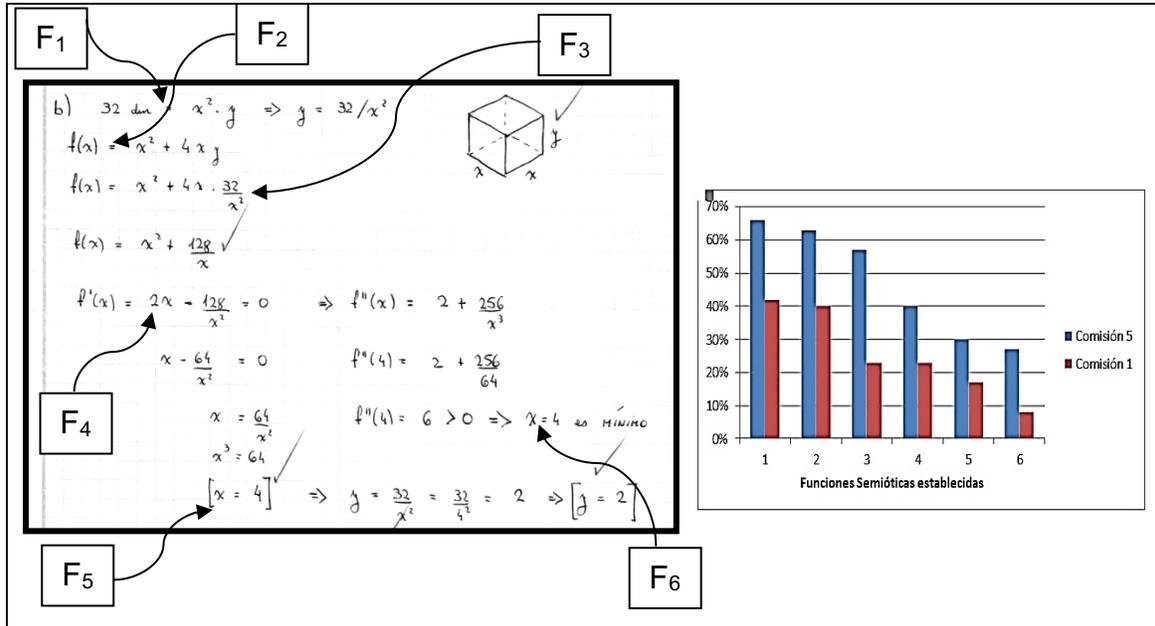


Figura 1. Resolución de un estudiante que establece todas las funciones semióticas en el problema y porcentaje de estudiantes que establecieron las funciones semióticas para las dos comisiones.

La descripción de lo realizado en cada secuencia, para la valoración de cada una de las dimensiones de la idoneidad didáctica con sus respectivos descriptores, se encuentra detallada en las investigaciones en el marco del Análisis didáctico de las resoluciones de Problemas de Optimización en carreras de Ingeniería (Bacelli, 2017).

Finalmente todo el análisis de valoración realizado, por medio de los criterios de idoneidad, se puede visualizar resumidamente en la Figura 2. El hexágono regular representa la idoneidad didáctica, *a priori*, considerada como alta. El hexágono irregular sombreado representa la idoneidad de la secuencia implementada en la intervención, *a posteriori*. Y por último la idoneidad de la secuencia tradicional de la materia, representada por el hexágono irregular interior a los dos anteriores. Los hexágonos que representan los procesos de instrucción implementados son irregulares, ya que es difícil que todos los criterios alcancen el mismo nivel, mientras que en un proceso ideal todos deben tener el grado máximo.

