

# INCIDENCIAS EN LATINOAMÉRICA DE UN MARCO TEÓRICO INCLUSIVO EN LA INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA II

Vicenç Font<sup>1</sup>, Luis R. Pino-Fan<sup>2</sup>, Adriana Breda<sup>2</sup>, María Seckel<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universitat de Barcelona. (España), <sup>2</sup>Universidad Los Lagos. (Chile), <sup>3</sup>Universidad Católica del Maule. (Chile)

vfont@ub.edu, luis.pino@ulagos.cl, adriana.breda@ulagos.cl, mjseckel@gmail.com

## Resumen

El objetivo de este trabajo es resumir lo realizado al seno del Grupo de Discusión (GD) de la RELME31 “Incidencias en Latinoamérica de un Marco Teórico Inclusivo en la Investigación en Educación Matemática”. Este GD se llevó a cabo, por segundo año consecutivo, en el marco de la RELME, con el objetivo de reflexionar sobre las implicaciones del modelo teórico inclusivo conocido internacionalmente como *Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemáticos* (EOS), en las investigaciones sobre Educación Matemática realizadas en Latinoamérica.

**Palabras clave:** enfoque ontosemiótico, competencias y conocimientos del profesor

## Abstract

The aim of this paper is to summarize what was done within the Discussion Group of the 31<sup>st</sup> RELME, “*Effects of an Inclusive Theoretical Framework in Mathematical Education Research in Latin America*”. This group of discussion was carried out, on two consecutive years, within the framework of the RELME, with the aim to reflect on the implications of the inclusive theoretical model, known internationally as *Onto-Semiotic Approach* (OSA), to mathematical knowledge and instruction, in the Mathematics Education research carried out in Latin America.

## ■ Introducción

El Enfoque Onto-Semiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS), es un marco teórico inclusivo modular que ha ido ganando cada vez más atención en la comunidad internacional, y más específicamente en la iberoamericana, de investigación sobre Didáctica de la Matemática, aspecto que se refleja en diversas publicaciones (e.g., Godino, 2012; Godino y Contreras, 2017). En el marco de la Relme 30, en Monterrey, México, se dio inicio al Grupo de Discusión (GD) “Incidencias en Latinoamérica de un Marco Teórico Inclusivo en la Investigación en Educación Matemática” (Font, Pino-Fan y Breda, 2017), y debido al éxito obtenido, en el marco de la Relme 31 en Lima, Perú, los organizadores de este Grupo de Discusión fuimos invitados para darle continuidad, llevándolo a cabo por segundo año consecutivo. El GD se ha convertido en un espacio para profesores e investigadores interesados por el uso del EOS, tanto en investigaciones como en la práctica docente.

En general, el balance de este segundo año del GD es muy bueno, pues se contó con la participación de cerca de 55 investigadores asistentes a la RELME 31. En este trabajo presentamos el resumen del trabajo realizado al seno de este grupo de la RELME.

### ■ Método de trabajo del grupo de discusión

Se llevaron a cabo dos sesiones de 90 minutos, en las cuales se discutieron los trabajos que, previo a la RELME31, fueron recibidos, revisados y aceptados por los organizadores. Para hacer más dinámica y centrar la discusión, los trabajos presentados fueron divididos en cuatro mesas temáticas: *i*) Significados de los objetos matemáticos y conocimiento del profesor; *ii*) Criterios de idoneidad y sus aplicaciones; *iii*) Currículum y evaluación en el EOS; *iv*) Procesos argumentativos en el EOS. Después de cada mesa se abrieron espacios de discusión y reflexión.

La primera sesión comenzó con una pequeña bienvenida al GD y se explicó la dinámica a seguir. Posteriormente, el Dr. Juan D. Godino realizó una charla introductoria en la cual se abordó, entre otros aspectos, la relevancia de las publicaciones actualmente disponibles en el sitio web del EOS (<http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/index.html>). También explicó el impacto de los trabajos presentados en el Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico (II CIVEOS), detallando el número y porcentaje de inscritos y visitantes, los cuales correspondieron a 30 países de cuatro continentes (ver Godino y Contreras, 2017). Después de la intervención del Dr. Godino, dio inicio el desarrollo de las mesas temáticas, lo cual presentamos en la siguiente sección.

