

# IDONEIDAD DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LAS MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL DE ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN BÁSICA, MEDIANTE EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO

Jaime David Grisales, Eliécer Aldana

Universidad Tecnológica de Pereira, Universidad del Quindío (Colombia)

david.grisales@utp.edu.co, eliecerab@uniquindio.edu.co

## Resumen

Esta investigación tiene como propósito configurar una idoneidad didáctica para el aprendizaje de los conceptos de media, mediana y moda, en los estudiantes de un curso de grado noveno de Educación Básica Secundaria. El proyecto está basado en el enfoque ontosemiótico de la instrucción matemática propuesto por Godino, Batanero y Font (2009). Al finalizar la investigación en curso, se espera que los estudiantes tengan mejor desempeño en la solución de situaciones problema que involucren el concepto de medidas de tendencia central.

**Palabras clave:** idoneidad didáctica, aprendizaje, medidas de tendencia central

## Abstract

This research aims to make up a didactic suitability for the learning of the concepts of mean, median and mode, by ninth- grade students of Secondary Basic Education. The project is based on the onto-semiotic approach of mathematical teaching proposed by Godino, Batanero and Font (2009). At the end of this ongoing research , students are expected to improve their performance in solving problem situations that involve the concept of central tendency measures.

**Key words:** didactical suitability, learning, measures of central tendency

## ■ Planteamiento del problema

En el aprendizaje de las medidas de tendencia central, los estudiantes de básica secundaria presentan dificultades como por ejemplo, en el cálculo de la media, parece sencillo realizarlo, sin embargo varios autores citados por Batanero (2000), encontraron que incluso alumnos universitarios no ponderan adecuadamente los valores al resolver una situación problema y en ocasiones usan la media simple, en lugar de la media ponderada.

Mayén, Cobo, Batanero y Balderas (2007), indican que cuando se pide a los estudiantes calcular la media a partir de una tabla de frecuencias donde los datos se agrupan en intervalos, los estudiantes olvidan con frecuencia que cada uno de estos grupos debe ponderarse de modo distinto al calcular la media.

Sayritupac (2013) evidencia que los alumnos no identifican la presencia de un valor atípico en una distribución, o si lo hacen, no reflexionan sobre el efecto que causa la presencia del mismo sobre la media. En otros casos el algoritmo se aplica de forma mecánica sin comprender su significado. Encontraron que mientras la mayoría eran capaces de aplicar adecuadamente el algoritmo para calcular la media, sólo algunos determinaban un valor desconocido en un conjunto pequeño de datos para obtener un valor medio dado.

Castro y Zabala (2014) mencionan que los estudiantes no conocen el método que se emplea para calcular la mediana tanto en datos sin agrupar como datos agrupados. También menciona los errores de los estudiantes al calcular la mediana como valor central de la serie de datos sin antes ser ordenada; al calcular la moda en vez de la mediana y equivocarse al calcular el valor central.

## ■ Revisión de literatura de Matemática Educativa

Se describirá la forma como ha sido tratado el aprendizaje de las medidas de tendencia central (MTC) en la educación básica secundaria, cómo se encuentra el avance de su conocimiento en estos momentos y cuáles son las tendencias existentes para el desarrollo de su aprendizaje en los estudiantes. A continuación se describe una compilación de resultados obtenidos de otras investigaciones que se ha realizado sobre las MTC.

Castro y Zabala (2014) realizaron una investigación en educación estadística denominado “Un caso descriptivo en la enseñanza del Pensamiento Aleatorio” donde describe las principales características de la comprensión de los estudiantes de grado séptimo de educación básica secundaria, cuando se enfrentan a situaciones que involucran análisis de datos. Como conclusiones generales de la investigación mencionan que muchas de las dificultades que presentan los estudiantes en la comprensión de los conceptos básicos de la estadística, podrían estar relacionadas con la capacidad de justificar el porqué de un procedimiento o una estrategia de solución de un problema. A estas dificultades se adiciona la poca atención que los educadores han prestado a las supuestas “nociónes simples” de la estadística como la elaboración de gráficos y tablas, y medidas de tendencia central como la media, moda y mediana.

