

Profesores de matemáticas reflexivos: formación y cuestiones de investigación¹

PABLO FLORES MARTÍNEZ

Universidad de Granada

Resumen:

La actual caracterización cognitiva de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas nos lleva a concebir al profesor como un sujeto único, cambiante, que desarrolla su papel práctico profesional con una intención principalmente ética. Para ello tiene que generar una práctica versátil, regida por una actitud reflexiva. El término profesor reflexivo se ha convertido en un referente constante, pero vago, en proyectos docentes e investigadores. Para poder concretar planes de formación profesional del profesor de matemáticas reflexivo, y para analizar el desarrollo de estos profesores y su relación con el conocimiento profesional, se hace preciso caracterizar este término: profesor de matemáticas reflexivo. En esta ponencia describiremos algunas variables que se utilizan en las investigaciones sobre la caracterización y formación de profesores de matemáticas reflexivos. Para ello adoptaremos algunos referentes teóricos, y presentaremos las investigaciones que estamos llevando en esta línea, en la que se pretende caracterizar el proceso de reflexión de estudiantes de la asignatura Prácticas de Enseñanza de Matemáticas, en la Licenciatura de Matemáticas.

Introducción

En la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM) nos ocupamos de problemas de investigación y de los que tenemos como investigadores, pero no podemos evitar el pensar en los problemas docentes de los educadores matemáticos, y, especialmente, en aquellos que nos ocupan en nuestro trabajo docente, relacionados con cómo formar profesores de matemáticas o maestros que atiendan la formación matemática de los niños de primaria. No es fácil articular nuestras actuaciones como profesores y como investigadores, ya que la inercia lleva, a menudo, a mezclar criterios de racionalidad. Esta situación es especialmente conflictiva en la investigación sobre *desarrollo y conocimiento profesional de profesores de matemáticas*, ya que los objetos de atención somos nosotros o nuestra práctica docente. Esto hace que se despiertan expectativas en nuestra comunidad de prácticas, pues se esperan aportes significativos para poder utilizarlos en el aula. A veces se utilizan y no siempre de manera coherente en los proyectos docentes para la promoción profesional.

En esta sesión de seminario, que pretende presentar agendas de investigación que se están llevando a cabo sobre formación de profesores de matemáticas, voy a hacer una modesta aportación presentando los trabajos que estamos llevando a cabo en la Universidad de Granada, tratando de analizar cómo aprenden los estudiantes para

¹ El presente trabajo ha sido realizado en el marco del Grupo de Investigación FQM-0126 del Plan Andaluz de Investigación, "Teoría y Métodos de investigación en Educación Matemática", del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

profesor, alumnos de la asignatura Prácticas de Enseñanza, que hasta este año se ha estado impartiendo en quinto curso de la Licenciatura de Matemáticas de la Universidad de Granada.

Mi carrera profesional como formador de profesores se inicia después de una amplia experiencia como profesor de matemáticas de secundaria. La formación investigadora y el desarrollo profesional como formador de profesores de matemáticas se han visto influidos por la visión del profesor de matemáticas que acarrea de mi historia profesional previa. A partir de caracterizar al profesor de matemáticas de secundaria como un profesional práctico reflexivo, he dirigido la atención, tanto formativa como investigadora, a idear estrategias formadoras y a analizar cómo reaccionan ante ellas los estudiantes para profesor de matemáticas durante su formación inicial. En este proceso se han visto implicados mi actitud reflexiva ante la enseñanza como mi desarrollo como investigador. Esto ha propiciado que no siempre haya distinguido con claridad mis aportes innovadores en formación de profesores de matemáticas, de los investigadores.

En los trabajos que presento están imbricados el desarrollo profesional como formador de profesores, la innovación en este campo, y la investigación sobre el tema. Trataré de justificar esta circunstancia al describir la posición educativa en la que me sitúo. Para ello el texto comienza por describir al profesor de matemáticas como un profesional práctico reflexivo, indicando qué se entiende en la literatura por estos términos. A continuación presentaré mis aportaciones a la línea de investigación, mostrando que el paradigma interpretativo en el que me sitúo, hace que se vea implicado en el proceso investigador, el desarrollo profesional del formador. Esto da lugar a que la investigación se pueda caracterizar como una *investigación sobre la práctica formativa* (Ponte 2002). Con la inclusión de observadores externos pretendemos llegar a analizar la reflexión que llevan a cabo los estudiantes para profesor durante momentos determinados del curso.

1. CARACTERÍSTICAS DEL PROFESOR Y LA FORMACIÓN: EL PROFESOR COMO PROFESIONAL CRÍTICO Y REFLEXIVO

En la actualidad la tarea del profesor de matemáticas de secundaria va dirigida a colaborar en el desarrollo de los alumnos, partiendo de que cada uno de ellos es un sujeto único, distinto y cambiante, tanto por su individualidad, como por las condiciones socioculturales en las que se ubica. Para poder realizar esta tarea el docente tiene que disponer de principios de actuación versátiles, que le permitan adaptarse a las distintas etapas que atraviesa en su desarrollo profesional, pero que a la vez le permitan adoptar soluciones bien pensadas.

Si partimos de esta concepción de la docencia tenemos que dejar de lado la profesionalización artesanal, basada en la generación de hábitos sólo por medio de la práctica. La formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria tiene que considerarse como promotora y favorecedora de desarrollo profesional del profesor. En la formación inicial, el estudiante tiene que ejercitarse en identificar y resolver situaciones conflictivas, poniendo en juego estrategias racionales, para afrontar la práctica docente, en la que la mayoría de las veces hay que actuar con premura. Este planteamiento lleva a proponer que los profesores generen actitudes reflexivas (Schön, 1992) con las que puedan contemplar la situaciones habituales docentes, y afrontar las cuestiones profesionales que se van planteando (Stenhouse, 1984; Elliot, 1993).

Por desgracia el término *profesor profesional reflexivo* ha pasado a ser un lugar común, que a veces se ha empleado sin significado claro. Para poder utilizarlo como definidor

de perfil o de competencia profesional del profesor es necesario examinar qué (y por qué) se entiende por profesional práctico reflexivo.

María Moliner (1997) nos dice que *reflexionar* es *Examinar un sujeto sus propios estados íntimos y pensamientos. (“en y sobre”) Pensar sobre algo que se va a hacer o la conducta que se va a seguir.* (p. 969). Ferrater Mora (1979) nos muestra la importancia que ha tenido en la filosofía el término *reflexión*. Para caracterizarlo recuerda que las ideas psicológica y metafísica de *reflexión* provienen de la “*reflexión de una sustancia material*”, con lo que se trata de una “*vuelta hacia si misma de la realidad espiritual*”. *En el caso del sujeto humano, la reflexión es el cambio de dirección de un acto mental, y específicamente de un acto intelectual, por medio del cual el acto invierte la dirección que lo lleva hacia el objeto y lo vuelve hacia sí mismo* (Ferrater, 1979, p. 2807). En su estudio de la idea de reflexión a través de diferentes escuelas filosóficas, destaca que se considera como una “operación de segundo grado”, ya que no se ocupa de las impresiones directas (datos), sino de elaboraciones a partir de ellos. Además la actuación reflexiva exige tener conciencia del acto reflexivo.