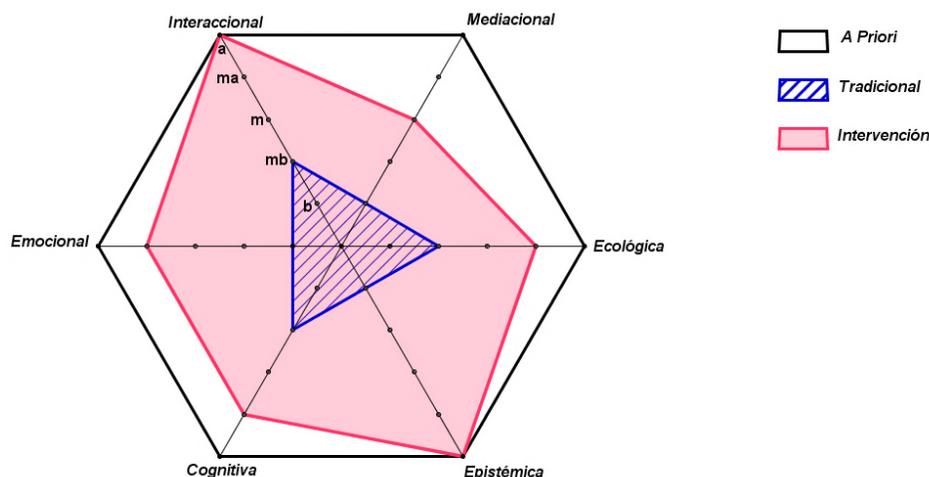


Figura 2. Idoneidad didáctica. Fuente: Baccelli, 2017.

Al comparar las idoneidades valoradas con el hexágono regular es de resaltar que: en la secuencia tradicional de la materia todas las idoneidades se observan medias-bajas o bajas. En cambio, las idoneidades referidas a la secuencia implementada a posteriori, todas se mantienen en el grado medio-alto o alto con excepción de la idoneidad mediacional.

■ Conclusiones

El análisis de la idoneidad didáctica realizado, permitió concluir que secuencia tradicional de la materia, implementada en ese momento, tenía una baja o media-baja idoneidad en todas sus dimensiones. En cambio, en la secuencia implementada en la experiencia didáctica, el mejoramiento de idoneidad didáctica es notorio en todas sus dimensiones.

Esta comparación de idoneidades didácticas, dio respuesta a las preguntas planteadas, concluyendo que es posible producir una mejora a partir de la realización de una intervención educativa. El establecimiento de la diferencia entre lo “esperado”(a priori máxima idoneidad) y lo “alcanzado”(a posteriori), tanto en la secuencia implementada como en la tradicional, permitió responder a: ¿qué ha sucedido en cada secuencia y por qué?, desde diferentes dimensiones: la epistémica, la cognitiva, la interaccional, la mediacional, la ecológica y la emocional.

La determinación de la red de funciones semióticas representó una herramienta teórico-metodológica potente, no solo en la detección de dificultades, sino también un insumo para el diseño de intervenciones que permitieran superar los errores detectados en las resoluciones de los estudiantes.

El estudio de la idoneidad didáctica es una herramienta cuya aplicación da lugar a una progresiva mejora, facilitando el paso de una didáctica descriptiva-explicativa a una didáctica que se orienta hacia la intervención efectiva en el aula. Proporciona, también, una guía para la mejora en un proceso de enseñanza y aprendizaje en condiciones semejantes sobre el objeto “problemas de optimización”.

■ Referencias bibliográficas

- Bacelli, S. (2017). *Análisis didáctico de las resoluciones de problemas de optimización en carreras de ingeniería* (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Mar del Plata, Mar del Plata, Argentina. Disponible en <https://sites.google.com/site/tesisdelosmiembrosdelgrupo/>
- Dávila, M. T. (2010). *La Derivada a Partir de Problemas de Optimización en Ambientes Dinámicos Creados con GeoGebra*. Tesis doctoral no publicada. Universidad de Sonora. México.
- Godino, J. D., Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-355.
- Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26 (1), 39-88.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2007). *Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Recuperado el 12 de agosto de 2011 de: http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/pauta_valoracion_idoneidad_5enero07.pdf
- Godino, J. D., Batanero, C., Font, V. (2009). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Versión ampliada del artículo: Godino, J.D., Batanero, C. & Font, V. (2007). The Onto-Semiotic Approach to Research in Mathematics Education, *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135. Recuperado el 16 de octubre de 2012 de: <http://www.ugr.es/local/jgodino>
- Godino, J. D. (2011). *Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. Actas del XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil. Recuperado el 19 de agosto de http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2679/1140.
- Pochulu, M., Font, V. (2011). Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 14 (3), 361-394.
- Vygotski, L.S. (1934). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Crítica-Grijalbo.