

La resolución y planteamiento de problemas como estrategia metodológica en clases de matemática

Solving and posing problems as a methodological strategy in mathematics classes

Tipo de colaboración: Ensayo

Johan Espinoza González¹

jespinoza@una.cr

Resumen

En el presente artículo se exploran algunos elementos que intervienen en el proceso de enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos empleando la resolución y planteamiento de problemas como estrategia metodológica. Para ello se utilizan, a manera de ejemplo, algunas experiencias didácticas realizadas por el autor al utilizar este tipo de estrategias en clases de matemática. Los resultados muestran la viabilidad, pertinencia y aspectos positivos de emplear este tipo de actividades, así como la importancia del trabajo del profesor como organizador y guía de la clase y del estudiante como responsable de su propio aprendizaje.

Palabras clave: Resolución de problemas, planteamiento de problemas, Educación Matemática.

Abstract

This article explores some elements that intervene in the teaching and learning process of mathematical contents using the problem solving and posing as a methodological strategy. For this purpose, there are used, as an example, some didactic experiences made by the author when using this type of strategies in mathematics classes. The results show the feasibility, pertinence, and positive aspects of using this type of activities, as well as the importance of the work of the teacher as class organizer and guide and the student as responsible for their own learning.

Keywords: Problem Solving, problem posing, Mathematics Education.

¹ Máster en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, España. Profesor Titular de la Universidad Nacional de Costa Rica.

Introducción

En Costa Rica, al igual que en otros países, existe la necesidad de fortalecer la formación matemática de las nuevas generaciones. Ante esto, los procesos de enseñanza y de aprendizaje juegan un papel fundamental, ya que además de la obtención de contenidos teóricos se pretende fomentar destrezas, habilidades y recursos mentales que son indispensables para hacerle frente a las exigencias de la sociedad presente y futura (Espinoza, Espinoza, González, Zumbado y Ramírez, 2008).

Esta visión de la enseñanza de la Matemática está plasmada en el programa de estudio de Matemática vigente del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP), el cual afirman que:

Los conocimientos matemáticos son la base de estos programas. No obstante, se adopta un enfoque basado no solamente en contenidos matemáticos. Lo que se pretende es el desarrollo de mayores capacidades del ciudadano para enfrentarse a los retos del mundo del que forma parte. (MEP, 2012, p.14).

Para ello el MEP propone en los programas para la educación matemática de primaria y secundaria la resolución de problemas en contextos reales como estrategia metodológica principal y el planteamiento de problemas como uno de los procesos matemáticos centrales de esta actividad (MEP, 2012). Al respecto señala:

En el currículo se enfatizará el trabajo con problemas asociados a los entornos reales, físicos, sociales y culturales, o que puedan ser imaginados de esa manera. Se asume que usar este tipo de problemas es una poderosa fuente para la construcción de aprendizajes en las Matemáticas. (MEP, 2012, p.10).

A pesar de esto, en Costa Rica la enseñanza y aprendizaje de esta disciplina se ha caracterizado, en términos generales, por el uso de estrategias metodológicas de corte magistral donde el docente plantea un tema y su definición, resuelve uno o dos ejemplos y luego propone una lista de ejercicios similares para que los estudiantes las realicen (Ruiz, 2013).

En cuanto al planteamiento de problemas, es un tema que no se ha estudiado a fondo y los trabajos en este campo no son tan numerosos como los referidos a la

resolución de problemas (Malaspina, 2015). Además, su empleo en clases de matemática no son una práctica común en clases de matemática (Espinoza, Lupiáñez y Segovia, 2014).

Sin embargo, ha empezado a recibir mayor atención de modo que se destaca como un medio que permite desarrollar el pensamiento matemático (Malaspina, 2015). De hecho, cuando un estudiante resuelve tareas de planteamiento de problemas debe pensar y analizar críticamente el enunciado, así como examinar los datos que este presenta y manipular distintas estrategias de resolución que permitan obtener la solución de dicho problema (Ayllón, Ballesta-Claver y Gómez, 2016).