Mateus (2014) realiza un estudio cualitativo sobre la enseñanza de las Medidas de Tendencia Central usando una estrategia didáctica basada en e-learning, en grado décimo de educación secundaria en una institución educativa de Circasia – Quindío, Colombia, utilizando como metodología la ingeniería didáctica de Michèle Artigue (2011), donde incentiva a desarrollar una cultura de la virtualidad desde las matemáticas en los estudiantes, teniendo acceso constante y permanente en una Plataforma Web promoviendo el aprendizaje autónomo a través de estas herramientas de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), siendo usada por los docentes como apoyo para sus cursos presenciales.

Mayén, Díaz y Batanero (2009) realizan un estudio interesante sobre los “conflictos semióticos de estudiantes con el concepto de mediana” realizado a 518 estudiantes mexicanos de Educación Secundaria y Bachillerato donde se analizan las respuestas a una situación problema de cálculo de la mediana. En

dicha investigación se utilizan las ideas del enfoque ontosemiótico para clasificar las respuestas y describir los conflictos semióticos detectados.

Cobo (2003) realizó una investigación (estudio teórico-experimental), sobre el significado y la comprensión de las medidas de posición central en la Educación Secundaria Obligatoria en España, que analiza los tipos de problemas, representaciones, procedimientos de cálculo, definiciones, propiedades y argumentaciones relacionados con estos objetos, tanto en su faceta institucional como personal.

Carmen Batanero (2000) de la Universidad de Granada España, realiza una investigación sobre significados y comprensión de las medidas de posición central en la enseñanza de la educación primaria y secundaria.

### ■ Marco teórico

Esta investigación está basada en el marco teórico llamado enfoque ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática que es un sistema teórico inclusivo que trata de articular diversas aproximaciones y modelos teóricos usados en la investigación en Educación Matemática a partir de presupuestos antropológicos y semióticos sobre las matemáticas y su enseñanza. Las nociones teóricas precedentes se complementan con la noción de idoneidad didáctica de un proceso de instrucción que se define como la articulación coherente y sistémica de las seis componentes siguientes (Godino, Batanero y Font, 2009):

Idoneidad epistémica, se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia. Por ejemplo, la enseñanza de la adición en la educación primaria puede limitarse al aprendizaje de rutinas y ejercicios de aplicación de algoritmos (baja idoneidad), o tener en cuenta los diferentes tipos de situaciones aditivas e incluir la justificación de los algoritmos (alta idoneidad). Idoneidad ecológica, grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.

Idoneidad interaccional. Un proceso de enseñanza-aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales (que se puedan detectar a priori), y por otra parte permita resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción. Idoneidad mediacional, grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. Por ejemplo, si el profesor y los alumnos tuvieran a su disposición medios informáticos pertinentes al estudio del tema en cuestión (Cabri, p.e., para la geometría plana), el proceso de estudio que se apoye en estos recursos tendría potencialmente mayor idoneidad mediacional que otro tradicional basado exclusivamente en la pizarra, lápiz y papel. *f*

Idoneidad cognitiva, expresa el grado en que los significados pretendidos/ implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/ implementados. Idoneidad afectiva, grado de implicación (interés, motivación, ...) del alumnado en el proceso de estudio. La idoneidad afectiva está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como con factores que dependen básicamente del alumno y de su

historia escolar previa. Por ejemplo, tendrán idoneidad emocional alta los procesos basados en el uso de situaciones-problemas que sean de interés para los estudiantes. *f*

Como se puede deducir de los ejemplos propuestos, la idoneidad de una dimensión no garantiza la idoneidad global del proceso de enseñanza-aprendizaje. Estas idoneidades deben ser integradas teniendo en cuenta las interacciones entre las mismas, lo cual requiere hablar de la idoneidad didáctica como criterio sistémico de adecuación y pertinencia respecto del proyecto educativo global (Godino, Wilhelmi y Bencomo, 2005).