### ■ Desarrollo de las mesas temáticas

En la primer mesa temática, *Significados de los objetos matemáticos y Conocimiento del Profesor*, se profundizó en las herramientas teórico-metodológicas que proporciona el EOS para realizar el análisis de la actividad matemática, tanto institucional como personal, mediante el análisis de prácticas, procesos y configuraciones de objetos matemáticos primarios, y su relación con los conocimientos del profesor de matemáticas. Con respecto a este tipo de análisis se presentaron cuatro contribuciones:

- ✓ En la primera presentación, *Implicaciones del estudio de la perspectiva epistémica y fenomenológica de los objetos matemáticos en el Enfoque Ontosemiótico (EOS)* (Sepúlveda y Suárez, 2017) se utilizaron herramientas del EOS (Godino, Batanero & Font, 2007; Font, Godino & Gallardo, 2013) para responder a preguntas como: ¿Qué es la estructura Grupo? (problema epistémico). Para responderla, se realizó un estudio histórico y fenomenológico donde se identificaron diversas problemáticas que dieron origen a los diversos significados del objeto matemático grupo, generados a lo largo de la historia, lo cual permitió caracterizar un significado de referencia para dicho objeto matemático. Dicho significado de referencia se utilizó para el estudio de los significados en cuatro libros de texto. Por otra parte, se presentó una reflexión sobre las implicaciones de estos estudios histórico-epistemológicos de los objetos matemáticos, para el profesor que tiene que enseñar la Teoría de Grupos.

- ✓ En la segunda presentación, *Un estudio de los conocimientos didáctico-matemáticos de probabilidad con profesores de matemáticas de los años finales de la enseñanza fundamental participantes de un programa de formación inicial en Brasil*, (Carvalho, 2017), se explicó cómo un programa de formación, en el que se tiene en cuenta la complejidad de los objetos matemáticos y sus diferentes significados, favorece la construcción de conocimientos didácticos-matemáticos sobre la probabilidad en profesores de matemáticas de los últimos cursos de Educación Primaria. En la investigación desarrollada con 40 profesores en el ámbito del proyecto de investigación nombrado “Investigaciones sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de conceptos concernientes la probabilidad y estadística” que pertenece al Programa Observatorio de la Educación del Ministerio de Educación (OBEDUC-UNIAN), se identificó que los conocimientos iniciales que han demostrado el grupo de profesores que participaron en la investigación sobre la probabilidad y su enseñanza, son insuficientes para un proceso de enseñanza y aprendizaje adecuado para los alumnos de esta etapa educativa. También se constató que los maestros han desarrollado y ampliado el conocimiento sobre la probabilidad y la enseñanza como resultado del proceso formativo.
- ✓ En la tercera presentación, *Algunas transformaciones de las representaciones de una función* (Amaya, 2017), se presentó un cuestionario que involucra una relación funcional, propuesto en un registro fenomenológico con algunas indicaciones del lenguaje coloquial. Se reflexionó sobre las conversiones y los tratamientos del cuestionario desde una perspectiva onto-semiótica. Se evidenciaron dificultades, tanto en estudiantes como en profesores, al reproducir diferentes representaciones de una función, así como para identificar y luego relacionar los elementos de dichas representaciones en uno o varios registros. Se concluyó que las conversiones y tratamientos, unido a la posibilidad de identificación en contextos de los objetos matemáticos que se pretenden abordar en la clase, es vital en la comprensión de dicho concepto, puesto que la identificación de un concepto en un contexto determinado, le permite al docente plantear situaciones-problema contextualizados a sus estudiantes, que les permitan relacionar los elementos de los objetos matemáticos estudiados con elementos del medio sociocultural, para que sea el propio estudiante quien asigne significado y sentido a tales objetos matemáticos al resolver una tarea socialmente compartida.
- ✓ En la cuarta presentación, *Geometría emergente en álgebra lineal: estrategias inspiradas por la teoría del Enfoque Ontosemiótico* (Sbitneva y Moreno, 2017), se discutió sobre la importancia de “reconstruir” la geometría Euclidiana con base en el Álgebra Lineal. Sin embargo, bajo este enfoque se han reportado dificultades de aprendizaje, como el caso del concepto de espacio vectorial. Para atender dicha problemática se describieron algunas actividades exploratorias que se apoyan en algunos elementos teóricos del Enfoque Ontosemiótico, donde los estudiantes trabajaran con el desarrollo de registros semióticos de tipo analítico (algebraico) en paralelo con la contraparte sintética geométrica (sin coordenadas).

