

LA ANALOGÍA ENTRE EL CALOR Y LA ELECTRICIDAD. UNA BASE PARA CONFRONTAR EL OBSTÁCULO EPISTEMOLÓGICO SUSTANCIALISTA EN LA ELECTRICIDAD EN ESCUELAS DE INGENIERÍA

Jesús Eduardo Hinojos Ramos, Rosa María Farfán Márquez

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. (México)

jesus.hinojos@cinvestav.mx, rfarfan@cinvestav.mx

Resumen

En el presente documento, pretendemos mostrar que, históricamente, en el desarrollo de la electricidad como ciencia existe un fuerte uso del recurso de la analogía como una forma de modelación, particularmente por medio de la similitud entre la electricidad y el calor, que en sus inicios tuvo como obstáculo epistemológico un paradigma sustancialista, pero al confrontarlo se dio un cambio a un paradigma no sustancialista, por lo que nos preguntamos, ¿es posible identificar elementos que permitan confrontar el pensamiento sustancial en las obras originales de científicos del siglo XIX?

Palabras clave: analogía en ingeniería, pensamiento sustancialista, pensamiento matemático avanzado

Abstract

In this paper, we aim to show that, historically, in the development of electrical sciences, the analogy as a resource for modelling is broadly used, in particular, by the similarity between electricity and heat, but in its origin, it was worked biased in a substances, and epistemological obstacle, that when confronted, it caused a shift from a substantial way of thinking to a non-substantial one, as such we ask ourselves: Is it possible to identify elements that would allow us to confront the substantial way of thinking in the original work of scientists/electricians from the 19th century?

Keywords: analogy in engineering, substantialist thinking, advanced mathematical thinking

■ Introducción

En el presente escrito se reporta un avance de una investigación doctoral en el marco de la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (Cantoral, 2013), donde tomamos como punto de partida el estudio de las nociones de estabilidad en una población particular: la comunidad de ingeniería en electrónica.

En Hinojos y Farfán (2017), mostramos de manera breve el denominado discurso matemático escolar, referente a la serie de Fourier en ciencias de la ingeniería e ingeniería aplicada. En ese momento nos

preguntamos, ¿por qué se utiliza la serie de Fourier en ingeniería electrónica?, y tras realizar una revisión de programas de estudio, identificamos que la serie de Fourier se encuentra, escolarmente, en el estatus de una herramienta de aplicación, es decir, se enseña como una matemática a aplicar en problemas específicos, de manera que se presenta como un conocimiento descontextualizado de su *origen*.

Lo anterior derivó a realizar una revisión bibliográfica, con la finalidad de identificar aquellos contextos, tanto escolares como no escolares, de la ingeniería electrónica donde se utiliza la serie de Fourier; de dicha manera encontramos que en los contextos no escolares se habla de la *noción de estado estacionario* de los sistemas electrónicos y las maneras de hacer más eficiente un sistema (que el estado estacionario sea alcanzado en un tiempo menor), sin embargo, en el contexto escolar, sólo encontramos la serie de manera explícita.

Preguntándonos acerca del *origen* del uso de la serie de Fourier en ingeniería electrónica, se estudió en primera instancia el trabajo de Farfán (2012), de donde se identifica el ambiente fenomenológico utilizado por Fourier: La propagación del calor; por lo que actualmente nos preguntamos ¿qué relación existe entre la propagación del calor y la electricidad?, esto nos llevó a identificar en Narasimhan (1999) que la obra de Fourier tuvo influencia en diversas disciplinas científicas durante el siglo XIX, en particular, para nuestro interés, nos enfocamos en los trabajos de electricidad desarrollados por Ohm, Thomson y Maxwell.

Además de lo anterior, damos evidencia de la presencia de un obstáculo epistemológico, denominado pensamiento sustancialista (PS), que según Bachelard (2000), consiste en atribuirle características a un fenómeno, a partir de la percepción directa de los sentidos, dándole un estatus de sustancia a cosas que no lo son.

■ Revisión de las obras de Ohm, Thomson y Maxwell

¿Qué encontramos en el libro de Ohm?

La revisión de las obras originales de científicos del siglo XIX consiste en una fase que, en Socioepistemología denominamos *problematización del saber*, donde identificamos la evolución pragmática del conocimiento matemático.