En educación se considera a Dewey (1989, original de 1933) como el precursor en el uso del término para referirse a una cualidad del profesor. En los escritos de Dewey (1989) se relaciona la reflexión con el pensamiento, ya que para él la reflexión comienza cuando la experiencia se torna difícil al surgir algún acontecimiento problemático que no puede ser resuelto inmediatamente. Para Dewey la reflexión es un proceso de resolución de conflictos, de dudas, a la vez que una actitud de disposición a revisar la actuación. Se ha señalado que el primer sentido coincide con caracterización que hace Descartes del pensamiento sistemático, pero además añade la implicación de la conciencia en el proceso reflexivo. Consideramos que en nuestro ámbito² ha sido citada la idea de reflexión de Dewey como el origen de los trabajos actuales sobre reflexión, por la relación directa que tiene con la actuación del profesor, y por compartir los ideales humanísticos del autor norteamericano. Para Dewey el principal propósito de los cursos de formación de profesores debe ser ayudarlos a reflexionar sobre su práctica profesional (Mewborn, 1999). Pero la corriente del profesor reflexivo que ha cobrado realce en la actualidad une a la concepción humanística de la educación el énfasis en la epistemología de la práctica, tal como ha aportado Schön (1992).

Schön (1983, 1992) ha remarcado las diferencias que existen entre la racionalidad teórica y la racionalidad práctica que utilizan los profesionales. Para Schön, el profesional reflexivo (que, como el profesor, se enfrenta a situaciones que son inciertas, inestables, singulares, y en las que a veces aparecen conflictos de valor) reflexiona *para*, pero también *en y sobre* su acción, para la resolución de las situaciones prácticas. Pero esta reflexión es la que colabora en su desarrollo, permitiéndole aprender desde su desempeño práctico. Por tanto el conocimiento del profesional reflexivo no precede a la acción, sino que está implicado con el conocimiento práctico, que deriva y está en la acción misma. Para remarcar la importancia de estas ideas tenemos que destacar algunas consideraciones importantes. Desde la perspectiva de Schön el profesional está en condiciones de valorar lo que ha sido significativo en el contexto de su acción, por lo que para ampliar su conocimiento práctico (concebido como conjunto de casos), tiene que llevar a cabo un análisis crítico de su tarea, de sus teorías en la acción y de las medidas de control, pero siempre desde los criterios valorativos que genera en su acción. Con esta perspectiva se enfatiza la separación entre la investigación que genera conocimiento teórico, de la que va encaminada a generar conocimiento práctico

² En el ámbito norteamericano la influencia de Dewey tiene otras implicaciones.

profesional. A menos que, como dice Schön, se considere que la práctica es un modo de investigar. Se refuerza esta idea si como Schön, se acepta que el profesional reflexivo tiene una actuación artística, no una actuación técnica, ya que su actuación realiza valores, a la vez que busca logros. Con ello se vuelve a realzar la racionalidad práctica educativa en el sentido aristotélico Contreras (1997), lo que aleja al profesor reflexivo del profesional tecnológico. De este argumento destacamos que el conocimiento práctico profesional no es conocimiento tecnológico, por lo que no puede provenir de una investigación de corte positivista.

Contreras relaciona la postura de Schön sobre los profesionales prácticos, con la propuesta educativa de Stenhouse (1984) referida al profesor investigador de su práctica, pese a hacer propuestas con algunas diferencias.

Perrenoud (2004, original de 2001) recuerda que Schön introduce la idea de profesional reflexivo para oponerse a la llamada “preparación científica”, de aquellos profesionales en los que ha predominado un paradigma tecnológico de formación. Pero, tal como indica Perrenoud, el paradigma tecnológico no ha calado suficientemente en el profesor profesional, y sólo algo en la formación de profesores. Contraponer la racionalidad práctica con la teórica tal como apoya Schön sólo puede tener sentido en aquellas profesiones en las que el colectivo haya aceptado esta racionalidad. Por tanto la propuesta de Perrenoud es: *extender las bases científicas de la práctica, allí donde existan, [pero además] (...) no mitificarla, desarrollando formaciones que articulen racionalidad científica y práctica reflexiva como caras de la misma moneda* (Perrenoud, 2004, p. 16).

Nosotros consideramos la raíz del concepto actual del profesor como profesional práctico reflexivo³ en los trabajos de Schön (1983), quien remarca la importancia de tomar en consideración la epistemología de la práctica (la racionalidad práctica), para estudiar la formación de estos profesionales. La idea de Stenhouse (1984) nos ayuda a concretarla a la función docente, sin perder de vista la visión crítica sobre la educación que utiliza este autor (Stenhouse 1984, Elliot, 1993).

Aceptado que al profesor como un profesional práctico reflexivo, necesitamos caracterizar estos elementos para describir tanto las acciones formativas como los análisis investigadores. La idea de profesor profesional ha quedado ampliamente estudiada en educación matemática (Nodding 1992, Romberg, 1988). El término *práctico* alude a las descripciones que ha establecido Schön, tanto por la racionalidad de la práctica, como por la concepción aristotélica del término (Contreras, 1997). La idea de reflexión ha necesitado caracterizaciones más precisas. Hatton y Smith (1995) indican algunos interrogantes importantes sobre la idea de reflexión que nos permiten establecer dimensiones de la misma: a) ¿Se limita la reflexión al pensamiento sobre la acción, o va más allá?, b) ¿En qué marcos temporales tiene lugar la reflexión?, c) ¿La reflexión tiene que centrarse en problemas? y d) ¿En qué grado tiene que ser consciente, el profesor reflexivo, de los aspectos históricos, culturales y políticos, o de las creencias sobre el marco en el que se construye el problema? En relación al marco temporal, Van Manen (1998), que utiliza el término reflexión para profundizar en la formación de lo que él llama *tacto educativo*, y que tiene una intención de hábito intuitivo, distingue tipos de reflexión, según el momento en que se realiza y la intención de la misma: *Reflexión anticipativa* (para la acción), que puede tener dos formas, “reflexión sobre las

³ Ver un interesante análisis sobre el profesor reflexivo en Fendler (2003). Teacher reflection in hall of mirrors: historical influences and Political Reverberations. *Educational Researcher*, Vol. 32, nº 3, pp. 16-25.

situaciones pedagógicas”, antes de afrontarlas, y “reflexión en la planificación de las clases”, más sistemática; *Reflexión activa o interactiva*, que permite al profesor afrontar problemas que aparecen *en la acción*; *La conciencia de la actuación* constituye otro tipo de reflexión, que exige una separación entre los dos tipos de egos: Yo y mí; *La reflexión sobre los recuerdos* (sobre la acción) le ayuda a dar sentido a las experiencias pasadas, y de esta forma, conseguir perspectivas sobre el significado de esas experiencias. Por tanto hay diversos momentos de reflexión que podemos identificar en la actuación de los profesores, y que hay que planificar, ejercitar y promover en la formación inicial de profesores de matemáticas.