### ■ Metodología y fases del diseño metodológico

Se implementan las bases teóricas, diseño y método de análisis del EOS para la valoración de la idoneidad didáctica. Se abarcan las siguientes secciones: caracterización de la investigación, selección de los participantes, el escenario y contexto del estudio, así como las fases del diseño metodológico que permitirá técnicas e instrumentos de recogida de información.

La investigación se caracteriza por ser una investigación cualitativa - descriptiva, cuya principal fuente de recogida de datos es un cuestionario de situaciones problemas para ser realizado por los estudiantes. Para la construcción del cuestionario se tiene en cuenta los criterios de idoneidad didáctica y la Guía para la Valoración de la Idoneidad Didáctica de Godino (2011) que permite promover y facilitar una fase reflexiva en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

La educación básica secundaria en Colombia está comprendida entre los grados sexto (6°) y noveno (9°) con estudiantes de 11 años a los 14 años, esta investigación está centrada en estudiantes de grado noveno en donde finaliza la educación básica para dar paso a la educación media que comprende los grados décimo (10°) y undécimo (11°). Esta investigación es realizada en una institución educativa de la ciudad de Pereira, la Institución Educativa Hugo Ángel Jaramillo (IEHAJ) quien es uno de los Mega Colegio realizados en esta ciudad, que se inauguró en el año 2011 en la Comuna del Café y que está bajo la administración de la Unión Temporal Universidad Tecnológica de Pereira (UTP) y la Red de Universidades Públicas del Eje Cafetero SUEJE - Alma Máter.

Esta institución educativa cuenta con una capacidad instalada para 1440 estudiantes, de los cuales 120 dirigido a estudiantes de Grado Noveno, distribuidos en 3 grupos de 40 estudiantes, denominados grados noveno uno (9-1), noveno dos (9-2) y noveno tres (9-3).

A continuación se describen las fases del diseño metodológico.

#### Fase de Estudio Preliminar

En esta fase se hará un estudio preliminar como se indica en los objetivos, que permita establecer una configuración epistémica – ecológica que indique el grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia de las MTC, así como el grado en que el proceso de estudio se ajusta al Proyecto Educativo de la Institución Educativa Hugo Ángel Jaramillo (IEHAJ), a través de los condicionamientos del entorno social y cultural en que se desarrolla.

### Fase de Diseño de Trayectorias Didácticas

Se realizará diseño de trayectorias didácticas a través de una configuración interaccional – mediacional para resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción, y el grado de disponibilidad/adecuación, por medio de los recursos materiales necesarios para el desarrollo del proceso de aprendizaje de las MTC.

### Fase de Implementación

En esta fase se implementará una configuración cognitiva – afectiva que permita expresar la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos de los estudiantes en el proceso de estudio de las MTC, mediante el grado de implicación (interés, motivación, disposición) que ellos tienen en el proceso de aprendizaje.

### Fase de Valoración

En esta fase se construirá una valoración de las idoneidades que permita visualizar una integración de las idoneidades epistémica, ecológica, interaccional, mediacional, cognitiva y afectiva, logrando una aproximación a una idoneidad didáctica para el aprendizaje de las MTC a través del Enfoque Ontosemiótico.

### ■ Desarrollo de algunos ejemplos, análisis de resultados y conclusiones.

Se presentan a los estudiantes una serie de situaciones problemas relacionadas con las medidas media, moda y mediana, y a continuación se ilustra el desarrollo de algunas de ellas realizada por los estudiantes:

Situación 3. Tenemos seis números y el más grande es el 5. Sumamos estos números y dividimos la suma por seis. El resultado es 4. ¿Te parece posible?, ¿Por qué? (Tomado de Mayén, Cobo, Batanero y Balderas, 2007).

El estudiante dice “sí es posible”, suma los números seis (6), cinco (5) y cuatro (4) que aparecen en el enunciado, obteniendo como resultado quince (15), luego lo divide entre seis (6) y obtiene como cociente uno coma noventa y seis (1,96).

Este estudiante no realizó una buena lectura del enunciado lo que permite una interpretación errónea y una posterior solución equivocada de la situación. Estos problemas de lectura e interpretación de problemas es lo que afecta a algunos estudiantes en la solución de situaciones problemas planteadas en las pruebas estandarizadas.

