

# REGULARIDADES EN EL ANÁLISIS DIDÁCTICO QUE REALIZAN LOS PROFESORES DE MATEMÁTICAS EN SITUACIONES VALORATIVAS

Adriana Breda  
Universidad de Los Lagos. (Chile)  
adriana.breda@gmail.com

## Resumen

El objetivo de este trabajo es analizar cuáles son los criterios utilizados por los profesores para justificar que sus propuestas didácticas son innovadoras y representan una mejora en la enseñanza de las matemáticas. Para eso, se analizaron cualitativamente 29 trabajos de fin de máster realizados en un Máster Profesional en Matemáticas, buscando identificar el tipo de innovación elegida, las fases del proceso de instrucción contempladas y los criterios de idoneidad utilizados. Se concluye que: a) en la mayor parte de los trabajos, se lleva a cabo la innovación matemática y la innovación en recursos informáticos; b) el aspecto relacionado a los procesos de instrucción presenta un rol secundario, dado que la mayoría de las propuestas no fueron implementadas y c) los criterios utilizados, se relacionan, sobre todo, con los criterios de idoneidad epistémica, ecológica y mediacional al paso que lo cognitivo, lo emocional y lo interaccional están poco presentes.

**Palabras clave:** análisis didáctico, criterios de idoneidad

## Abstract

The aim of this paper is to analyze the criteria used by teachers to justify that their didactic proposals are innovative and represent an improvement in mathematics teaching. That's why, twenty-nine final research works of Mathematics Master's Degree students were analyzed, seeking to identify the type of innovation chosen, the proposed phases of the training process, as well as the suitability criteria that were used. It is concluded that: a) in most of the works, mathematical innovation and innovation in computer resources are carried out; b) the aspect related to the processes of instruction plays a secondary role, since most of the proposals were not implemented, and c) the used criteria are related, above all, to the criteria of epistemic, ecological and mediating suitability, meanwhile, cognitive, emotional and interactional elements are limited.

**Keywords:** didactic analysis, suitability criteria

## ■ Introducción

Las políticas de formación continuada tienen por objetivo general que los profesores realicen una práctica que sea cada vez mejor, de más calidad. En un intento de formar a los profesores de matemáticas en ejercicio, se inició en 2010, el *Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional* (PROFMAT), constituido como un curso de postgrado, semipresencial, ofrecido en todo el territorio nacional de Brasil

que tiene como objetivo principal atender a los maestros de matemáticas que trabajan en la enseñanza básica, especialmente en las escuelas públicas. Su objetivo es la mejora de su formación profesional, con énfasis en el dominio profundizado del contenido matemático relevante para su desempeño docente.

Las orientaciones establecidas en el PROFMAT exigen que el trabajo final de máster debe ser desarrollado sobre temas específicos del currículo de matemáticas de la etapa de Enseñanza Básica de forma innovadora y que tenga, preferencialmente, aplicación directa en el aula (PROFMAT, 2013). Dicho trabajo, llamado *Trabajo de Fin de Máster* (TFM) es un trabajo de reflexión final en el que el estudiante debe mostrar, por medio de una presentación oral y pública, que, en alguna medida, alcanzó los objetivos del programa, los cuales le capacitan para mejorar su actuación como profesor de matemáticas en un centro de Educación Básica. En este sentido, según las orientaciones del PROFMAT, el TFM debe ser un espacio para que se efectúe un trabajo transversal contemplando buena parte de los saberes previstos en el máster.

El trabajo que se presenta aquí tiene por objetivo investigar cuáles son los criterios utilizados por los profesores que realizan el *Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)*, para justificar que sus propuestas didácticas son innovadoras y representan una mejora en la enseñanza de las matemáticas que se realiza habitualmente.

### ■ Marco teórico

En el campo de la Didáctica de las Matemáticas se concibe que la mejora de la enseñanza de las matemáticas se puede materializar en las distintas fases del proceso de instrucción realizado por el profesor por medio, entre otros, de la incorporación de: i) las tendencias en la enseñanza de las matemáticas, ii) los principios y estándares para una enseñanza de las matemáticas de mejor calidad; y, particularmente, iii) los criterios de idoneidad didáctica propuestos por el Enfoque Ontosemótico. A seguir explicamos brevemente cada uno de ellos.