También analiza Van Manen (1977) algunos aspectos de la reflexión que tienen que ver con la cuestión d) de Hatton y Smith (1995), estableciendo niveles de reflexión, inspirados en la visión de Habermas (Contreras 1997), y fijando su atención en las expectativas que tienen los profesionales al afrontar los problemas así como en sobre qué reflexionan: i) *Racionalidad técnica* (Nivel empírico-analítico), en el que la reflexión se basa en la aplicación eficaz de las habilidades y conocimientos técnicos, así como en la selección y el uso adecuado de estrategias didácticas; ii) *Acción práctica* (Nivel hermenéutico-fenomenológico) en el que la reflexión pretende comprender la interacción entre los individuos, en nuestro caso, el profesor hace explícitas las suposiciones en las que descansan sus acciones profesionales; iii) *Reflexión crítica* (Nivel crítico-teórico), en la que llega a cuestionar los criterios morales, éticos y normativos relacionados directa o indirectamente con el aula y atañe a los supuestos que limitan o modelan la práctica, empleando una teoría emancipatoria de la verdad.

Los niveles de reflexión de Van Manen (1977) se distinguen por los focos de reflexión y por la naturaleza del conocimiento demandado, y nos permiten entender si un profesor evoluciona en su reflexión. Un profesor ampliará su ámbito de reflexión en cuanto llegue a realizar una reflexión de un nivel más avanzado, pero siendo capaz de diferenciar cuál es la racionalidad que prima en el problema concreto que se afronta. Así por ejemplo, supongamos un estudiante que afronta la enseñanza de los *números enteros* en ESO, y observa las dificultades que tienen los alumnos para “aprender” (en el sentido amplio del término) las “reglas de los signos”. En un nivel de reflexión técnica podría pasar de considerar que los alumnos “no estudian lo suficiente” a buscar investigaciones experimentales que analicen cuál de las reglas mnemotécnicas es más adecuada para que los alumnos aprendan estas reglas, buscando mayor eficacia positivista. Desde una reflexión práctica puede analizar los aspectos fenomenológicos sobre los enteros y sus operaciones, las limitaciones de cada modelo, y realizar un dialogo investigador con su propia puesta en práctica. Por último, la reflexión crítica le puede hacer plantearse la significación de la inclusión de los enteros en el currículo de la ESO, y el significado del fracaso escolar de los alumnos en relación a los fines educativos. Una reflexión crítica sin apoyo en una acción práctica puede quedar en el terreno de la justificación ingenua de las acciones educativas. En Peñas (2003) se puede apreciar el proceso de reflexión llevado a cabo por la autora, profesor particular de un alumno de ESO, concerniente a la enseñanza y el aprendizaje de los enteros.

En Educación Matemática han proliferado las investigaciones y procesos formativos, que parten de considerar que el profesor de matemáticas es un *profesional práctico reflexivo*, y que promueven y analizan la reflexión de los profesores. Algunos de estos trabajos, especialmente los dirigidos por Cooney, en la Universidad de Athens, Georgia, van acompañados de propuestas de formación. (Cooney, 1999, 2001; Cooney, Shealy y Arvold, 1998; Mewborn, 1999) y establecen variables para analizar la

reflexión. Suelen destacar para ello los sistemas de creencias⁴, las dimensiones que caracterizan los estadios de los esquemas de Perry⁵ (lugar en qué sitúan la autoridad y argumentos que la sustentan; organización de los argumentos, implicación con la práctica y con el contexto, etc.), u otros esquemas de desarrollo adulto. Para ello asumen la definición de reflexión de Von Glaserfeld (1991): *actuación de un individuo que se distancia de los hechos de la experiencia directa y se representa un fragmento de esta experiencia y lo contempla como tal, mientras es consciente de qué cosas son hechos y cuáles no*. Como Cooney (2001) destaca, el proceso de reflexión *parte de detectar una situación de duda e implica un distanciamiento de la realidad* (Von Glaserfeld, 1991) *que permite poner en evidencia las propias creencias sobre la cuestión para poder confrontarlas con la evidencia empírica*.

Inspirados en estos autores la línea de investigación sobre la formación y el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas como prácticos reflexivos ha continuado con otras investigaciones y revisiones teóricas (Melvin y Goldenberg, 1998, Artz, 1999, Artz, Armour & Thomas, 1999, Mewborn, 1999, Ponte, 2002, y Bjuland, 2004, entre otros)⁶. Tzur (2001) describe una reflexión sobre su desarrollo profesional como profesor y como formador de profesores de matemáticas. Climent (2002) analiza el desarrollo profesional de una maestra que participa en un grupo de innovación que dirige la investigadora, utilizando la reflexión como una de las dimensiones para caracterizar el desarrollo.

En nuestros trabajos, el profesor profesional práctico reflexivo, reúne las siguientes disposiciones y hábitos (Perrenoud, 2004) profesionales:

- A ***percibir situaciones*** del entorno que requieren una actuación racional de su parte.
- A ***distanciarse*** de ellas para poder analizar sus elementos
- A ***explicitar y examinar*** los elementos que condicionan esas situaciones, incluidos los derivados de sus creencias o esquemas ***implícitos***.
- A ***recurrir a otras fuentes*** (a compartir con iguales, a aportes externos, a fuentes profesionales, etc.) para buscar otras formas de interpretar las situaciones y de responder a las mismas

Cuando nos referimos a la formación inicial de profesores, no podemos hablar aún de disposiciones profesionales ante los problemas profesionales, sino de “disposiciones” que muestran “cuando se relacionan con los problemas de la futura profesión”, ya que los problemas profesionales no les han surgido a los estudiantes a través de una verdadera situación profesional (no son responsables de las consecuencias ni de los alumnos, no sienten la actuación como su razón de actuar, etc.). Si bien esta es una limitación importante, no podemos olvidar que la formación inicial tiene que afrontar la formación de hábitos de reflexión, y que estos habrá que situarlos en las situaciones problemáticas tal como las percibe el estudiante para profesor, si queremos que en algún momento adquiera esta competencia (Perrenoud, 2004).