Por tanto, en este documento se presentan algunos elementos que intervienen en el proceso de enseñanza y aprendizaje de contenidos empleando la resolución de problemas como estrategia metodológica, entre ellos, el papel del estudiante y rol del profesor como organizados de la clase. Para ello se presentan algunos ejemplos de experiencias realizadas por el autor al emplear este tipo de estrategias en clases. De igual forma se analiza el papel que tiene el planteamiento de problemas como rol complementario en los procesos de resolución de problemas, así como las bondades reconocidas de emplear este tipo de actividades en clases de matemáticas.

Desarrollo

La resolución de problemas como estrategia metodológica

La resolución de problemas se ha convertido en una parte esencial en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática. Puede considerarse como pionera la obra *How to solve it* de Pólya escrita en 1945, la cual impulsó significativamente el estudio de la resolución de problemas y la ubicó dentro de los temas a investigar por la comunidad de Educación Matemática. Pero qué se entiende por problema y resolución de problemas matemáticos.

De acuerdo con Pólya (1979), un problema implica buscar una acción apropiada para lograr un objetivo establecido, pero que el alcanzarlo no se da de manera inmediata. En este sentido Rojas (2015), menciona que un problema debe plantear

un reto para los estudiantes, de manera que su solución provea una manera de conocer su medio ambiente.

Un problema también es considerado como una situación que hace pensar al estudiante (Mancera, 2000) y que el profesor propone para hacerle adquirir un conocimiento nuevo, lo cual se comprueba cuando el estudiante es capaz de ponerlo en práctica, por él mismo, en cualquier contexto de enseñanza y en ausencia de cualquier indicación intencional, denominada situación a-didáctica (Brousseau, 1986).

En cuanto a la resolución de problemas, algunos alumnos creen que consiste en resolver ejercicios rutinarios que tienen que ver más con realizar procesos mecanizados o memorísticos y que son dejados como tarea para que “practiquen” (Monroy, 2014); sin embargo, implica otro tipo de actividad mental de mayor exigencia. Al respecto, Schoenfeld (1985, en Santos 2014), la concibe como el empleo de problemas o proyectos difíciles por medio de los cuales los alumnos aprenden a pensar matemáticamente, tomando en cuenta que el término difícil se refiere a una situación en la que el estudiante desconoce un algoritmo que lo lleve inmediatamente a la solución.

Por último, Stanic y Kilpatrick (1989) plantean el uso de la resolución de problemas como el medio para hacer matemática, donde los problemas no se ven sólo como una práctica, sino que constituyen lo medular en el proceso y será lo que va a permitir al estudiante construir sus conocimientos matemáticos.

Así, en este estudio se considera que un problema matemático es una situación que se le propone al estudiante para adquirir un conocimiento matemático nuevo, el cual requiere solución, pero que el método para hallarla no es tan obvia ni inmediato, por lo que hace pensar al estudiante. Así mismo, se adopta la visión de resolución de problemas dada por Stanic y Kilpatric (1989), al considerarla como un medio para hacer matemática; tomando parte fundamental en el proceso de enseñanza y permitiendo a los estudiantes construir sus propios conocimientos.

Esta concepción de problema y resolución de problemas es similar a lo planteado en los programas vigentes del MEP, ya que un problema es descrito como una

situación que provoca una acción cognitiva no simple y donde el estudiante no identifica inmediatamente las acciones necesarias para resolverlo, mientras que la resolución de problemas es concebida como el conjunto de estrategias pedagógicas cuyo propósito es el aprendizaje de contenidos matemáticos y de estrategias para plantear y resolver problemas (MEP, 2012).