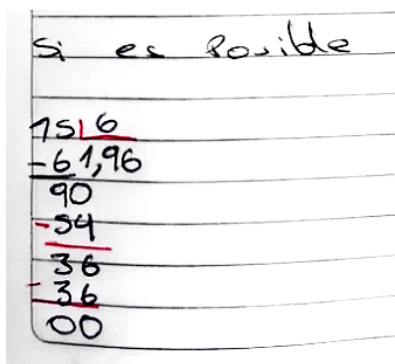


Figura 1. Situación problema 3

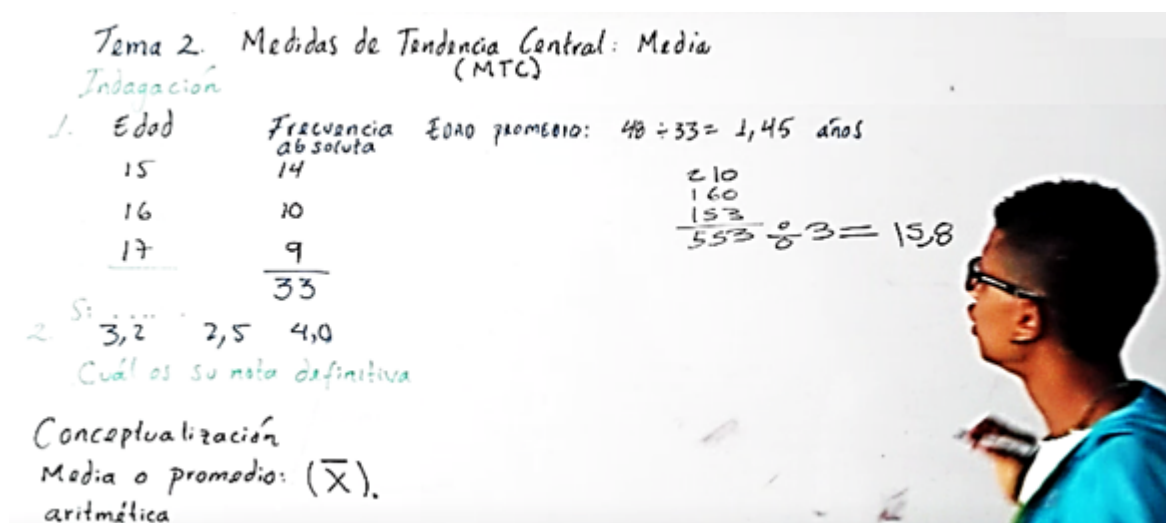


Figura 2. Errores de cálculo de la Media en datos agrupados

Se realiza una encuesta a los estudiantes de grado noveno sobre las edades de cada uno, se registran y se organizan los datos en una tabla con frecuencia absoluta, hasta ese momento, los estudiantes ya se habían enfrentado a situaciones problemas que involucran la media simple, sin embargo, al enfrentarse a esta situación donde los datos están agrupados en una tabla con frecuencias absolutas, suman las edades quince (15), dieciséis (16) y diecisiete (17), luego la dividen entre el número total de estudiantes que encuestaron, es decir treinta y tres (33), y obtienen un dato de uno coma cuarenta y cinco años (1,45 años), el estudiante analiza este dato, y el docente orienta con la siguiente pregunta: ¿ese dato quiere decir que la edad promedio de un estudiante en el salón es de 1,45 años, es decir, que un estudiante en promedio de este salón tiene menos de dos años?. El estudiante analiza la pregunta y dice que no es correcto el dato que acaba de calcular, por lo que intenta resolverlo de otra manera, dice: “si 14 estudiantes tiene 15 años, entonces debo sumar 14 veces 15 años, y es lo mismo que multiplicar 14 veces x 15 años = 210 años, de igual forma 10 estudiantes tienen 16 años, es decir 10 veces x 16 años = 160 años, y 9 estudiantes tienen 17 años, es decir 9 veces x 17 años = 153 años”, sumo esos resultados y obtiene 553 años (suma que realiza mal) y lo divide ahora si entre el total de estudiantes que son 33, y obtiene el dato de 15,8 años. El

profesor realiza la pregunta: ¿este dato tiene más sentido?, ¿qué significa este dato?, a lo cual es estudiante responde que ese dato quiere decir que en promedio un estudiante del salón tiene 15,8 años, lo cual es una interpretación correcta.