⁴ Green, T.F. (1971), *The activities of teaching*, New York, M Graw Hill.

⁵ Perry, W.G. (1970), *Forms of intellectual and ethical development in the collage years*, New York, Holt, Rinehart & Winston.

⁶ Una referencia más amplia de muchas de estas investigaciones puede verse en Peñas (2002)

2.: PROCESO DE FORMACIÓN E INVESTIGACIÓN: DE INVESTIGACIÓN SOBRE LAS CREENCIAS A INVESTIGACIÓN SOBRE LA REFLEXIÓN

Desde que llegué al Departamento de Didáctica de la Matemática me he interesado por la formación de profesores en la Licenciatura de Matemáticas, especialidad de Metodología, especialmente en la faceta que tiene más relación con la actuación del profesor, que se concreta en la asignatura Prácticas de Enseñanza de Matemáticas⁷. En ella los estudiantes tienen un referente práctico inminente, el período de prácticas en los institutos durante un mes. Por tanto permite interactuar con los estudiantes antes, durante y después de su contacto con la práctica. Se ha realizado en varios artículos las características de los estudiantes de la Licenciatura de Matemáticas (gran cantidad de créditos de Matemática formal, expectativas técnicas, etc. Sánchez y Llinares, 2003, Flores, 1998a).

Para presentar mis trabajos en la agenda de investigación *Conocimiento y desarrollo profesional del profesor de matemáticas*, quiero destacar áreas de trabajo, apoyos teóricos de referencia y algunos resultados. Pero, tal como he señalado al principio, siento que, en toda mi actuación, se percibe la dificultad de separar el aspecto formativo del investigador, y, si se consigue, es en momentos puntuales. Al asumir como problema investigador *cómo aprende el estudiante a reflexionar*, hay que crear un marco en el que se promueva la reflexión, lo que obliga al formador a “reflexionar sobre su práctica formativa”, lo que lleva a una actuación como “formador de profesores investigador”. Por tanto me veo en la necesidad de acompañar el relato de los trabajos con la etapa de desarrollo profesional como *formador de profesores* y como *investigador*. Voy a distinguir para simplificar, tres etapas:

Etapa 1: Formación investigadora

Al principio de mi trabajo en el Departamento de Didáctica de la Matemática coinciden e interfieren la tarea profesional formativa con la intención de formarme como investigador. La experiencia docente práctica previa me hace centrarme en los futuros profesores de secundaria, a los que contemplo desde la perspectiva de quien puede compartir con ellos la tarea práctica docente en los institutos en un futuro mediato. El contraste con la práctica profesional que acarreo, la educación matemática de adolescentes que no se plantean su futuro profesional ni la utilidad de lo que aprenden, me hace percibir, a los estudiantes de la Licenciatura, como adultos que saben lo que necesitan para su tarea profesional. Por ello mis intenciones investigadoras se dirigen a detectar las intenciones profesionales y discentes de los estudiantes: “qué tienen que saber para enseñar Matemáticas”. Los análisis sobre las necesidades y expectativas formativas de los estudiantes, me introducen en la idea de *desarrollo profesional docente*, al comprender que los estudiantes hacen sus demandas a partir de las representaciones que se hacen de la tarea del profesor de matemáticas, representaciones que son muy difíciles de alterar al estar sustentadas sobre las creencias que han generado sobre la docencia y sobre las matemáticas en su vida discente. Paso entonces a examinar las creencias y concepciones de los estudiantes, culminando con mi tesis doctoral sobre este asunto (Flores, 1998, original de 1995). En ella trato de *describir las concepciones y creencias que tienen los estudiantes sobre las matemáticas, sobre la enseñanza de las matemáticas y sobre cómo aprenden los alumnos y analizar si*

⁷ Se caracteriza esta asignatura en Flores, 2000 y Rico y Flores, 1997.

cambian en un curso en que tienen contactos con la práctica docente. Para estudiar estos constructos (concepciones y creencias) utilizo una metodología cualitativa, basada en análisis de contenido de las producciones.

Etapas 2: Formación de profesores reflexivos

Mi evolución investigadora me muestra la dificultad de cambiar las creencias de los estudiantes, que corresponden a su estado de desarrollo profesional. Surgen así dos líneas de profundización paralelas, una que pretende *caracterizar al profesor en su desarrollo profesional* y otra que *estudia el proceso de “cambio”*. La primera terminará por conceptualizar al profesor como un *profesional práctico reflexivo*, mientras que la segunda será el inicio de una línea de trabajo que se sitúa a medio camino entre la divulgación matemática y la búsqueda de elementos evocadores relacionados con las matemáticas.

En esta etapa el problema profesional que intento abordar como formador es: *Cómo hacer que los estudiantes se relacionen de manera significativa con el conocimiento profesional*. Para ello emprendo un proceso de *investigación sobre la práctica formativa*⁸.

Distingo dos subetapas en esta investigación sobre la práctica formativa. Lo más destacable de la primera subetapa es la planificación de una parte de la asignatura Prácticas de Enseñanza de Matemáticas, en la que los estudiantes tienen que reflexionar sobre una cuestión profesional, que hayan detectado durante las prácticas, e impartir una clase a sus compañeros sobre dicha cuestión⁹. Para realzar en los estudiantes la conciencia del proceso que han vivido consigo que escriban algunos artículos sobre el mismo¹⁰. El trabajo de uno de los grupos adquiere forma de artículo compartido entre el formador y los estudiantes, cada uno contando su punto de vista sobre la experiencia (Flores, Mercado y Vázquez, 1996).

La segunda parte de esta etapa se dedica a aclarar el concepto de reflexión. En ella tiene un papel importante la introducción del Ciclo de Smyth (Smyth, 1991)¹¹. Para Smyth (1991) reflexionar consiste en llevar a cabo un proceso cíclico, que arranca de la fase de *descripción* de un problema, se continúa con la explicitación de los presupuestos en que se basa (fase de *información*), para poder ponerlo en común con otros en un proceso dialéctico (fase de *confrontación*), después de lo cual se puede formular de otra manera (fase de *reformulación*). Esta idea de reflexión cíclica y con etapas bien definidas permitieron concretar lo que entendíamos por profesor reflexivo, no sólo como ideal formativo, sino como metodología de actuación. El análisis de la actuación con el ciclo de Smyth permite aclarar el proceso y las cuestiones que se han tratado en el mismo.