El planteamiento de problemas en la educación matemática

De acuerdo con Rodríguez, García y Lozano (2015), el planteamiento de problemas es una de las capacidades básicas que debe favorecer los procesos de resolución de problemas. De hecho, en varias habilidades específicas o indicaciones puntuales dadas en el Programa de Estudio de Matemática del MEP se menciona que los estudiantes resuelvan problemas y luego formulen nuevos problemas a partir alguna situación presentada de forma textual, gráfica (ilustración) u operaciones aritméticas. De igual forma Santos y Camacho (2013, en Santos, 2015), mencionan que un ejercicio o problema rutinario puede ser modificado en una actividad que demande mayor reflexión matemática, al solicitarle a los estudiantes plantear preguntas relacionadas con la comprensión de los enunciados y conceptos.

De esta forma, el plantear problemas no es una actividad nueva, sino que forma parte de la resolución de problemas desde hace ya varios años; sin embargo, es durante las últimas décadas cuando los investigadores en Educación Matemática le prestan más atención y la identifican como una línea de investigación (Espinoza, Lupiáñez y Segovia, 2016). Pero ¿en qué consiste este proceso?

De acuerdo con Espinoza et al. (2016), el planteamiento de problemas es un proceso matemático complejo en el cual se construyen problemas a partir de la interpretación personal o significado que le da el estudiante a una situación concreta o a un problema previamente dado y este puede ocurrir antes, durante o después de la resolución de problemas.

Así, los estudiantes pueden inventar o reformular problemas durante la solución de un problema complejo al cambiar el tamaño de los números o estudiar un caso particular con el objetivo de comprenderlo mejor. Por ejemplo, en el trabajo de Pólya

(1979) se menciona ¿cómo podemos plantear el problema de manera diferente?, ¿cómo variar el problema descartando parte de la condición?

Esta actividad también se puede realizar antes de resolver un problema, cuando lo que se persigue no es la solución sino el planteamiento de uno a partir de una situación, imagen o experiencia (Silver, 1994). Por ejemplo, en el estudio de Fernández y Molina (2016) se les pidió a los estudiantes inventar un problema a partir de una ecuación o un sistema de ecuaciones dado y en la investigación de Jiménez, González y Martínez (2016), los estudiantes plantearon problemas con base en una imagen.

Por último, el planteamiento de problemas también puede ocurrir después de la solución de un problema al modificar el objetivo, meta o condición de uno ya resuelto con el fin de generar nuevos problemas (Silver, 1994). Por ejemplo, en la propuesta de Salazar (2014), los estudiantes cambiaron algunas hipótesis o realizaron modificaciones a los requerimientos de problemas analizados previamente.

Por otra parte, los defensores de este tipo de actividades argumentan que los procesos de invención de problemas promueven la participación de los estudiantes en una auténtica actividad matemática (Bonotto, 2013). Además, permiten adquirir aprendizajes significativos al exigir realizar una aportación personal, propia y creativa, e indaga en las capacidades matemáticas que tienen los estudiantes al establecer relaciones entre los distintos conceptos matemáticos, así como las estructuras numéricas (Ayllón et al., 2016).

De hecho, Espinoza, et al. (2014) mencionan a varios autores que ponen de manifiesto que es una herramienta que ha sido empleada para mejorar las habilidades de resolución de problemas matemáticos, tener una visión de la comprensión de los conceptos y procedimientos matemáticos de los estudiantes, desarrollar el conocimiento matemático, dar un punto de vista sobre cómo los estudiantes manejan y estructuran su propio conocimiento matemático o investigar cómo piensan los niños sobre la matemática.

Ayllón y Gómez (2014) también recogen algunas de las bondades del planteamiento de problemas, en las que destacan el aumento del conocimiento matemático y

lingüístico, el incremento de la motivación, la disminución de la ansiedad, el vencimiento de los errores matemáticos frecuentes y el aumento de la creatividad. Una vez expuestas algunas ideas fundamentales relacionadas con los dos tópicos de interés de este estudio, se presentan algunos elementos que intervienen en los procesos de enseñanza y aprendizaje de contenidos empleando la resolución de problemas. Además, se exponen algunas formas en las que se pueden emplear las actividades de Invención de problemas como rol complementario en este proceso.