### ■ Fases del proceso de instrucción

La primera fase de un proceso de instrucción es el diseño de una secuencia de tareas para enseñar un determinado tema. Esta secuencia debe tener en cuenta: un tiempo determinado, un público al que se destina y, preferiblemente, las actividades propuestas de manera detallada. La segunda fase es la implementación de la planificación. Por último, la tercera etapa es la evaluación del proceso de instrucción implementado y, si es el caso, su rediseño, (Godino, Contreras & Font, 2006). Para dichos autores, un proceso de instrucción implica una secuencia de configuraciones didácticas que incluyen: (i) una configuración epistémica, se refiere a una tarea, los procedimientos para su resolución, el lenguaje, los conceptos, las proposiciones, los argumentos; (II) una configuración instruccional, es la red de aspectos docentes, discentes y mediacionales puestos en juego en la resolución de la tarea; (III) una configuración cognitiva, red de conocimientos personales (conocidos y/o aprendidos) que se ponen en juego en la implementación. Por otro lado, Godino, Font, Wilhelmi y Castro (2009), argumentan que una fase importante de los procesos de instrucción es su evaluación y rediseño (Breda, Font y Lima, 2015a), lo que permite al profesor centrarse en la mejora de sus futuras implementaciones.

## ■ Tendencias en la enseñanza de las matemáticas

Las tendencias actuales en la enseñanza de las matemáticas es una primera manera, un poco difusa, de observar consensos en la comunidad que se preocupa por la educación matemática. Estas tendencias se pueden considerar como regularidades que se pueden hallar en los discursos sobre la mejora de la enseñanza de las matemáticas, ya que se considera que la enseñanza realizada según estas tendencias es de calidad. Las principales tendencias que se tuvieron en cuenta para generar el constructo criterios de idoneidad didáctica fueron: la incorporación de nuevos contenidos, presentación de una matemática contextualizada, dar importancia a la enseñanza de los procesos matemáticos (resolución de problemas, modelización matemática, etc.), enseñanza y aprendizaje de tipo activo (constructivista), considerar que saber las matemáticas implica ser competente en su aplicación a contextos extramatemáticos, principio de equidad en la educación matemática obligatoria y la incorporación de nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TIC), (Font, 2008).

## ■ Principios NCTM

El caso paradigmático de reconversión de algunas de las tendencias comentadas anteriormente en principios explícitos, es el caso de los principios y estándares del *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000). Precisamente, este caso es un buen ejemplo de cómo se genera una lista de principios siguiendo un proceso que procura generar un amplio consenso. En el proceso seguido para establecer dichos principios y estándares intervinieron profesores, formadores de profesores de matemáticas, representantes de las administraciones educativas, investigadores y matemáticos, todos ellos con gran experiencia educativa, también participaron asociaciones de profesores y los documentos elaborados se difundieron en congresos para su discusión. Los principios consensuados fueron: currículum, enseñanza, aprendizaje, evaluación, tecnología e igualdad.

## ■ Criterios de idoneidad didáctica

Tal como se muestra en la revisión de la literatura realizada en Breda, Font y Lima (2015a), la noción de idoneidad didáctica ha tenido un impacto relevante en la formación de profesores en diferentes países (Mallart, Font y Malaspina, 2015; Seckel y Font, 2015; Pochulu, Font y Rodríguez, 2015). Dicho impacto está relacionado con la idea de que uno de los componentes del conocimiento didáctico-matemático del profesor es aquél que permite valorar y justificar la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, (Pino-Fan, Font y Breda, 2017). Por esta razón, en esta investigación se ha tomado como referencial teórico para analizar las categorías utilizadas para justificar la mejora de la enseñanza de las matemáticas, que se deriva de las propuestas innovadoras de los TFM, los criterios de idoneidad didáctica propuestos por el EOS, (Godino, Batanero y Font, 2007; Font, 2015):

1. Idoneidad Epistémica, para evaluar si las matemáticas que están siendo enseñadas son “buenas matemáticas”.
2. Idoneidad Cognitiva, para evaluar, antes de iniciar el proceso de instrucción, si lo que se quiere enseñar está a una distancia razonable de aquello que los alumnos saben, y después del proceso, si los aprendizajes adquiridos están cerca de aquello que se pretendía enseñar.
3. Idoneidad Interaccional, para evaluar si las interacciones

resuelven dudas y dificultades de los alumnos. 4. Idoneidad Mediacional, para evaluar la adecuación de los recursos materiales y temporales utilizados en el proceso de instrucción. 5. Idoneidad Emocional, para evaluar la implicación (intereses, motivaciones, etc.) de los alumnos durante el proceso de instrucción. 6. Idoneidad Ecológica, para evaluar la adecuación del proceso de instrucción al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social y profesional (Font, Planas y Godino, 2010, p. 101).

La operatividad de los criterios de idoneidad exige definir un conjunto de indicadores observables, que permitan valorar el grado de idoneidad de cada una de las facetas del proceso de estudio.