⁸ Para Ponte (2002, p. 16) en una investigación sobre la práctica hay que distinguir cuatro momentos o etapas: Definición de un problema de investigación; Recogida de elementos que permitan responder al problema; Interpretación de la información con vista a sacar conclusiones y Divulgación de los resultados. Puede verse el proceso seguido en Flores (2004)

⁹ En Flores, 1998b, Rico y Flores, 1997 aparece descrito el proceso que he llamado: Reflexión sobre un problema práctico profesional, con las referencias teóricas y formativas que lo sustentan

¹⁰ Vázquez, M. y Mercado, I. (1995). La formación de profesores: Una experiencia de aula. En Berenguer, L., y otros (Eds.), *Investigación en el aula de matemáticas*. Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática y SAEM THALES. Acosta, F. y otros (1998). Hábitos de la formación matemática para la resolución de problemas. En Muñoz, F.J., y otros (Eds.), *VIII Jornadas Andaluzas de Educación Matemática “Thales”*, (23-27). Jaén, SAEM Thales y Universidad de Jaén.

¹¹ El papel del Ciclo de Smyth (1991) en el proceso formativo puede verse en Flores (2000).

Un estudio de caso que describe el proceso formativo y de “investigación en la práctica”, aparece en Flores (2000). En este trabajo describo el proceso de reflexión que han llevado a cabo un grupo de estudiantes que eligieron un problema ligado a la enseñanza del álgebra en la enseñanza obligatoria. Durante sus prácticas propusieron a los alumnos que, al resolver las ecuaciones de primer grado, justificaran los pasos (*obtengo una ecuación equivalente ya que he sumado, restado, multiplicado o dividido por la misma cantidad los dos miembros de la ecuación anterior*). Sin embargo los alumnos, que ya habían oído y practicado los algoritmos clásicos (*si está sumando pasa restando, etc.*) los aplicaban y luego algunos explicitaban lo que ellos le pedían. Su problema de partida consistía en buscar formas para que les hicieran caso. La revisión de su problema dio lugar a que los estudiantes pusieran de manifiesto sus dudas conceptuales sobre el concepto matemático de ecuación, o sobre los criterios de equivalencia de ecuaciones, aunque no siempre eran conscientes de sus carencias. El proceso formativo les llevó a cambiar la formulación de su cuestión y a proponer a sus compañeros actividades en las que las incógnitas y las equivalencias tenían mayor significado. Desde el punto de vista de investigación sobre la práctica formadora del formador de profesores, el mayor logro fue la sistematización del proceso formativo, así como la percepción de las cuestiones profesionales que se ponían en juego en el mismo.

En Flores y Peñas (2003) se describe el caso de un grupo de estudiantes del curso 2002-2003, que se interesaron por la cuestión *¿Por qué los alumnos tienen dificultades para traducir un enunciado al lenguaje algebraico?*¹² Tras describir las creencias de los estudiantes que se pusieron de manifiesto durante el proceso, se analizan sus concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas. Durante el curso habíamos empleado la metáfora del profesor actor, para enfatizar los aspectos comunicacionales de la enseñanza (expresividad, cualidades fónicas y escénicas, etc.). Los estudiantes de este grupo iniciaron la clase que impartieron a sus compañeros representando un guión propio, para dar realce a un argumento que afecta a la tarea práctica del profesor: “aunque los alumnos tengan dificultades para traducir problemas a ecuaciones, el profesor no puede eliminar esta destreza de su enseñanza, ya que está sujeto a las directrices del currículo y a las autoridades que lo promueven y controlan”. El contraste entre la forma en que se transmiten los mensajes y las interpretaciones que les dan los estudiantes colaboró a plantearnos de qué manera toman los estudiantes conciencia del proceso de reflexión en que se introducen, por lo que cuestionamos a partir de entonces la necesidad de explicitar el ciclo de reflexión.

Dentro de esta parte del proceso, se abrió una nueva línea de trabajo que buscaba estrategias formadoras que favorecieran que los estudiantes explicitaran sus creencias. Inspirándonos en los trabajos de Watzlawick (Watzlawick y otros, 1976), quien desde una perspectiva constructivista radical, con finalidad terapéutica, utiliza estrategias evocadoras que facilitan el cambio, ya que las defensas, que lo impedirían, no se ven en necesidad de actuar. Comenzamos a buscar elementos evocadores para promover la confrontación de concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas, llegando a emplear metáforas sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Flores 1999a), el humor gráfico en matemáticas (Flores 1997, 2003, entre otros artículos), y paradojas matemáticas (Flores, 1999b). Al trabajar con estudiantes de matemáticas, supusimos que serían propensos a profundizar en problemas matemáticos elementales, así como en tareas matemáticas de secundaria que no fueran triviales. Ello nos llevó a

¹² Cuestión que, con formulaciones diferentes, ha aparecido varios cursos.

profundizar en el significado de conceptos matemáticos elementales, especialmente los geométricos (González-López y Flores 2002, Castro, Flores y Segovia, 1998, Segovia, Castro y Flores, 1996).

En el trabajo sobre las metáforas (Flores 1999a)¹³ hacemos una propuesta formativa para la formación inicial de profesores¹⁴. Se trata de pedir a los estudiantes que seleccionen metáforas sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, y que examinen las coincidencias y las discrepancias entre las metáforas elegidas (concepto imagen) y su forma de considerar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (concepto origen). Con metáforas habituales (profesor jefe de personal; profesor de matemáticas vendedor ambulante, etc.) examinamos las coincidencias y discrepancias entre el concepto origen y el imagen, con la pretensión de clarificar las creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas que estarían implícitas en los estudiantes que se identificaran con ellas.

Las raíces psiconalíticas de Watzlawick, la amplísima bibliografía en la que se propone el humor como elemento terapéutico, junto con el contacto con viñetas humorísticas relacionadas con las matemáticas, pero sobre todo con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y con el conocimiento didáctico, ha dado lugar a una serie de trabajos encaminados a utilizar el humor con fines didácticos. En Flores (2003) se emplean el humor para mostrar el interés y suministrar tareas para la enseñanza de las matemáticas basadas en el análisis curricular que se realiza a partir de los “organizadores curriculares” (Rico, 1997). En Flores (1997) se analiza el papel que desempeña el humor para facilitar la comunicación entre los educadores matemáticos. Las viñetas humorísticas han ganado progresivamente protagonismo en el proceso formativo encaminado a la reflexión, y se ha empleado como herramienta en las investigaciones posteriores llevadas a cabo por los observadores externos (Peñas, 2004).