La resolución de problemas como estrategia metodológica: Un ejemplo práctico

La realización de una propuesta didáctica basada en la resolución de problemas, concebida como el medio para hacer matemática, se lleva a cabo mediante varias etapas. El primer trabajo consiste en elaborar un problema que esté inmerso en alguna problemática de interés para los estudiantes, que su nivel de dificultad sea el adecuado de modo que la solución no sea tan obvia o inmediata, y que no necesariamente contenga una pregunta dirigida (Espinoza et al., 2008).

Para ello el docente debe estudiar los conceptos matemáticamente, las aplicaciones a la vida real que esto tengan y realizar una investigación histórica sobre los mismos con el fin de tener un marco referencial de cómo los matemáticos de la época construyeron dichos conceptos.

El siguiente es un problema matemático en el cual se tomó en cuenta lo descrito anteriormente y que corresponde a una propuesta para enseñar Estadística a estudiantes de 14-15 años de un colegio público de Costa Rica. Una descripción más detallada de se puede encontrar en Espinoza et al. (2008)

Para el próximo año, una institución de ayuda social quiere hacer una donación de paquetes de uniformes escolares y ayudas económicas mensuales a estudiantes destacados académicamente que actualmente cursen séptimo nivel de un colegio de la región educativa de Pérez Zeledón y que estén necesitados de este apoyo para solventar algunas carencias que pueden afectar directa o indirectamente su desempeño académico.

Las autoridades del liceo Jerusalén-Aeropuerto consideran que dicha institución cumple con las características necesarias para ser tomado en cuenta en la asignación de estos recursos. Las razones expuestas por las autoridades, se

fundamentan en las limitaciones que tiene el liceo para apoyar a los jóvenes de escasos recursos, los cuales constituyen una mayoría dentro de la población estudiantil.

Para ser tomado en cuenta y recibir la donación, se requiere llevar a cabo una caracterización de la situación socioeconómica y del rendimiento académico de los estudiantes de séptimo del Liceo Jerusalén-Aeropuerto. Es necesario elaborar un documento, lo más detallado posible, con esta información, de manera que la institución de ayuda social pueda estudiar el caso y valorar si se cumplen las condiciones para brindar la ayuda al colegio.

Las autoridades del liceo Jerusalén-Aeropuerto consideran que los estudiantes de la sección 8-1 presentan las características idóneas para llevar a cabo este trabajo, ya que es un grupo que se ha destacado por el orden que mantienen en el aula y por realizar de forma exitosa los trabajos asignados por los docentes. Además, poseen el mejor rendimiento académico en la asignatura de matemática (Espinoza et al., 2008, p.147).

Una vez elaborado el problema se pasa a la siguiente etapa de organización de la clase, la cual busca una participación activa de los estudiantes y una construcción unida de los aprendizajes que fomenten la competencia matemática (MEP, 2012).

En esta etapa se recomienda seguir cuatro fases o momentos centrales. El primero consiste en proponer el problema antes de enseñar el tema propuesto, ya que se pretende que los estudiantes aprendan dicho tema al resolver el problema. En la segunda fase los estudiantes se enfrentan al problema por sí mismos sin la intervención del docente y su fin es que comprendan el problema, formulen estrategias, hipótesis y procedimientos que les permitan resolverlo.