### ■ Metodología

A partir de una metodología de investigación cualitativa, se seleccionaron veintinueve TFM realizados y publicados en el estado de Rio Gran del Sur, desde el primer semestre de 2013 hasta el segundo semestre de 2014. El análisis se realizó en 4 fases: en la primera fase se clasificó el tipo de innovación desarrollada en los trabajos de fin de máster, en la segunda fase se identificaron las fases del proceso de instrucción contempladas (planificación, implementación y rediseño), en la tercera fase se hizo un mapeo de las características en el análisis didáctico realizados en los TFM para justificar que la propuesta presentada representa una mejora en la enseñanza de las matemáticas (con base en los criterios de idoneidad didáctica) y en la cuarta fase se estudió la relación que hay entre las propuestas implementadas y el tipo de análisis didáctico realizado.

### ■ Resultados

En relación a la primera fase, tipos de innovaciones, los resultados muestran que los profesores tienen en cuenta, básicamente, tres tipos: i) matemática, en la que se contempla la incorporación de contenidos de nivel superior en la Educación Básica, o bien el establecimiento de conexiones intramatemáticas o extramatemáticas; ii) de recursos, que se caracteriza por la incorporación de materiales visuales y manipulativos y la incorporación de recursos informáticos; iii) en valores, dónde se introduce el pensamiento crítico y la ciudadanía.

En Breda, Font y Lima (2015b), se muestra que las justificaciones dadas por los profesores en relación a la incorporación de contenidos de nivel superior en la Educación Básica (Matemática Discreta, Introducción al Cálculo Diferencial e Integral, Geometría Proyectiva, entre otros) son las que la incorporación de contenidos de nivel superior permite: 1) nuevas formas de relacionar y acercar los contenidos matemáticos, 2) la realización de procesos relevantes (por ejemplo, la generalización, la modelación de situaciones extramatemáticas, establecimiento de relaciones intramatemáticas, de significación), 3) clases más atractivas que despiertan el interés de los estudiantes.

Breda, Lima y Pereira (2015) muestran que las justificaciones dadas por los profesores para el uso de las TIC (*GeoGebra*, *Winplot*, *wxMáxima*, Hoja de Cálculo, *Widgets*) son que el uso de estas herramientas informáticas hacen las propuestas más atractivas y motivadoras, permiten un aprendizaje constructivista

y significativo mediante la interacción profesor-alumno-software y posibilitan la riqueza de los procesos matemáticos, lo que contribuye a la apropiación de los conocimientos matemáticos de los estudiantes.

En Breda, Font, Lima y Pereira (2017) se muestra que las justificaciones dadas por el profesor en relación a la innovación en valores (desarrollo de la ciudadanía y pensamiento crítico) es que las actividades por él propuestas son significativas a los estudiantes, dado que los estimula a reconocer, interpretar, actuar y tomar decisiones en el mundo donde viven, además de motivarlos.

En relación a la segunda fase, etapas del proceso de instrucción contempladas, trece de los TFM presentan la planificación de una secuencia didáctica, once realizan la implementación, sólo uno incluye el rediseño y cuatro no presentan ningún proceso de instrucción.

En relación a la tercera fase, las características en el análisis didáctico realizado segundo los criterios de idoneidad didáctica, evaluamos el nivel del uso de cada criterio (epistémico, cognitivo, medios, interactivo, emocional y ecológico) en cada TFM. Para eso, utilizamos una escala discreta de 0 a 3. Cero indica que el autor del TFM no tiene en cuenta, en su análisis didáctico determinado criterio; uno indica si el autor utiliza de manera esporádica alguno de los componentes o descriptores perteneciente a un determinado criterio; dos significa que el criterio tiene un peso importante en la argumentación y, en ese sentido, el autor contempla gran parte de los componentes y sus respectivos descriptores; el nivel tres corresponde a la gran relevancia que el autor da cuando utiliza con profundidad los componentes y descriptores contemplados en determinado criterio de idoneidad. Es importante señalar que el nivel de cada criterio fue establecido, no sólo teniendo en cuenta el número de componentes y descriptores de cada criterio asumidos por el autor del TFM, sino también, a la profundidad que el autor da a un determinado componente.

**Cuadro 1.** Ejemplo de uso del nivel de los criterios de idoneidad por los profesores que asumían la innovación matemática (conexiones extramatemáticas) en sus TFM. Fuente: Breda (2016).