Se puede concluir que los estudiantes presentan errores en el cálculo de la media simple, y aún más cuando se trata de datos agrupados y situaciones problemas que requieren el uso de media ponderada. En el cálculo de la moda presentan pocos errores y se percatan de que a veces en un conjunto de datos puede haber uno, dos o tres datos que tienen la misma frecuencia, es decir que se repite las mismas veces, y a su vez son las que más se repiten, por lo que concluyen de que un conjunto de datos puede tener una, dos o tres modas (unimodal, bimodal o multimodal). En el cálculo de la mediana también presentan errores cuando para obtener este valor representativo no ordenan el conjunto de datos de menor a mayor, cuando la cantidad de datos es un numero par, o cuando los datos están agrupados.

Recién finalizada una situación problema el docente obtiene el siguiente dialogo con los estudiantes:

Profesor: ¿Qué les pareció la actividad?
Estudiante 1: Lo hace pensar mucho a uno, a mí me gusta la matemática pero cuando me explican bien, porque cuando a uno no le explican, se enreda mucho, en cambio cuando uno entiende a uno como que se le va aclarando la mente, a mí no me da pereza de matemáticas, me parecen muy chéveres.
Profesor: ¿Son buenas estas situaciones? ¿Qué tienen de diferente estas situaciones con las que normalmente se ven en los libros?
Estudiante 2: Que hacen pensar bastante con poca información, es decir con un enunciado corto.
Profesor: ¿Si aprenden con estas situaciones problemas?
Todos los estudiantes: Sii...
Profesor: ¿Y si entendieron con estas situaciones problemas?
Estudiante 2: Claro profe, yo le expliqué a ella (otra estudiante). Estas situaciones son entretenidas, lo ponen a pensar mucho a uno, uno al final ve que estaba fácil, cuando uno le pone lógica ve que está súper fácil.
Profesor: ¡Qué bueno que les haya gustado!

En esta investigación en curso se puede concluir que las situaciones problemas permite a los estudiantes enfrentarse a situaciones contextualizadas a su entorno y que son de interés para ellos, permite que el estudiante reflexione sobre lo que se necesita saber de un conjunto de datos y los cálculos que necesita realizar para obtener un valor representativo.

### ■ Referencias bibliográficas

- Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de posición central. *UNO*, 2000, 25, 41-58.
- Castro, D. y Zabala, J. (2014). *Educación Matemática: Un caso Descriptivo en la Enseñanza del Pensamiento Aleatorio*. Colombia 2014. ed: Caza de Libros ISBN: 978-958-8822-51-8 v. pags.
- Cobo, B. (2003). *Significados de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.

- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2009). *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Disponible en Internet: [http://www.ugr.es/local/jgodino/indice\\_eos.htm](http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_eos.htm).
- Mateus, Eduar (2012). *Estudio cualitativo sobre la enseñanza de las medidas de tendencia central usando una estrategia didáctica basada en e-learning, en grado décimo de educación secundaria en la Institución Educativa Luis Eduardo Calvo Cano*. En Obando, Gilberto (Ed.), *Memorias del 13er Encuentro Colombiano de Matemática Educativa* (pp. 1079-1084). Sello Editorial Universidad de Medellín.
- Mayén, S., Batanero, C. y Díaz, C. (2009). Student's semiotic conflicts in the concept of median. *Statistics Education Research Journal*, 8 (2), 74-93.
- Mayén, S., Cobo, B., Batanero, C. y Balderas, P. (2007). Comprensión de las medidas de posición central en estudiantes mexicanos de bachillerato. *Unión*, 9, 187-201.
- Sayritupac, J. (2013). *Significados de las medidas de tendencia central. Un estudio con alumnos universitarios de carreras de humanidades*. Tesis de maestría en enseñanza de las matemáticas. Pontificia Universidad Católica del Perú.