En la segunda mesa temática, *Criterios de Idoneidad y sus aplicaciones*, se profundizó en aquellas herramientas teórico-metodológicas del EOS que permiten que el profesor realice valoraciones de los procesos de instrucción propios o ajenos. Con respecto a este tipo de análisis se presentaron dos contribuciones:

- ✓ En la primera presentación, *Análisis didáctico de textos diseñados con un enfoque intercultural* (Reyes-Escobar, 2017), se presentó el estudio y valoración de dos textos escolares de matemáticas. Se analizó bajo la faceta ecológica de la idoneidad didáctica, los primeros textos de matemáticas con enfoque intercultural de Chile y Costa Rica, en el eje de numeración. Una de las diferencias entre la educación formal y la educación intercultural bilingüe, es la producción de textos, ya que la interculturalidad ha comenzado a investigarse recientemente y el énfasis está puesto en el rescate de las lenguas de los pueblos indígenas y los recursos mayoritariamente están enfocados hacia lenguaje y no hacia matemática. La idoneidad didáctica propuesta por el EOS viene desarrollándose por Godino y sus colaboradores en diversos trabajos científicos. La metodología utilizada en el trabajo fue cualitativa, poniendo énfasis en el análisis de contenido de los dos textos matemáticos, con un enfoque etnomatemático, y lo que se buscaba era identificar si está presente la faceta ecológica de la Idoneidad Didáctica, indicando las actividades o páginas en el que se encuentra.
- ✓ En la segunda presentación, *Criterios valorativos y normativos en la didáctica de las matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica* (Breda, 2017), se discutió que en diversas investigaciones se ha observado el siguiente fenómeno: los criterios de idoneidad didáctica propuestos por el enfoque ontosemiótico funcionan como regularidades en el discurso de los profesores cuando justifican que sus propuestas didácticas representan una mejora, sin que se les haya enseñado el uso de esta herramienta para guiar su reflexión. Se explicó dicho fenómeno situando el constructo idoneidad didáctica en la problemática del papel que deben jugar las valoraciones y los principios normativos en la práctica del profesor. En general, se realizó un trabajo de desarrollo teórico del constructo idoneidad didáctica: cómo se originó, hacia qué nos conduce y cómo puede afectar a la práctica del profesor.

La tercera mesa temática, *Currículum y Evaluación en el EOS*, trató sobre cómo se operan las herramientas del EOS en los procesos de evaluación del currículum y del aprendizaje matemático. Con respecto a este tipo de análisis se presentaron dos contribuciones:

- ✓ En el primer trabajo, *Categorías analíticas para la evaluación del currículum matemático. Segunda aproximación* (Angulo, Moreno y Reducindo, 2017), se dio continuidad a la discusión de un trabajo previo, presentado en este mismo GD en la RELME 30, en donde se presentó una reflexión teórica acerca de la relación entre teoría curricular crítica y algunas categorías analíticas de los enfoques teóricos Ontosemiótico y Matemática Crítica. Se discutió la ausencia de una teorización curricular en matemáticas que no tenga como escenario el aprendizaje. Se plantearon las concepciones de Currículum de estado, Currículum como síntesis cultural y conversación compleja. Estas categorías del currículum crítico se interrelacionaron con la dimensión normativa y sistema de prácticas del EOS, con las nociones skovsmosianas de selección crítica de los contenidos y competencia crítica. A partir de eso se presentó una estrategia para una evaluación de pertinencia de un currículum de matemática educativa de educación superior en atención a las categorías analíticas propuestas en Angulo-Villanueva (2017): los juegos del lenguaje a los que responde, el campo de estructuración curricular epistemológico teórico las características de la adecuación continua de contenidos que se presentan en los currículos vividos en carreras o posgrados en matemática educativa, la interrelación entre la matemática educativa y otros campos de saber a partir del tipo de conversación compleja que se establece.