En Flores (1999b) desarrollamos una propuesta de enseñanza¹⁵ para estudiantes para profesor, en la que se busca ponerlos en duda ante paradojas matemáticas que necesiten clarificar los conceptos para resolverla. En este artículo se propone una secuencia de enseñanza para que los estudiantes se sorprendan con la paradoja aparente de que la raíz cuadrada de un segmento no es única, sino que depende de la unidad que se tome¹⁶. Se trata con ello de realzar la diferencia que existe entre lo que es la *magnitud longitud* (en la que la operación externa multiplicación por un número es unívoca, y no necesita definir el segmento unidad), y la *medida*, que aparece en cuanto se habla de

¹³ Inspirado en los trabajos de Dormolen, J. (1991) [Metaphors mediating the teaching and understanding of mathematics. En Bishop et al. (Eds.) *Mathematical knowledge: Its growth through teaching*, 89-106] y Bullough y Stokes (1994) [BULLOUGH, R.V. y STOKES, D.K. (1994). Analyzing personal teaching metaphors in preservice teacher education as a mean for encouraging professional development. *American Educational Research Journal*. Vol 31, 1; 197-224], en educación matemática, y Lakoff, G. y Johnson, M. (1991) *Metáforas de la vida cotidiana*. Madrid: Cátedra, teorema, sobre la importancia de las metáforas para la comprensión.

¹⁴ Basada en la llevada a cabo por López-Real, F. (1990) [Metaphor and related concepts in mathematics: Part 2. *Mathematics Teaching*, 130, 34-36.] y [López-Real, F. (1989). Metaphors and related concepts in mathematics: Part 1. *Mathematics Teaching*, 127, 50-52], en la enseñanza de las matemáticas

¹⁵ Inspirados en la propuesta de Movshovitz-Hadar y Hadass (1990) [Movshovitz-Hadar, N. y Hadass, R., (1990). Preservice education of math teacher using paradoxes, *Educational Studies in Mathematics* 21, 3, pp. 265-287], y en los numerosos libros sobre falsas demostraciones en geometría o de matemática recreativa [Gardner, M. (1983). *Paradojas*. Barcelona, Labor].

¹⁶ Formulado con precisión sería: el segmento que mide la raíz cuadrada de lo que mide otro segmento no es único, sino que depende del segmento que se tome como unidad de medida de longitud.

multiplicación (y de raíz cuadrada), ya que la multiplicación aritmética también exige la existencia de una relación a la unidad.

La propuesta de analizar los conceptos de la matemática elemental a partir de sus significados es una estrategia muy utilizada en la formación inicial de profesores. Dada la dificultad que para nuestros estudiantes de matemáticas comporta la geometría de formas, hemos emprendido una serie de indagaciones sobre el significado de *área* y *superficie*, que ha generado dos artículos que analizan dicho significado y proponen secuencias formativas para que los estudiantes comprendan lo que significan las fórmulas del cálculo indirecto del área a partir de operaciones con medidas de longitud (Castro, Flores y Segovia, 1998, Segovia, Castro y Flores, 1996). Un análisis similar de la *medida de volumen* nos ha mostrado la idiosincrasia de esta magnitud (González-López y Flores 2002)¹⁷.

Etapas 3: Análisis de la reflexión de los estudiantes

En los trabajos anteriores (Flores 2000, Flores y Peñas 2003) hemos podido clarificar el marco formativo, creando condiciones para que se lleven a cabo investigaciones interpretativas sobre la reflexión de los estudiantes, valiéndose de observadores externos, que, a su vez, son investigadores en formación (Morcote, 2001; Peñas, 2002). Afrontamos entonces como problema analizar cómo y en qué consiste la reflexión de los estudiantes durante el desempeño del módulo. Para ello diseñamos en equipo el proceso formativo, y planteamos una revisión sistemática de las reacciones de los estudiantes durante el curso, para poder llegar a examinar la reflexión de nuestros estudiantes. Durante los cursos 2001-2002 y 2002-2003 han tenido lugar los trabajos de campo y en estos momentos se está llevando a cabo los análisis de las producciones de los estudiantes, habiéndose presentado algunos trabajos sobre el tema.

En Peñas y Flores (en prensa) se analiza con intención descriptiva la reflexión que han llevado a cabo un grupo de estudiantes del curso 2001/2002, de la asignatura Prácticas de Enseñanza, dentro del módulo de reflexión sobre cuestiones profesionales surgidas durante las prácticas. Para ello se han considerado como dimensiones de estudio, las ideas de los estudiantes (entendidas en el sentido de Ortega y Gasset), sus creencias, en quién y con qué argumentos aceptan la autoridad para las afirmaciones, y qué situaciones han considerado problemáticas. Por medio de análisis de contenido de las producciones de los estudiantes y de las grabaciones en audio de los seminarios, y de la clase impartida por ellos, se describe el caso de uno grupo de 5 estudiantes que se plantearon la cuestión *¿Qué matemáticas se pueden enseñar en la ESO con el TANGRAM?* En el curso del trabajo se pone de manifiesto las creencias sobre la enseñanza de las matemáticas, pues los estudiantes se inclinan por una idea de la enseñanza basada en la exposición formal, con lo que parecen estar demandando respuesta sobre *qué aspectos pueden motivarse con el Tangram*, más que *cuáles se pueden enseñar*. También se observa la dificultad que tienen los estudiantes para relacionar la medición empírica con la medición formal, cuando se trata de determinar la medida de la hipotenusa de una pieza triangular del Tangram utilizando como unidad el cateto. Esta observación nos ha llevado a revisar algunas de las tareas elaboradas para que los estudiantes profundizaran sobre conceptos de matemática elemental, ya que para que tuvieran efecto debieran desarrollarse por estudiantes que manejen los conceptos con soltura. La inseguridad que les plantea el sentir sus deficiencias conceptuales les

¹⁷ En esta línea se encuentran otros trabajos en los que se analizan juegos didácticos, como Flores, (2002), [El puzzle de la pajarita. *Números*. vol. 51, pp. 3-18], entre otros.

crea nuevos mecanismos de defensa que rompen las pretensiones de cambio (los hace más dependientes de sus creencias consolidadas). Las dimensiones de análisis empleadas aparecen organizadas en perfiles que se relacionan con las tipologías de profesor utilizadas por Cooney (2001) en sus trabajos: *Aislacionista*, *Idealista ingenuo*, *Conexionista Ingenuo* y *Conexionista reflexivo*.

En Peñas y Flores (2004), la autora lleva a cabo un estudio parcial de lo que será su trabajo de tesis. Tras caracterizar las variables que hasta el momento ha considerado más importantes, describe el caso de un grupo de estudiantes que, en el módulo de reflexión, en el curso 2002-2003, afrontaron como cuestión *¿Cómo calificar un ejercicio?* Emplea la misma metodología investigadora (análisis de contenido de producciones y grabaciones). Como dimensiones atiende a las “ideas y creencias”, “el tipo de cuestiones profesionales que se plantean”, “con qué amplitud describen y coman en consideración el contexto en su reflexión”, “de qué manera emplean el conocimiento profesional” (que han consultado en documentos y que ha aparecido durante las interacciones), y “a quién y por qué conceden autoridad en sus juicios”. El perfil de los estudiantes y del grupo los hace a partir de la tabla que relaciona las variables estudiadas con las tipologías de Cooney (2001). En este trabajo se inicia la búsqueda de indicadores para adscribir las unidades de contenido a las dimensiones estudiadas.