Acevedo (2004), menciona que durante el siglo XVIII, las ciencias eléctricas se encontraban arraigadas a un paradigma de pensamiento newtoniano, donde la atracción entre los cuerpos en el espacio se da de manera instantánea, sin necesidad de un medio material e inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia que los separa, este paradigma de pensamiento predominó en los trabajos de Charles Coulomb, donde estableció la manera de calcular la fuerza de atracción o repulsión entre cargas eléctricas; este paradigma de pensamiento predominó hasta los trabajos de Thomson y Maxwell, donde se adoptaron nuevos paradigmas, uno de ellos fue el de la teoría analítica del calor. El uso de la teoría analítica del calor se dio en el desarrollo de las ciencias eléctricas como una forma de modelación, a través de la analogía entre los fenómenos.

En el trabajo de Ohm, identificamos que la hipótesis de Fourier que dice que *el flujo de calor es proporcional al grado de temperatura*, le permitió comparar el efecto de la fuerza electroscópica (voltaje) con la temperatura y la conducción eléctrica con el flujo de calor.

En su libro *Die galvanische kette* (Ohm, 1827), menciona:

Die Form und Behandlung der so erhaltenen Differenzialgleichungen ist denen für die Wärmebewegung durch Fourier und Poisson uns gegebenen so ähnlich, dals sich schon hieraus, wenn auch weiter keine andern Gründe vorhanden wären, der Schluss auf einen innern Zusammenhang zwischen beiden Naturerscheinungen mit allem Rechte machen liesse, und dieses identitätsverhältnils nimmt zu, je weiter man es verfolgt (Ohm, 1827, p. 5).

Donde menciona que la estructura y forma de las ecuaciones diferenciales que obtiene al analizar el fenómeno eléctrico es similar a las de la teoría del calor de Fourier y Poisson, a tal grado que ambos fenómenos se vuelven más conexos y correspondientes conforme profundiza en su estudio.

Otra comparación que Ohm realiza entre ambos fenómenos es que el movimiento de la electricidad se da de una partícula a la inmediatamente adyacente a esta en una sola dirección y no a una más alejada antes (la misma consideración que Fourier realiza en su teoría del calor); además, al obtener la ecuación diferencial que modela a la difusión de la electricidad en un alambre, menciona:

Wenn die Erfahrung lehrte, dafs verchiedene Körper von einerlei Ausdebnungsgrösse durch dieselbe Elektrizitätsmenge eine verschiedene Aenderung in ihrer elektroskopischen Kraft erleiden, so müsste zu vorigem Ausdrucke noch ein diese Eigenthümlichkeit der verschiedenen Körper messender Koeffizient γ gefügt werden. Die Erfahrung hat über diese aus dem Verhalten der Wärme zu den Körpern entlehnte Muthmalsung noch nicht entschieden (Ohm, 1827, p. 119).

Donde escribe que el coeficiente γ de la ecuación $\gamma \frac{du}{dt} = \chi \frac{d^2u}{dx^2} - \frac{bc}{\omega} u$ es equivalente, según teoriza, con la capacidad calorífica de los cuerpos, sin embargo, experimentalmente no lo puede demostrar.

A lo largo de su trabajo, Ohm realiza ciertas consideraciones respecto a la naturaleza de la electricidad, entre ellas podemos identificar el uso de expresiones tales como: el movimiento de la electricidad, el fenómeno eléctrico actúa, la fuerza electroscópica (u) que depende de la distancia (x) que recorre la electricidad y el tiempo (t), entre otros. Estos argumentos al explicar la naturaleza de la electricidad dejan ver que la considera como una sustancia.

Finalmente, en cuanto a las consideraciones respecto a la naturaleza estable del fenómeno, una de las soluciones que da Ohm a la ecuación diferencial es la siguiente:

$$u = \frac{a}{2l}x + a \left[\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{i\pi}{i^2\pi^2 + l^2} \right) \text{sen} \left(\frac{i\pi(x+l)}{l} \right) e^{-\frac{\chi' i^2 \pi^2 t}{l^2}} \right]$$

Que corresponde a la consideración de un circuito que no es independiente del tiempo y que recibe una cierta influencia de la atmósfera. La naturaleza estacionaria de esta solución consiste en que, cuando el tiempo tiende al infinito, el término que contiene a la sumatoria tiende a cero y el valor de la fuerza electroscópica (u) alcanza un valor estacionario en el circuito.