TFM	Epistémico				Cognitivo				Mediacional				Interaccional				Emocional				Ecológico				Proceso de Instrucción	Innovación	
	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3			
<u>Ehler</u> (2014)		1				1				1			0					1							3	Diseño	Conexiones extramatemáticas
<u>Oliveira</u> (2013)			2			1				1				1				1						2	Diseño	Conexiones extramatemáticas	
<u>Fortes</u> (2014)		1				1				1			0					1						2	Diseño	Conexiones extramatemáticas	
<u>Bartz</u> (2014)			2			2				2				2						3				3	Diseño e implementación	Conexiones extramatemáticas	
<u>Rodrigues</u> (2014)				3				3				3				3				3				2	Diseño e implementación	Conexiones extramatemáticas	
<u>Abeeg</u> (2014)				3				3				3				3				3				3	Diseño e implementación	Conexiones extramatemáticas	

La tercera fase del análisis nos ayuda a concluir que los TFM que implementaron la propuesta didáctica presentan un nivel más equilibrado y elevado en el uso de los criterios de idoneidad didáctica comparado a las propuestas que no fueron implementadas (cuarta fase del análisis). Este tipo de resultado nos conlleva a un indicativo de que el nivel en análisis didáctico en los trabajos que implementan la propuesta está mucho más desarrollado y más fino en relación a los trabajos que no contemplaron las fases de implementación y/o rediseño de los procesos de instrucción.

### ■ Estudio de un caso donde se presenta la implementación de una propuesta de innovación matemática

Este caso tuvo como innovación la introducción de contenidos de nivel superior en la Educación Básica, en particular, la introducción de las nociones intuitivas del cálculo integral en el tercer año de la Enseñanza Media.

En relación a la idoneidad epistémica, Lopes (2014) justifica la calidad ‘innovadora’ de su propuesta, señalando que ésta fomenta que los alumnos realicen procesos matemáticos relevantes, como conexiones, construcciones significativas, resolución de problemas, modelación, etc.

En relación a la idoneidad cognitiva, el profesor realiza una evaluación de los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema. Por otro lado, los resultados de aprendizaje, según el profesor, fueron alcanzados por los alumnos, “para lo cual se tiene una confirmación de que los métodos de Arquímedes y de Riemann se encuentran en la zona de desarrollo próximo de los estudiantes” (Lopes, 2014, p. 19). En cuanto al aprendizaje, además de la evaluación inicial el profesor realiza tres evaluaciones formativas que muestran la apropiación de los conocimientos/competencias implementadas. Con dichas evaluaciones el profesor concluye que el aprendizaje fue alcanzado claramente para el tema del cálculo de áreas de cuadriláteros y triángulos, y para el método de Arquímedes, pero no se puede afirmar lo mismo para el método de *Riemann*, lo cual atribuye a la falta de tiempo.

El profesor, de manera implícita, utiliza todos los criterios de idoneidad didáctica propuestos por el EOS. Un problema a resaltar es que el profesor evidencia el problema de encontrar un equilibrio entre los criterios de idoneidad; por un lado, el autor plantea una innovación con una alta idoneidad epistémica y en su reflexión se evidencia que además se preocupa por conseguir una alta demanda cognitiva. No obstante, para lograr esto renuncia a algunos contenidos previamente planificados, y en particular, no consigue resolver el problema inicial que había propuesto, en ese sentido el aprendizaje no fue completo, esto se debió a la falta de tiempo, es decir, no logró una buena idoneidad mediacional.

### ■ Consideraciones

De lo estudiado se concluye que en la mayor parte de los trabajos se lleva a cabo la innovación matemática y la innovación en recursos informáticos. El aspecto relacionado a los procesos de instrucción presenta un rol secundario - no se considera obligatorio el proceso de instrucción. Observamos, también, que los criterios utilizados para justificar que las propuestas promueven una mejora en la enseñanza de las matemáticas, se relacionan, sobre todo, con los criterios de idoneidad epistémica, ecológica y, en menor

medida, con lo criterio mediacional y que otros criterios como lo cognitivo, lo emocional y lo interaccional están poco presentes.

Fue posible inferir que los profesores que implementan la propuesta manejan una mayor cantidad de criterios (y de sus descriptores), y además, están preocupados por el equilibrio entre de los diferentes criterios (epistémico, cognitivo, mediacional, interaccional, emocional y ecológico). En el grupo de profesores que no han implementado la propuesta, no presentan reflexiones sobre el tema del equilibrio.

El análisis de los TFM presentados muestran que la reflexión llevada a cabo por los profesores va más allá de una reflexión espontánea, sin embargo, esta reflexión no es lo suficientemente guiada, entre otras razones, a la falta de una pauta explícita y amplia que sirva para orientar el análisis didáctico de los profesores que realizan el PROFMAT.