4. REFLEXIONES FINALES Y EXPECTATIVAS

Como conclusiones de la presentación realizada quiero incidir sobre dos cuestiones que ha intentado mostrar complejas, y que sugiero como cuestiones para el debate.

1) *¿Cómo articular la teoría y la práctica en nuestra tarea profesional de formadores de profesores de matemáticas?*

Si, como dice Schön, la universidad *seduce y abandona*, ya que crea unos parámetros de racionalidad teórica que no corresponden con los que se pueden aplicar en la práctica, las intenciones investigadoras alejadas de la práctica pueden paralizar nuestra actuación práctica, cuando simultaneamos los papeles formador práctico e investigador. Se hace preciso que la comunidad de prácticas, que constituimos los formadores de profesores de matemáticas, describamos nuestro contexto de actuación con la mayor precisión (Llinares, 2003), que clarifiquemos las lógicas que empleamos y produzcamos una actuación reflexiva práctica (tal como señala el mismo Llinares 2003).

También este temor podría atenuar la investigación: si la producción de teoría no va acompañada de su conversión en propuestas de actuación su interés afecta a unos pocos iniciados en su dominio. Se han realizado algunos intentos en los que el grupo de desarrollo profesional del profesor de matemáticas de la SEIEM ha generado propuestas didácticas precisas, presentadas en relación a las premisas formativas que se asumen (qué es para mí el profesor de matemáticas, cómo se forman profesores de matemáticas, cómo aprende el profesor de matemáticas), como las recogidas en dos textos compendios (Blanco y Contreras, 2002, Giménez y otros, 1996), así como los trabajos de algunos de los grupos representados por estos investigadores¹⁸, y algunas colaboraciones en los simposios de formación inicial de profesores desde la Didáctica de la Matemática¹⁹. Se nos presenta el reto de darle generalidad a nuestras apreciaciones

¹⁸ GIEM, en Sevilla y Alicante, Investigación en la escuela, en Cadiz, Granada y Huelva, entre otros.

¹⁹ Ver Blanco y Cruz (Eds.) (1997), *Aportaciones al currículum en la formación inicial de los profesores de primaria en el área de matemáticas*, León, ICE de la U. de León; Abaira y Francisco (Eds.) (1998), *La formación inicial de los profesores de primaria y secundaria en el área de didáctica de las*

y abrir el debate para compartir elementos de referencia entre los investigadores (que además somos formadores) y los formadores prácticos.

2) *¿Cómo distinguir, y hasta qué punto hace falta hacerlo, la investigación cualitativa, interpretativa, de la práctica formativa que pretende formar profesores de matemáticas prácticos reflexivos?*

Tal como hemos comentado, para caracterizar la reflexión tenemos que aclarar suficientemente el contexto en el que ocurren los fenómenos formativos, incluyendo el proceso formativo que tiene lugar. El formador contempla el proceso en un proceso progresivo de clarificación, en el que los elementos a analizar conciernen tanto al mismo proceso como a las dimensiones referentes a los estudiantes. Incluso los investigadores se encuentran en momentos determinados de su desarrollo investigador, lo que influye en la forma en que contemplan los procesos. En resumen, el paradigma del formador de profesores como investigador, que tanto contacto tiene con la formación de profesores reflexivos, incluye en su seno un proceso de investigación cualitativa, interpretativa, en la que se encuentra implicado tanto los sujetos observados como los participantes en la misma (como podemos observar en Tzur, 2001, y Climent, 2002).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARTZT, A. (1999). A structure to enable preservice teachers of mathematics to reflect on their teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2, 143-166.

ARTZ, A. & ARMOUR-THOMAS, E. (1999). A cognitive model for examining teachers' instructional practice in Mathematics: A guide for facilitating teacher reflection. *Educational Studies in Mathematics*, 40, 211-235.

BJULAND, R. (2004). Student teacher's reflections on their learning process through collaborative problem solving in Geometry. *Educational Studies in Mathematics* 55, 199-225.

CARR, W. y KEMMIS, S. (1998). *Teoría crítica de la enseñanza*. Barcelona: Martínez Roca.

CASTRO, E., FLORES, P. y SEGOVIA, I. (1999). Relatividad en las fórmulas de cálculo de superficie de figuras planas. *SUMA* 26, 23-32.

CLIMENT, N. (2002). *El desarrollo profesional del maestro de Primaria respecto a la enseñanza de las matemáticas. Un estudio de caso*. Tesis doctoral, Universidad de Huelva.

CONTRERAS, J. (1997). *La autonomía del profesorado*. Madrid: Morata.

CONTRERAS, L.C. y BLANCO, L. (Coord.) (2002). *Aportaciones a la formación inicial de Maestros en el Área de Matemáticas. Una mirada a la práctica docente*. Cáceres, Servicio de publicaciones de la Universidad de Extremadura.

Matemáticas, Universidad de León; Corral y Zurbano (Coord.) (1999), *Propuestas metodológicas y de evaluación en la formación inicial de profesores del área de didáctica de la matemática*, Servicio de publicaciones de la Universidad de Oviedo; Penalva y otros (Eds.) (2002), *Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales*, Alicante, Servicio de publicaciones de la Universidad.