¿Qué encontramos en la obra de Thomson?

Acevedo (2004), menciona que los primeros trabajos de Thomson acerca de la electricidad se orientaban a la búsqueda de analogías matemáticas entre los fenómenos térmicos y eléctricos a través de la comparación tanto matemática como física de los fenómenos.

Thomson escribe en su artículo *On the Mathematical Theory of Electricity in Equilibrium*:

Corresponding to every problem relative to the distribution of electricity on conductors, or to forces of attraction and repulsion exercised by electrified bodies, there is a problem in the uniform motion of heat which presents the same analytical conditions, and which, therefore, considered mathematically, is the same problem (Thomson, 1872, p. 50).

Donde nos indica que para cualquier problema relativo a la distribución de electricidad en conductores o a las fuerzas de atracción/repulsión entre cuerpos electrificados, hay un problema relativo al movimiento del calor que puede ser considerado matemáticamente el mismo problema.

De lo anterior, Thomson da un ejemplo: Sea A un conductor cargado con una cantidad de electricidad determinada y aislado del exterior por medio de una carcasa conductora B no aislada del exterior. La superficie interna de B será cargada entonces con una cantidad de electricidad igual, pero de tipo contrario, de tal manera que la distribución de la carga eléctrica en B y de la carga eléctrica en A harán que la fuerza de atracción (u) resultante en cualquier punto se de en dirección de la normal a la superficie, esto se ilustra en la figura 1.

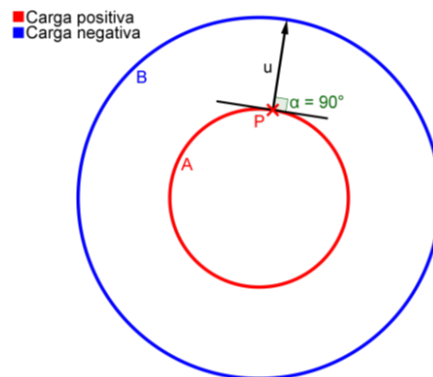


Figura 1. Interpretación del problema del equilibrio eléctrico de Thomson.

Como el conductor A recibiría fuerzas de atracción de igual magnitud en todas las direcciones, matemáticamente se expresaría como una condición de equilibrio (eléctrico en este caso), donde el potencial debe ser constante en cualquier punto sobre la superficie de A y cero en cualquier punto sobre la superficie de B; si se considera que A no tiene influencias del exterior, puede suponerse que cualquier punto de la superficie B está muy alejado de A, ahora bien, si el espacio entre las superficies de A y B es un medio dieléctrico (aislante), de acuerdo con el teorema de Coulomb, la intensidad del potencial en cualquier punto de A respecto a B, será igual a la fuerza de atracción dividida entre 4π .

Si consideramos ahora el caso, donde el espacio entre A y B es un cuerpo sólido homogéneo y se coloca una fuente de calor en A, existirá una distribución de calor entre los cuerpos, donde A tendrá una temperatura constante, mientras que en B se tendrá una temperatura cero, al igual que el potencial en el caso de la electricidad.

Si se consideran ahora diversos cuerpos cargados con diferentes cantidades, distribuidos en A, o diferentes fuentes de calor igualmente distribuidas en A, el problema es matemáticamente idéntico, de tal forma que la determinación del potencial en el caso eléctrico es igual que la determinación de la temperatura en el caso del calor en cada punto, y la fuerza de atracción es igual que el flujo del calor tanto en dirección como magnitud.

Dado esto, es posible utilizar teoremas determinados por Fourier en la *Theorié Analytique de la Chaleur* para la difusión del calor, como el sustento matemático relativo a la teoría de la electricidad (Thomson, 1872, p. 51-53).

Lo anterior, permite identificar que Thomson utiliza analogías entre los fenómenos físicos, de tal manera que a través de dichas analogías establece equivalencias matemáticas a través de las nociones del estado de equilibrio térmico y el equilibrio electrostático. Interpretamos en los argumentos de Thomson que él considera al flujo de calor y al efecto de la electricidad estática como fenómenos de la misma clase, el pensamiento de la electricidad como sustancia se presenta en la descripción del fenómeno, dando a entender que, el cuerpo electrificado ha sido imbuido (impregnado) con algo que le proporciona dichas características y que, la interacción del cuerpo cargado con otros cuerpos a su alrededor provoca que en ellos se muestren las características eléctricas.