Por ejemplo, en la propuesta pedagógica para la enseñanza de la Estadística presentada anteriormente, los estudiantes se organizaron en subgrupos de dos o tres personas y discutieron entre ellos la redacción del problema con el fin comprenderlo. Al inicio se presentó resistencia por parte de varios estudiantes para realizar el trabajo ya que no comprendían la razón por la que se les cambiaba la estrategia tradicional de enseñanza, por lo que el docente debió intervenir para lograr un consenso con respecto a la importancia de la actividad que se iba a desplegar. Una vez asimilado el problema, la discusión se orientó a establecer estrategias de solución y concluyeron que requerían de diferentes datos para poder llevar a cabo el trabajo encomendado (Espinoza et al., 2008).

La discusión interactiva y comunicativa ocurre en la tercera fase. En este momento y con la ayuda del docente se permiten espacios para valorar y comparar los resultados, soluciones o elaboraciones aportadas, tomando un papel protagónico la argumentación y la comunicación. Siguiendo con el ejemplo anterior, una vez que los estudiantes resolvieron el problema, tuvieron la oportunidad de presentar a los demás compañeros del grupo la estrategia que emplearon para resolverlo, argumentando y justificando la escogencia del mismo. Esta fase fue muy interesante porque estudiantes que normalmente no participaban en clase lo hicieron con fluidez (Espinoza et al., 2008).

En la última fase, denominada clausura o cierre, se concluye pedagógicamente los contenidos trabajados estableciendo un vínculo con el saber matemático construido por la comunidad profesional en matemática. Por ejemplo, en la experiencia sobre la enseñanza de la Estadística ocurrió cuando el docente desarrolló y definió los conceptos que pusieron en práctica los estudiantes al resolver los problemas.

Este mismo estudio concluye que los estudiantes tuvieron gran protagonismo en esta fase, ya que relacionaron la materia que el profesor desarrollaba con la experiencia vivida al momento de enfrentar las diferentes etapas para resolver el problema. Además, pusieron en práctica dichos conocimientos en la resolución de ejercicios en clases.

Otro aspecto importante a tomar en cuenta en este tipo de propuestas es el trabajo de tres elementos que son protagonistas en este proceso: el trabajo del estudiante, el papel del profesor y el saber matemático (contenido a enseñar).

Con respecto al primero, su trabajo no debe basarse solo en aprender definiciones, teoremas y su aplicación a ciertos ejercicios, sino que debe ser semejante al realizado por el investigador dentro de una comunidad científica (Brousseau, 1986).

Así el estudiante es responsable de descubrir los resultados por sí mismo mediante la elaboración de hipótesis y procesos de comprobación y refutación.

Este hecho se observó en el trabajo de Espinoza y Zumbado (2010), ya que durante la actividad los estudiantes mostraron motivación y persistencia para resolver el problema. Aunque al inicio se les notó frustrados porque el problema les pareció

difícil y no vieron una solución inmediata, al finalizar quedaron satisfechos porque el esfuerzo que pusieron para resolverlo valió la pena.

De igual forma en el estudio de Espinoza et al. (2008) se observó que los estudiantes que regularmente mostraban una actitud pasiva durante el proceso de enseñanza tradicional jugaron un rol importante en su interacción con el resto de compañeros. Esto se ratificó en las manifestaciones hechas por los estudiantes en las entrevistas, donde surgieron frases tales como “con este método uno participa más; además, trabajar en grupos es más bonito porque todos aportan ideas, se comparte más con los compañeros y se puede opinar más” (p. 208).

En cuanto al rol del docente, su trabajo es guiar al estudiante hacia la aprehensión del conocimiento y conocer el saber a enseñar antes de ser presentado al alumno. Además, debe promover que en su lección los estudiantes conformen algo semejante a una sociedad científica, en donde descubran el conocimiento mediante las situaciones-problemas planteadas con este fin (Espinoza et al., 2008). Por ejemplo, en la propuesta de Espinoza y Zumbado (2010), el docente intervino para motivar a los estudiantes cuando algunos no sabían cómo iniciar a resolver el problema. Además, promovió la discusión de estrategias en cada uno de los subgrupos sin decir directamente alguna de ellas.