- ✓ En el segundo trabajo, *La evaluación del aprendizaje en matemáticas*, (Ibarra, Ramírez, Ayala y Liñan, 2017), se presentaron las características de tres proyectos relacionados con la evaluación del aprendizaje, diseñados en el marco de un programa investigativo de la Universidad de Sonora, México, el cual buscaba reconocer la importancia de la evaluación del aprendizaje dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Los presentadores centraron su discusión en cómo las distintas herramientas teórico-metodológicas del EOS permitieron desarrollar cada uno de los proyectos, y en uno de los casos (el primero de los proyectos que ha finalizado), obtener conclusiones sobre los significados personales sobre evaluación del aprendizaje que manifiestan profesores de matemáticas de bachillerato al enseñar ecuaciones lineales.

En la cuarta mesa, *Procesos Argumentativos en el EOS*, se discutió cómo el sistema de normas y metanormas puede constituir determinados procesos argumentativos en las matemáticas. El trabajo, *Sistemas de normas y argumentación: gestión del profesor en una clase de geometría del espacio de nivel universitario* (Molina, 2017), presentó la problemática de que desde la década del noventa, existe una tendencia generalizada hacia la inclusión de los procesos de argumentación y demostración en los currículos escolares, como consecuencia del consenso generalizado sobre su importancia en la actividad matemática de los estudiantes.

En relación con el conocimiento de los profesores sobre el tema, la investigación se ha centrado principalmente en su comprensión sobre la demostración como producto final de una actividad argumentativa y no tanto en los procesos de argumentación y construcción de una demostración.

En esta dirección, el expositor señaló que actualmente está llevando a cabo un estudio investigativo, mediante el cual se pretende analizar aspectos instruccionales que tienen lugar en un aula de Geometría Plana y del Espacio, en que los estudiantes y la profesora se involucran en la resolución de problemas empleando Entornos de Geometría Dinámica (EGD), en procesos de argumentación y en la construcción de un sistema teórico formal. De manera específica, señaló que las preguntas que orientan su actual el estudio de tesis doctoraa son las siguientes: ¿Cuál es el sistema de normas y metanormas que regula la práctica de argumentación y fomenta la producción de varios tipos de argumentos específicos (inductivos, abductivos, deductivos) que tienen lugar en un curso de Geometría de Plana y del Espacio de nivel universitario que se fundamenta en la resolución de problemas abiertos de conjeturación y el uso de EGD? ¿Cuál es papel del profesor durante el proceso de instrucción en un curso de Geometría de Plana y del Espacio de nivel universitario que se fundamenta en la resolución de problemas abiertos de conjeturación y el uso de EGD, respecto de la gestión del sistema de normas y metanormas que regulan la práctica de argumentación? ¿Cuál debe ser el conocimiento didáctico-matemático de un profesor de Geometría Plana y del Espacio de nivel universitario con relación a la práctica argumentativa, considerando un análisis del sistema de normas y metanormas emergentes de los procesos de interacción en el aula? Para abordar el estudio se pretende hacer un análisis didáctico en torno a las trayectorias e interacciones didácticas, la identificación de normas y metanormas y la valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción, todas ellas nociones teórico-metodológicas del EOS. Además el análisis será complementado con la teoría de los intercambios interaccionales. En relación con el proceso de argumentación que tiene lugar en la interacción se usarán propuestas que usan el Modelo de Toulmin.

## ■ Conclusiones

Finalizadas las mesas temáticas se invitó a los profesores Dr. Juan D. Godino y Dr. Vicenç Font, a hacer un cierre de la jornada de trabajo del GD en la RELME 31. El Dr. Vicenç Font aprovechó para retomar algunos aspectos relevantes de las discusiones de los trabajos presentados, y proporcionó un panorama general del impacto de las nociones del EOS para el desarrollo de los trabajos discutidos durante la jornada. Por su parte el Dr. Juan D. Godino aprovechó para dialogar sobre la importancia de contar con estos espacios de discusión y reflexión, como el otorgado por la RELME, y presentó algunas iniciativas de cara al futuro del Grupo de Discusión EOS. Por ejemplo, hacer seminarios virtuales sobre el EOS periódicamente, mediante las plataformas <http://civeos.com/index.php> y <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/>, y aprovechar los espacios como el que brinda la RELME para avanzar y profundizar en discusiones previamente iniciadas.