- COONEY, T. (1999). Conceptualizing teachers' ways of knowing. *Educational Studies in Mathematics*, No. 38. pp. 163-187.
- COONEY, T.J. (2001) Considering the paradoxes, perils, and purposes of conceptualizing teacher development. En F-L Lin & T.J. Cooney (Eds.) *Making sense of mathematics teacher education*, pp. 9-31 Holanda: Kluwer Academic
- COONEY, T.J. (1999) Conceptualizing teachers' ways of knowing. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 38: 163-187.
- COONEY, T.J.; SHEALY, B.E.; ARVOLD, B. (1998) Conceptualizing Belief Structures of Preservice Secondary Mathematics Teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 29, pp. 306-333
- DEWEY, J. (1989). *Cómo pensamos*. Barcelona: Paidós.
- ELLIOT, T. S. (1993). *El cambio educativo desde la investigación-acción*. Madrid: Morata.
- FERRATER, (1979). *Diccionario de términos filosóficos*. Barcelona, Ariel.
- FLORES, P. (1997). La utilización del humor para facilitar la comunicación entre educadores matemáticos. *Educación Matemática*. Vol. 9, No. 3. pp. 52-63.
- FLORES, P. (1998a). *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje*. Granada, Comares. (Tesis doctoral defendida en 1995)
- FLORES, P. (1998b). Formación inicial de profesores de Matemáticas como profesionales reflexivos. *UNO* 17, 37-48.
- FLORES, P. (1999a). Empleo de metáforas en la formación inicial de profesores de matemáticas. *Educación Matemática*, Vol. 11, nº 1, 84-102.
- FLORES, P. (1999b). Paradojas matemáticas para la formación de profesores. *SUMA*, 31, pp. 27-35.
- FLORES, P. (2000) Reflexión sobre problemas profesionales surgidos durante las prácticas de enseñanza. *Revista EMA*, Vol. 5, nº 2, pp. 113-138.
- FLORES, P. (2003). *Humor gráfico en el aula de matemáticas*. Granada, Ariel.
- FLORES, P. (2004). Relación con el conocimiento profesional en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria: reflexión sobre cuestiones profesionales. En Borralho, A. y otros (Eds.). *A matemática na Formação do Professor*, 5-29, Évora, Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- FLORES, P., MERCADO, I., y VÁZQUEZ, M. (1996). Formación de profesores de Matemáticas de secundaria basada en la reflexión sobre el período de prácticas de enseñanza. *Revista de Enseñanza Universidad de Salamanca*.
- FLORES, P. y PEÑAS, M. (2003) *Formación inicial de profesores de matemáticas reflexivos*. Revista Educación y Pedagogía. Colombia: Universidad de Antioquia. Vol. 15, 35, 93-116.
- GIMÉNEZ, J., LLINARES, S. y SÁNCHEZ, M.V. (Eds.) (1996). *El proceso de llegar a ser un profesor de Primaria. Cuestiones desde la Educación Matemática*. Granada, Comares.
- GONZÁLEZ-LÓPEZ, M.J. y FLORES, P. (2002). Conocimiento profesional del profesor de secundaria sobre las matemáticas: el caso del volumen. *Educación Matemática*.
- HATTON, N. & SMITH, D. (1995). Reflection in teacher education: Towards definition and implementation. *Teaching and teaching education* 11 (1), 33-49.
- LLINARES, S. (2003). Contexto y práctica de formar profesores de matemáticas. Una mirada al caso de España. En Fandiño, M. (ed.), *Riflessioni sulla formazioni iniziale degli insegnanti di matematica: a rassegna internazionale*. Bologna, Pitágora,

- MELVIN, W. & GOLDENBERG, M.P. (1998) some conceptions are difficult to change: one middle school mathematics Teacher's Struggle. *Journal of Mathematics Teacher Education, Vol 1*, 269-293.
- MEWBORN, D. S. (1999) Reflective thinking among preservice elementary mathematics teacher. *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol. 30, pp. 316-341.
- MOLINER, M (1997). *Diccionario del uso del español*. Madrid, Gredos.
- MORCOTE, O. (2001). *El conocimiento profesional de estudiantes para profesor, en una programación sobre fracciones*. Memoria de Tercer Ciclo. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- NODDINGS, N. (1992). Professionalization and mathematics teaching. In: GROUWS, D. A. (eds.). *Handbook of research in mathematics teaching and learning*. New York, MacMillan. pp. 197-208.
- PEÑAS, M. (2002). *Un estudio sobre el proceso de reflexión de estudiantes en la formación inicial de profesores de matemáticas*. Trabajo de Investigación Tutelada. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- PEÑAS, M. (2003). Los números enteros y la calculadora. Una experiencia de reflexión sobre la práctica. *UNO* 32, pp. 109-118.
- PEÑAS, M. (2004). Procesos de reflexión sobre cuestiones profesionales en futuros profesores de matemáticas. Comunicación en II Seminario Luso-Espanhol, Setúbal 2- 3 febrero.
- PEÑAS, M. y FLORES, P. (2002). Experiencia en formación inicial basada en cuestiones profesionales del profesor de matemáticas. Comunicación presentada en las Jornadas sobre Formación inicial del Profesorado. Análisis de la situación actual y nuevos retos sobre políticas de formación. Granada, noviembre de 2002.
- PEÑAS, M. Y FLORES, P. (En prensa). Procesos de reflexión en estudiantes para profesor de matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*.
- PERRENOUD, J. P. (2004). *Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar*. Barcelona, Grao.
- PONTE, J.P. (2002). Investigar a nossa própria prática. En Associação de Professores de Matemática, (Ed.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa, Quinta Dimensao. (5-27).
- RICO, L. Y FLORES, P. (1997). Didáctica de la Matemática y formación del profesorado. En Fernández, M., y Moral, C. (Eds.). *Formación y desarrollo de los profesores de Educación Secundaria en el marco curricular de la reforma. Los retos profesionales de la nueva etapa*. (63-75). Granada, FORCE y Grupo Editorial Universitario.
- ROMBERG, T. (1988). Can teachers be professionals? In: GROUWS, D. A. y COONEY, T. (eds.). *Handbook of research in mathematics teaching and learning*. New York: MacMillan. pp. 197-208.
- SÁNCHEZ, M.V. y LLINARES, S. (2003) Four Students Teachers' Pedagogical Reasoning on Functions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6, 5-25.
- SCHÖN, D. A. (1983) *The reflective practitioner*. Londres: Temple Smith.
- SCHÖN, D. A. (1992). *Formación de profesionales reflexivos*. Barcelona: Paidós.
- SEGOVIA, I., CASTRO, E. y FLORES, P. (1996). El área del rectángulo. *UNO*, 10, 63-78.
- SMYTH, J. (1991) Una pedagogía crítica de la práctica en el aula. *Revista de Educación*, nº 294, 275-300.
- STENHOUSE, L. (1984). *Investigación y desarrollo del currículo*. Madrid: Morata.

- TZUR, R. (2001). Becoming a mathematics teacher-educator: conceptualizing the terrain through self-reflective analysis. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4, 259-283.
- VAN MANEN, M. (1977). Linking ways of knowing with ways of being practical. *Curriculum Inquiry*. Vol. 6, No. 3, 205-228.
- VAN MANEN, M. (1998). *El tacto pedagógico*. Barcelona, Morata.
- VON GLASERFELD (1991). Abstraction, re-presentation and reflection: An interpretation of experience and Piaget's approach. In: STEFFE, L. P. (ed.). *Epistemological foundations of mathematical experience*. New York: Springer-Verlag. 45-67.
- WATZLAWICK, P. WEAKLAND, J.H. & FISCH, R. (1976) *Cambio*. Barcelona: Herder.