Por último, el saber matemático es el conocimiento que ha sido presentado por la comunidad científico-matemática, el cual sufre una serie de cambios didácticos que lo convierten en un saber a enseñar (Brousseau, 1986). Es importante destacar que el objetivo de la estrategia consiste en que los estudiantes resuelvan un problema elaborado por el profesor siguiendo una serie de recomendaciones, de modo que si lo resuelven aprenderán un conocimiento nuevo. De ahí la importancia del trabajo del docente durante dicho proceso para que el objetivo se cumpla.

El planteamiento de problemas como rol complementario en la resolución de problemas.

Algunos autores destacan la importancia del planteamiento de problemas en los procesos de resolución de problemas. Por ejemplo, Cai y Hwang (2002; en Fernández y Barbarán, 2015), afirman que la capacidad de un sujeto para inventar

problemas más complejos permite un desarrollo más robusto de su capacidad para resolver problemas. De igual forma Bonotto (2013), menciona a varios autores que consideran que tiene una influencia positiva sobre la habilidad de los estudiantes para resolver problemas, así como para mejorar la disposición, actitudes y confianza hacia la matemática.

Así y siguiendo la propuesta del MEP con respecto al uso de este tipo de actividades, es que se propone que los estudiantes inventen problemas como complemento del trabajo realizado luego de resolverlos.

En este sentido el Programa de Estudio de Matemática del MEP recomienda para el contenido de cálculo y estimaciones “resolver y plantear problemas en los que se utilicen las operaciones suma, resta, multiplicación y división” (MEP, 2012, p. 98). Para ello se dan algunas indicaciones puntuales como la resolución de problemas y el “proponer al estudiante plantear un problema con las siguientes operaciones: $3 \times 1500 = 4500$ ” (MEP, 2012, p. 99).

De igual forma, para el contenido de cuerpos sólidos se propone el “plantear problemas con base en imágenes de cuerpos sólidos” (MEP, 2012, p. 115) y como indicación puntual se menciona que “es importante que cada estudiante utilice los conocimientos adquiridos en el planteamiento de problemas. Se le debe proporcionar cierta información para que, de forma creativa, proponga algún problema o ejercicio que utilice la información dada” (MEP, 2012, p 115).

De esta forma, el complementar el proceso de resolución de problemas con tareas de planteamiento de problemas dinamiza y potencia los procesos de enseñanza y aprendizaje y estimula el desarrollo del pensamiento matemático. (Malaspina, 2016). En este sentido, Ayllón et al. (2016) menciona que, al inventar problemas, el estudiante se ve obligado a pensar, analizar críticamente el enunciado, a examinar los datos que éste presenta y a manipular distintas estrategias de resolución que permitan obtener la solución de dicho problema (Ayllón et al., 2016). Por último, es importante destacar el papel que tiene el docente en el planeamiento de este tipo de actividades, ya que debe ser competente en matemáticas y en didáctica para estimular en sus estudiantes la creatividad y favorecer el aprendizaje mediante el

planteamiento de problemas (Malaspina, 2013).

Conclusiones

En primera instancia se reconoce que la resolución de problemas es una estrategia metodológica que fomenta un aprendizaje significativo de los contenidos matemáticos. Además, promueve el desarrollo de habilidades, destrezas y diversas competencias matemáticas que le serán útiles a los estudiantes en su vida cotidiana. Esto porque se enfrentan a un problema que les plantea una serie de retos y dificultades; sin embargo, al resolverlo, con la ayuda del docente y el empleo de sus habilidades y conocimientos previos, logran asimilar nuevas habilidades, conocimientos y competencias.

También concluimos que la preparación de este tipo de actividades no es tarea fácil, ya que requieren de la búsqueda y análisis de información previa que permita elaborar un problema con las características ya citadas y que además posea una intencionalidad didáctica, es decir, que el estudiante aprenda un conocimiento nuevo y que motive a los alumnos a resolverlo.