Para estimular la mejora de la enseñanza de las matemáticas y causar un impacto positivo en la práctica se requiere mucho más que la profundización de los contenidos disciplinares y la planificación de una propuesta "innovadora". Nuestros análisis muestran que el profesor debe implementar y analizar de manera sistemática la secuencia de tareas planificadas e implementadas, (Breda, Pino-Fan y Font, 2016, 2017). En este estudio se comprobó que: a) cuando las justificaciones son claramente valorativas se organizan de manera implícita mediante algunos indicadores de los componentes de los criterios de idoneidad didáctica y b) que la valoración positiva de estos indicadores se basa en la suposición implícita o explícita de que hay determinadas tendencias sobre la enseñanza de las matemáticas que nos indican cómo debe ser una enseñanza de las matemáticas de calidad.

### ■ Agradecimiento

Trabajo realizado en el marco de los proyectos de investigación EDU2015-64646-P (MINECO/FEDER, UE) y CAPES/PDSE, proceso número 99999.004658/2014-00.

### ■ Referencias bibliográficas

Breda, A. (2016). *Melhorias no ensino de matemática na concepção de professores que realizam o mestrado profmat no rio grande do sul: uma análise dos trabalhos de conclusão de curso*. Tese de Doutorado. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil:

Breda, A., Font, V. e Lima, V. M. R. (2015a). A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 8(2), 1-41.

Breda, A., Font, V., Lima, Valdez M. R. (2015). Propuestas de incorporación de contenidos matemáticos de nivel superior en la educación básica: un estudio de los trabajos finales de curso del Máster Profesional en Matemáticas en la Red Nacional. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 8(3), 53-65. Doi: 10.3895/rbect.v8n3.3189.

Breda, A., Font, V., Lima, Valdez M. R., Pereira, Marcos Villela. (2017). Criterios utilizados por un profesor para justificar su propuesta didáctica: un estudio de un trabajo de fin de máster. In: *Segundo Congreso Internacional*

*Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico*, Granada. II CIVEOS. Granada: J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín, p. 1-61.

- Breda, A. y Lima, V. M. R. (2016). Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio. *REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education*, 5, 74-103.
- Breda, A., Lima Valderez M. R., Pereira, Marcos Villela. (2015). Papel das TIC nos trabalhos de conclusão do mestrado profissional em matemática em rede nacional: o contexto do Rio Grande do Sul. *Práxis Educacional (Online)*, 11 (19), 213-230.
- Breda, A., Pino-Fan, L. e Font, V. (2016). Establishing criteria for teachers' reflection on their own practices. In Csíkos, C., Rausch, A. & Sztányi, J. (Eds.), *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp-283). Szeged, Hungary: PME.
- Breda, A., Pino-Fan, L. R., Font, V. (2017). Meta Didactic-Mathematical Knowledge of Teachers: Criteria for The Reflection and Assessment on Teaching Practice. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13, 1893-1918. Doi: 10.12973/eurasia.2017.01207a
- Font, V. (2008). Enseñanza de las matemáticas. Tendencias y perspectivas. En C. Gaita (Ed.), *Actas del III Coloquio Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas* (21-62). Lima, Perú: Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Font, V. (2015). *Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática*. Documento no publicado. Departamento de Didáctica de las CCEE y la Matemática de la Universitat de Barcelona.
- Font, V., Planas, N., Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1), 127-135.
- Godino, J. D., Contreras A. e Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 26(1), 39-88.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. e Castro, C. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 59-76.
- Lopes, A. (2014). *Um relato sobre a introdução às somas de Riemann na educação básica*. Dissertação de Mestrado. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Universidade Federal de Santa Maria, Brasil.
- Mallart, A., Font, V. & Malaspina, U. (2015). Reflexión sobre el significado de qué es un buen problema en la formación inicial de maestros. *Perfiles Educativos*, 38(152), 14-30.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: VA and National Council of Teachers of Mathematics.

- Pino-Fan, L. R., Font, V., Breda, A. Mathematics teacher Knowledge and Competences Model Based on the Onto-Semiotic Approach. Kaur, B., Ho, W.K., Toh, T.L., & Choy, B.H. (Eds.). (2017). *Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4). Singapore: PME.
- Pochulu, M., Font, V. & Rodríguez, M. (2015). Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. *RELIME - Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 19(1), 71-98.
- PROFMAT (2013). Uma análise quali-quantitativa de perfis de candidatos a o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Sociedade Brasileira de Matemática.
- Seckel, M.J., & Font, V. (2015). Competencia de reflexión en la formación inicial de profesores de matemática en Chile. *Práxis Educativa*, 11(19), 55-75.