¿Qué encontramos en el libro de Maxwell?

Maxwell, escribió un tratado acerca de la electricidad y magnetismo, con la finalidad de que este fuera utilizado como libro de texto en Cambridge, sin embargo, él murió antes de terminar de revisarlo y fue publicado *post mortem* por sus colegas de la universidad. En su tratado, Maxwell menciona algunas características de la electricidad, donde trata de explicar la naturaleza de los fenómenos provocados por cargas eléctricas estáticas y por el flujo de la electricidad, entre ellas menciona:

- La electricidad es una cantidad física medible, donde la totalidad de las cargas positivas o negativas de los cuerpos es igual a la suma algebraica de todas ellas, además de poder ser descrita cualitativamente (Maxwell, 1881, p. 36-37).
- No es posible asegurar que sea una sustancia o manifestación de energía o bien, que pertenezca a alguna categoría de cantidad física conocida actualmente (hasta 1881) (Maxwell, 1881, p. 37).
- La cantidad de electricidad no es una manifestación de energía, como si lo es el calor, esto es, porque la energía de un sistema de cargas eléctricas se obtiene mediante el producto de la cantidad de electricidad de cada parte y otra cantidad física denominada el potencial (Maxwell, 1881, p. 37).

Además, Maxwell establece su analogía entre el calor y la electricidad, tomando como punto de partida dos sistemas geoméricamente iguales (Maxwell, 1881, p. 335):

- La conductividad del calor en el primero sea proporcional a la conductividad eléctrica del segundo.
- La temperatura en cualquier parte del primero sea proporcional al potencial en la parte correspondiente del segundo.

- El flujo de calor de una sección de área del primero sea proporcional al flujo de electricidad en el área correspondiente del segundo.

Con estas condiciones se tendría que, el flujo de electricidad corresponde al flujo de calor, el potencial corresponde a la temperatura, y, la electricidad fluye de los lugares con potencial mayor a aquellos con menor, como ocurre con el calor que fluye de lugares con mayor temperatura hacia aquellos con menor. Sin embargo, menciona que, a pesar de la analogía, en apariencia directa, existe una diferencia física fundamental entre el calor y la electricidad: Un cuerpo puede calentarse al suministrarle calor, dependiendo de sus características físicas (calor específico), mientras que la cantidad de electricidad puede incrementarse sin necesidad de que esta sea suministrada de manera externa (Maxwell, 1881, p. 335-336).

Además de lo anterior, Maxwell obtiene la ecuación diferencial que modela el comportamiento de la electricidad a través de un alambre transatlántico, por medio de la consideración del cable como una sucesión de placas conductoras paralelas, conectadas con resistencias eléctricas de manera infinita (Maxwell presenta las primeras 3 interconexiones), como se muestra en la figura 2:

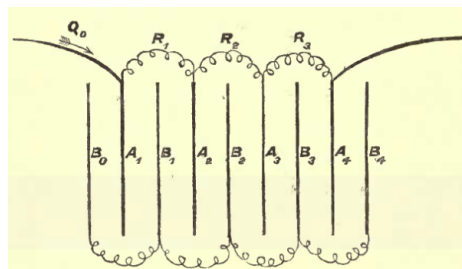


Figura 2. Esquema del cable transatlántico de Maxwell (Maxwell, 1881, p. 420)

Al analizar el circuito, Maxwell menciona que el objetivo del análisis consiste en encontrar la cantidad de electricidad que entra o sale en cada conexión del circuito, y que si existieran un número n de cantidades de electricidad por determinarse (Q_n), y si la fuerza electromotriz total o alguna otra condición equivalente se diera, la ecuación diferencial o sistema de ecuaciones para encontrar cualquiera de ellas sería lineal y de n variables. La consideración para el análisis se muestra en la figura 3, donde los parámetros de interés son la intensidad de corriente (I), la resistencia (R), la capacitancia (C) y los potenciales (P_n).