De igual forma, el trabajo del docente no es sencillo y difiere al de una clase tradicional. Esto porque tiene que ser ágil en el manejo de los tiempos de clase, preparar con antelación todas las posibles soluciones del problema, poseer un conocimiento histórico matemático del concepto a enseñar, motivar a los estudiantes cuando no encuentran una estrategia para resolverlo y no contestar preguntas que lleven a resolver el problema inmediatamente.

En este sentido se coincide con Mancera (2000), al considerar que, para implementar exitosamente la resolución de problemas, el docente requiere asimilar una serie de conceptos teóricos, así como adquirir la sensibilización necesaria para diseñar situaciones didácticas que le brinden al estudiante la oportunidad de interactuar con el problema, el saber y los demás compañeros. De igual forma debe abstenerse de generar situaciones que tiendan a desequilibrar el proceso forzando la solución del problema.

Así, este tipo de estrategias promueven que los estudiantes construyan el

conocimiento, despertando el interés, la motivación y la responsabilidad por resolver el problema. Además, propicia una mayor participación del estudiante, desarrolla habilidades de comprensión, análisis, trabajo en equipo, actitud de diálogo, toma de decisiones y convivencia. De igual forma, los estudiantes encuentran en esta actividad una manera interesante y diferente a la tradicional de ver los conceptos matemáticos y la manera en que estos son utilizados en la vida cotidiana y reviven de alguna manera la construcción del saber cómo lo hicieron los matemáticos de la antigüedad.

En relación con el planteamiento de problemas, se coincide con Cai, Hwang, Jian y Silver (2015), al afirmar que este tipo de actividades pueden promover la comprensión conceptual de los estudiantes, fomentar su capacidad de razonar y comunicar matemáticamente, así como capturar su interés y curiosidad. Además, se concluye que es una actividad central dentro de la experiencia matemática de los estudiantes y su importancia queda manifiesta en estudios realizados por relevantes investigadores y educadores en matemática y en reportes curriculares como el NCTM, quienes mencionan el gran valor educativo que tiene este tipo de actividades.

Los resultados de los reportes son generalmente muy alentadores incluyendo un efecto positivo sobre el rendimiento de los estudiantes en la resolución de problemas y sus actitudes hacia la matemática. Por esto, se considera de vital importancia el incluir el planteamiento de problemas como tarea complementaria en los procesos de resolución de problemas o como estrategia didáctica, ya que en este tipo de actividades los estudiantes pueden reconocer mejor las partes de un problema y establecer relaciones. Además, en los problemas generados queda plasmado el significado que tienen de los conocimientos aprendidos, habilidades matemáticas, creatividad, profundización de los conceptos, patrones, uso de los números y cantidades.

Referencias bibliográficas

- Ayllón, M. & Gómez, I. A. (2014). La invención de problemas como tarea escolar. *Escuela Abierta: Revista de Investigación Educativa* 17, 29-40.
- Ayllón, M., Ballesta-Claver, J., & Gomez, I. (2016). Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos. *Propósitos Y Representaciones*, 4(1), 169–193. Recuperado de <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.20511/pyr2016.v4n1.89>
- Bonotto, C. (2013). Artifacts as source for problem-posing activities. *Educational Studies in Mathematics*, 83 (1), 37-55. Recuperado de <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9441-7>
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7 (2), 33-115.
- Cai, J., Hwang, S., Jiang, C., & Silber, S. (2015). Problem posing research in mathematics: Some answered and unanswered questions. In F. M. Singer, N. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing: From research to effective practice*. New York: Springer.
- Espinoza, J., Espinoza, J., González, M., Zumbado, M. & Ramírez, C. (2008). *La resolución de problemas en la Enseñanza de las Matemáticas: una experiencia con la función exponencial, polígonos y estadística*. Tesis en opción al Grado de licenciatura. Universidad Nacional, Heredia, Costa Rica.
- Espinoza J. & Zumbado M. (2010). Introducción al cálculo mediante resolución de problemas. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 23, 621-630. México: Comité latinoamericano de matemática educativa.
- Espinoza, J., Lupiáñez J. L. & Segovia, I. (2014). La invención de problemas y sus ámbitos de investigación en Educación Matemática. *Revista digital Matemática, Educación e Internet* (14)2, 1-12
- Espinoza, J., Lupiáñez, J. L. & Segovia, I. (2016). La invención de problemas aritméticos por estudiantes con talento matemático. *Electronic Journal or Research in Educational Psychology*, 14(2), 368-392.
- Fernández, E. & Molina, M. (2016). Indagación en el conocimiento conceptual del simbolismo algebraico de estudiantes de secundaria mediante la invención de problemas. *Enseñanza de las ciencias*, 34(1), 53-71. Recuperado de <http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/306636>
- Fernández, J. A. & Barbarán, J. J. (2015). *Inventar problemas para desarrollar la competencia matemática*. Editorial la Muralla: Madrid