## ■ Referencias bibliográficas

- Amaya, T. R. (2017). Algunas transformaciones de las representaciones de una función. Comunicación presentada al grupo de discusión “Incidencias en Latinoamérica de un marco teórico inclusivo en la investigación en educación matemática” de la *31 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*.
- Angulo-Villanueva, R. G. (2017). Pensar acerca del currículum matemático. Un avance a categorías analíticas. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en, [enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html)
- Angulo-Villanueva, R. G., Moreno, N., Reducindo, I. (2017). Categorías analíticas para la evaluación del currículum matemático. Segunda aproximación. Comunicación presentada al grupo de discusión “Incidencias en Latinoamérica de un marco teórico inclusivo en la investigación en educación matemática” de la *31 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*.
- Breda, A. (2017). Criterios valorativos y normativos en la didáctica de las matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. Comunicación presentada al grupo de discusión “Incidencias en Latinoamérica de un marco teórico inclusivo en la investigación en educación matemática” de la *31 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*.
- Carvalho, I. F. (2017). Un estudio de los conocimientos didáctico-matemáticos de probabilidad con profesores de matemáticas de los años finales de la enseñanza fundamental participantes de un programa de formación inicial en Brasil. Comunicación presentada al grupo de discusión “Incidencias en Latinoamérica de un marco teórico inclusivo en la investigación en educación matemática” de la *31 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*.
- Font, V., Godino, J. D. & Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82(1), 97-124. doi: 10.1007/s10649-012-9411-0
- Font, V., Pino-Fan, L., y Breda, A. (2017). Incidencias en Latinoamérica de un Marco Teórico Inclusivo en la Investigación en Educación Matemática. En L. A. Serna (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (Vol. 30, pp. 67-74). Ciudad de México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa - CLAME, A.C.

- Godino, J. D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 49 - 68). Jaén: SEIEM.
- Godino, J. D. (2017). Desarrollo actual del *Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática* (EOS). Comunicación presentada al grupo de discusión “Incidencias en Latinoamérica de un marco teórico inclusivo en la investigación en educación matemática” de la *31 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*.
- Godino, J. D. y Contreras, J. M. (2017). Uso de recursos virtuales en la difusión y construcción de conocimiento científico: el caso del congreso CIVEOS. Disponible en, [http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos/evaluacion\\_civeos2.pdf](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos/evaluacion_civeos2.pdf)
- Godino, J., Batanero, C. & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1/2), 127-135.
- Ibarra, S. E., Ramírez, R. A., Ayala, R. y Liñan, Y. A. (2017). La evaluación del aprendizaje en matemáticas. Comunicación presentada al grupo de discusión “Incidencias en Latinoamérica de un marco teórico inclusivo en la investigación en educación matemática” de la *31 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*.
- Molina, O. (2017). Sistemas de normas y argumentación: gestión del profesor en una clase de geometría del espacio de nivel universitario. Comunicación presentada al grupo de discusión “Incidencias en Latinoamérica de un marco teórico inclusivo en la investigación en educación matemática” de la *31 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*.
- Reyes-Escobar, M. E. (2017), Análisis didáctico de textos diseñados con un enfoque intercultural. Comunicación presentada al grupo de discusión “Incidencias en Latinoamérica de un marco teórico inclusivo en la investigación en educación matemática” de la *31 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*.
- Sbitneva, L. y Moreno, N. (2017). Geometría emergente en algebra lineal: estrategias inspiradas por la teoría del Enfoque Ontosemiótico. Comunicación presentada al grupo de discusión “Incidencias en Latinoamérica de un marco teórico inclusivo en la investigación en educación matemática” de la *31 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*.
- Sepúlveda, O. D., Suárez, E. Z. (2017). Implicaciones del estudio de la perspectiva epistémica y fenomenológica de los objetos matemáticos en el Enfoque Ontosemiótico (EOS). Comunicación presentada al grupo de discusión “Incidencias en Latinoamérica de un marco teórico inclusivo en la investigación en educación matemática” de la *31 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*.