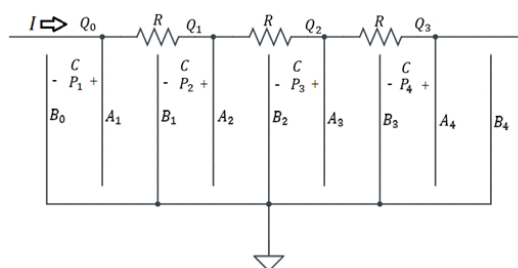


Figura 3. Esquema del cable de Maxwell en notación moderna con anotaciones de parámetros de interés.

A través de la consideración de la geometría del cable transatlántico, Maxwell obtiene una ecuación diferencial que simplifica el cálculo:

$$C \frac{dv}{dt} = \frac{1}{k} \frac{d^2v}{dx^2} - \frac{1}{k_1} v$$

De la cual menciona lo siguiente:

This is the partial differential equation which must be solved in order to obtain the potential at any instant at any point of the cable. It is identical with that which Fourier gives to determine the temperature at any point of a stratum through which heat is flowing in a direction normal to the stratum. In the case of heat C represents the capacity of unit of volume, or what Fourier denotes by CD , and k represents the reciprocal of the conductivity (Maxwell, 1881, p.422).

La ecuación diferencial es matemáticamente idéntica a la obtenida por Fourier para el calor, donde C es la capacitancia del circuito y corresponde a la capacidad calorífica de los cuerpos, y k el recíproco de la conductividad eléctrica y corresponde a la conductividad térmica.

■ Discusión

Fourier obtiene en su *Théorie Analytique de la Chaleur* la siguiente ecuación diferencial $\frac{dv}{dt} = \frac{K}{CD} \frac{d^2v}{dx^2} - \frac{hl}{CDS} v$; en sus trabajos Ohm y Maxwell utilizan una analogía para explicar el fenómeno de la difusión de la electricidad por medio del fenómeno de propagación del calor, obteniendo modelos matemáticos equivalentes al mostrado anteriormente.

A diferencia de Ohm, Maxwell indica que la acción de electrificación no es instantánea, sino que las condiciones del experimento lo aparentan, lo que llevó a afirmar que Ohm se autoengañó con su analogía (Maxwell, 1881, p. 422).

Así mismo, Maxwell enuncia en su libro:

In most theories on the subject, Electricity is treated as a substance, but inasmuch as there are two kinds of electrification which, being combined, annul each other, and since we cannot conceive of two substances annulling each other, a distinction has been drawn between Free Electricity and Combined Electricity (Maxwell, 1881, p. 38).

Donde habla sobre fenómenos de electricidad libre y combinada, con el fin de no tratar a la electricidad como una sustancia, al contrario de otras teorías (refiriéndose a la teoría de dos fluidos y la de un solo fluido).

Estos elementos y confrontaciones de la obra de Maxwell nos dejan ver que su noción de carga eléctrica y de electricidad en general, ya no se relacionan de manera tan marcada con el PS; estos elementos pretenden retomarse en el diseño de una situación de aprendizaje que, esperamos, permita confrontar este obstáculo.

■ Referencias bibliográficas

- Acevedo, J. (2004). El papel de las analogías en la creatividad de los científicos: La teoría del campo electromagnético de Maxwell como caso paradigmático de la historia de las ciencias. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias* 1(3), 188-205.
- Bachelard, G. (2000). *La formación del espíritu científico*. Argentina, México: Siglo XXI.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. España: Gedisa.
- Farfán, R. (2012). *Socioepistemología y ciencia. El caso del estado estacionario y su matematización*. España: Gedisa.
- Hinojos, J. y Farfán, R. (2017). Breve recorrido por el discurso matemático escolar de la serie de Fourier en el contexto del ingeniero en electrónica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 30, 838-846.
- Maxwell, J. (1881). *A Treatise on Electricity and Magnetism volume 1*. Reino Unido: Cambridge University Press.
- Narasimhan, T. (1999). Fourier's heat conduction equation: History, influence, and connections. *Reviews of Geophysics* 37(1), 151-172.
- Ohm, G. (1827). *Die Galvanische Kette Mathematisch Bearbeitet*. Alemania.
- Thomson, W. (1872). *Reprints of Papers on Electrostatics and Magnetism*. Reino Unido: Macmillan & Co.