- Jiménez, L., González, J. A. & Martínez, S. (2016). Invención de problemas en educación primaria: Un estudio exploratorio sobre problemas aritméticos multiplicativos. *Edma 0-6: Educación Matemática en la infancia*, 5(2), 21-35.
- Malaspina, U. (2013). La creación de problemas de matemática en la formación de profesores. *Actas del VII CIBEM*, pp. 129-140. Recuperado de <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/727.pdf>
- Malaspina, U. (2015). El rincón de los problemas. Los niños crean problemas de matemática. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática UNION*, (42), pp. 235-241. Recuperado de http://www.fisem.org/www/union/revistas/2015/42/42_Problema_12.pdf
- Malaspina, U. (2016). Creación de problemas: sus potencialidades en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. *Cuadernos de investigación y Formación en Educación Matemática* (15), pp. 321-331.
- Mancera, E. (2000). *Saber Matemáticas es saber resolver problemas*. Grupo Editorial
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). Programa de Estudio Matemática I, II, III ciclo de la *Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. MEP. San José, Costa Rica.
- Monroy, J. I. (2014). la resolución de problemas matemáticos y su impacto en pensamiento crítico del ciudadano. *Revista de cooperación*, 1(3), 79-86. Recuperado de <http://www.revistadecooperacion.com/numero3/03-06.pdf>
- Pólya, G. (1979). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Rodríguez, L., García, L., & Lozano, M. (2015). El método de proyecto para la formulación de problemas matemáticos. *Atenas*, 4(32), 100–112.
- Rojas, Y. (2015). *La resolución de problemas como estrategia metodológica en una clase de matemática de secundaria en el CTP de Venecia, Región Educativa de San Carlos, 2015*. Tesis en opción al Grado de licenciatura. Universidad Estatal a Distancia, San José, Costa Rica
- Ruiz, A. (2013). La reforma de la Educación Matemática en Costa Rica. Perspectiva de la praxis. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, (10), 1-111.
- Salazar, L. (2014). Diseño de tareas a partir de la modificación de problemas planteados en libros de texto de matemática. *Revista Paradigma*, 35(1), 55-77. Recuperado de <http://www.scielo.org.ve/pdf/pdq/v35n1/art03.pdf>
- Santos, L. (2015) La resolución de Problemas Matemáticos y el uso coordinado de tecnologías digitales. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, (15), 333-346.
- Santos, L. (2014). *Resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos*. México, DF: Trillas.

- Silver, E. A. (1994). On Mathematical Problem Posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.
- Stanic, G. & Kilpatrick, J. (1989). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. *The teaching and assessing of mathematical problem solving*, 3,1-22.

Recibido: 20 de diciembre de 2016

Evaluado: 1 de marzo de 2017

Aprobado para su publicación: 8 de mayo de 2017